

ее центра. Множитель T выражается через гравитационную постоянную и модуль упругости K , и по этой причине он различен для разных планет, но поскольку это различие — в пределах одного порядка величины, можно для первых, пусть достаточно грубых, оценок принять усредненное значение $T \sim 10^{-16}$ (в абсолютной гауссовой системе единиц).

Формулы (3) показывают, что и вертикальная и горизонтальная компоненты напряженности «приливного» бароэлектрического поля над поверхностью планеты зависят от положения точки наблюдения и, если учесть вращение планеты, от времени. Имеются и изменения величин E_r и E_θ , определяемые зависимостью R_0 от времени. У вертикальной составляющей напряженности E_r , правда, есть и постоянная (не зависящая ни от времени, ни от места наблюдения) часть, направленная к центру планеты, как если бы поле порождалось отрицательным электрическим зарядом, равномерно распределенным по поверхности планеты. Именно только он и остается, если иметь в виду усредненные по времени компоненты напряженности поля.

Порождаемые приливыми воздействиями бароэлектрические поля должны быть не только у Земли и Луны, но и над поверхностями многих других небесных тел. О масштабах бароэлектрического поля планет Солнечной системы и некоторых их спутников можно составить представление по величине $E = TMm/(R_0^3 R)$. В таблице приведены оценки для ряда тел Солнечной системы. Для всех этих тел используется описанная выше модель.

Как видно из таблицы, наличие электрического поля над поверхностями небесных тел является не исключением, а правилом. Порой напряженности этих полей оказываются весьма значительными,

и их игнорирование (в частности, при решении даже технических проблем космонавтики) может оказаться неправомерным.

Вполне понятно, что «приливные» электрические поля тем больше, чем массивнее источник приливого воздействия и чем ближе он расположен. Если таких источников несколько, то порождаемые их действием электрические поля накладываются, а нелинейные эффекты обычно можно не учитывать.

Конечно, как хорошо видно, в частности, на примере Земли и Луны или Юпитера и его ближайшего спутника Ио, процесс «приливого индуцирования» электрических полей является в определенной мере взаимным. Этот процесс затрагивает и звезды, а не только планеты.

Задача изучения электрических полей небесных тел до настоящего времени никем не решалась. Более того, такая задача фактически даже никем и не формулировалась. Одна из целей данной публикации — привлечь внимание физиков, планетологов, астрофизиков, а также исследователей в области космонавтики к многочисленным открывающимся здесь научным и техническим проблемам.

Литература

1. Григорьев В.И., Григорьева Е.В. Бароэлектрический эффект и электромагнитные поля планет и звезд. М., 1995.
2. Craig P. // Phys. Rev. Lett. 1969. 22, No. 14. P. 8.
3. Григорьев В.И., Григорьева Е.В., Ростовский В.С. // Изв. АН СССР, Физика Земли. 1990. № 4. С. 3.
4. Григорьев В.И., Григорьева Е.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1995. № 1. С. 61 (Moscow University Phys. Bull. 1995. No. 1. P. 56).

Поступила в редакцию
11.11.97

УДК 551.466

ГЕНЕРАЦИЯ ТЕЧЕНИЙ СОЛИТОНАМИ НА ВОДЕ

С. А. Арсеньев, О. А. Живогина, Н. К. Шелковников

(кафедра физики моря и вод суши)

Теоретически смоделированы течения в поле уединенных волн на воде. Полученные формулы для расчетов соответствуют данным лабораторных экспериментов.

О течениях, порождаемых волнами, известно к настоящему времени немного. Объясняется это тем, что течения могут возникать только под действием нелинейных волн, которые начали интенсивно изучаться сравнительно недавно — с 1950-х гг. [1–4]. Исключением являются волны на воде, для которых Стокс еще в XIX в. получил формулу, описывающую средние течения в нелинейных волнах с конечной (но небольшой по сравнению с глубиной) амплитудой [5]. Попытку применить теорию Стокса к описанию реальных течений в прибрежной зоне сделал Манк [6]. Она оказалась безуспешной, так как ряды Стокса очень медленно сходятся, да и амплитуды

волн в прибрежной зоне не малы. Несмотря на это, Манку удалось, используя теорию Мак-Коуэна [7], получить соотношения, пригодные для расчета изменения высоты разбивающихся волн, которые были подтверждены наблюдениями в океане, хотя и имелся значительный разброс точек. В связи с этим Манк указывает [6, с. 433] на необходимость детальных лабораторных исследований, в которых можно избежать сильной изменчивости, присущей волнам в природных условиях. Кроме того, он считает важным использовать хороший волнопродуктор для солитонов. Эти задачи решаются в данной работе. Нас интересуют здесь течения, генерируемые сильно

нелинейными волнами типа цунами, для которых применима теория кноидальных и уединенных волн Кортевега–де Фриза [5, 7, 8]. В настоящей статье выведены соответствующие формулы и сопоставлены с данными лабораторных экспериментов.

Будем исходить из уравнений Буссинеска в первом приближении [9] для уровня поверхности воды Θ и средней по глубине скорости течения S :

$$\partial_T \Theta + \partial_X S + \alpha \partial_X (\Theta S) + O(\beta^2) = 0, \quad (1)$$

$$\partial_X \Theta + \partial_T S + \alpha S \partial_X S - \frac{\beta}{3} \partial_{XXX}^3 S + O(\beta^2) = 0. \quad (2)$$

Здесь обозначено $\partial_T \Theta = \partial \Theta / \partial T$, $\partial_X S = \partial S / \partial X$, ... Уравнения (1), (2) записаны в безразмерных переменных

$$\Psi = \frac{c_0 \Phi}{\lambda g a}, \quad Z = \frac{z}{H}, \quad \alpha = \frac{a}{H}, \quad \beta = \frac{H^2}{\lambda^2}, \quad (3)$$

$$X = \frac{x}{\lambda}, \quad T = \frac{t c_0}{\lambda}, \quad \Theta = \frac{\eta}{a}, \quad c_0 = \sqrt{g H}.$$

Размерная средняя скорость V связана с безразмерной скоростью S соотношением $V = g a S / c_0$, в котором a — амплитуда волны. В (3) использованы обозначения: H — глубина невозмущенной жидкости, Φ — потенциал, λ — длина солитона. Начало координат расположено на дне бассейна, ось z направлена вертикально вверх, ось x — вдоль направления распространения волны.

Записывая решение системы (1), (2) в виде

$$S = \Theta + \alpha A + \beta B + O(\beta^2), \quad (4)$$

получаем для возмущения уровня Θ уравнение

$$\partial_T \Theta = -\partial_X \Theta - \frac{3}{2} \alpha \Theta \partial_X \Theta - \frac{\beta}{6} \partial_{XXX}^3 \Theta, \quad (5)$$

причем

$$A = -\frac{1}{4} \Theta^2, \quad B = \frac{1}{6} \partial_{XX}^2 \Theta. \quad (6)$$

Уравнение (5) имеет решение в виде солитона:

$$\Theta = \text{sech}^2 \left(X - \frac{c}{c_0} T \right), \quad (7)$$

движущегося со скоростью c :

$$c = c_0 \left(1 + \frac{a}{2H} \right). \quad (8)$$

Переменные X и T в формулах (3), (7) нормированы на длину волны

$$\lambda = 2H \sqrt{\frac{H}{3a}}. \quad (9)$$

Подставим формулы (6)–(9) в (4). Возвращаясь к размерным переменным с помощью формул (3), получим

$$V = \frac{a c_0}{H} \left(1 + \frac{a}{2H} (1 - \text{sech}^2 p) \right) \text{sech}^2 p, \quad (10)$$

$$p = \sqrt{\frac{3a}{4H}} \left(\frac{x - ct}{H} \right), \quad (11)$$

причем p — фаза волны. Соотношения (10), (11) определяют среднюю по глубине скорость течения в волне с максимальным значением

$$V_{\max} = \sqrt{g H} \left(\frac{a}{H} \right). \quad (12)$$

На рис. 1 верхняя кривая — рассчитанная по формуле (10) зависимость средней скорости течения в уединенной волне от горизонтальной координаты x в момент времени $t = 1$ с применительно к лабораторным экспериментам, где $H = 6$ см и $a = 3$ см. Нижняя кривая — рассчитанное по формуле (7) изменение уровня поверхности воды при этих же условиях.

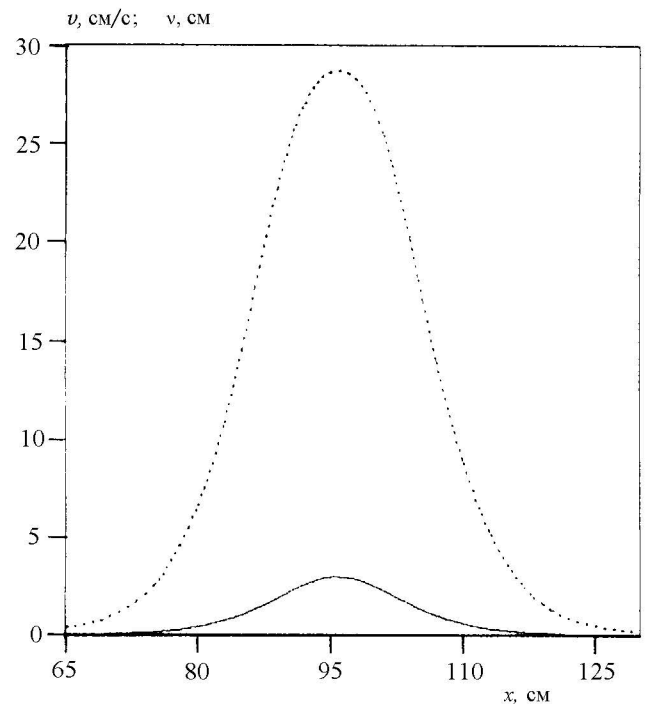


Рис. 1

Решение (10) позволяет получить информацию о траектории движения частиц воды в уединенной волне, поскольку $\int_0^t V dt = \int_0^t (dL/dt) dt = L - L_0$, где L_0 — начальное положение частицы, которое выделяет ее из всего массива подобных частиц в воде. Интегрируя (10) по времени при нулевых начальных условиях, получим

$$L = L_0 - \frac{c_0}{c} \sqrt{\frac{4aH}{3}} \left(1 - \frac{a}{6H} (3 - 2 \text{th}^2 p) \right) \text{th} p. \quad (13)$$

На рис. 2 показана траектория частицы в момент времени $t = 1$ с при $H = 6$ см и $a = 3$ см в зависимости от горизонтальной координаты x , рассчитанная по

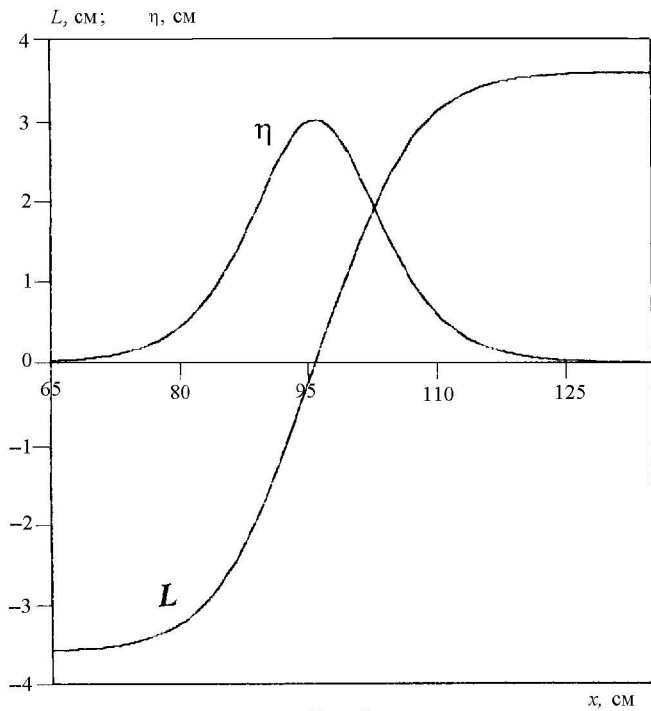


Рис. 2

формуле (13). Видно, как частица переходит из одного положения в другое по траектории, имеющей форму волны переключения (кинка). Максимальная длина пробега определяется выражением

$$R = 4\sqrt{\frac{aH}{3}} \left[\frac{1 - (a/6H)}{1 + (a/2H)} \right], \quad (14)$$

следующим из (13). Формула (14) устанавливает зависимость длины пробега частицы в уединенной волне от амплитуды волны a и глубины невозмущенной жидкости H . Подобную зависимость получил также Манк:

$$R_M = 4\sqrt{\frac{aH}{3}}, \quad (15)$$

используя другие соображения [6].

Для проверки формулы (14) авторами проведены на физическом факультете МГУ специальные лабораторные эксперименты, в которых с помощью видеосъемки и компьютерного анализа были измерены пробеги частиц нейтральной плавучести в уединенных волнах разных амплитуд. Эксперименты проводились в канале размерами $330 \times 30 \times 15$ см, имеющем прозрачные боковые стенки, через которые производилась видеосъемка. На одном из концов канала расположен волногаситель, на другом — поршневой генератор уединенных волн, описанный в работе [10]. На рис. 3 показана теоретическая кривая (14) и результаты измерений. Как видим, они хорошо согласуются. Таким образом, соотношение (14) уточняет полученную ранее формулу Манка (15).

Знание средней скорости (10) позволяет вычислить продольную составляющую скорости течения:

$$u = V + \frac{1}{2} \left(\frac{H^2}{3} - z^2 \right) \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \quad (16)$$

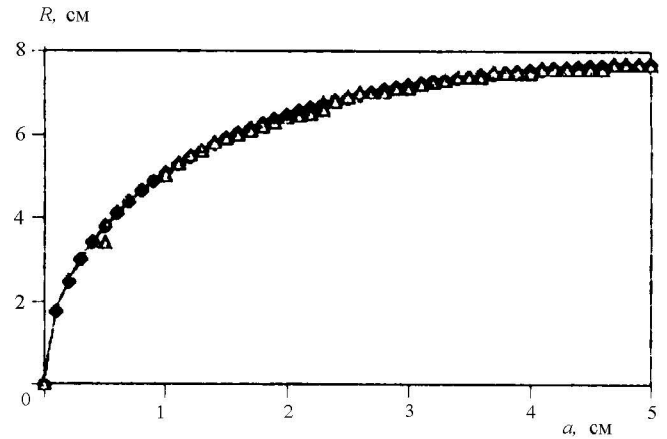


Рис. 3

поскольку [9]

$$\Psi = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{z^{2m}}{(2m)!} \frac{\partial^{2m} F_0}{\partial x^{2m}} (\beta^m), \quad (17)$$

$$s = \frac{\partial \Psi}{\partial X} = s_0 - \frac{Z^2}{2} \beta \frac{\partial^2 s_0}{\partial X^2} + O(\beta^2), \quad (18)$$

$$s_0 = \frac{\partial F_0}{\partial X} = S + \frac{\beta}{6} \frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + O(\beta^2). \quad (19)$$

Подставляя в (16) формулу (10), получим

$$u = \frac{ac_0}{H} \left(1 + \frac{a}{2H} (1 - \operatorname{sech}^2 p) \right) \operatorname{sech}^2 p - \frac{3}{4} \frac{a^2 c_0}{H^4} \operatorname{sech}^2 p \left[\left(1 + \frac{a}{2H} \right) (3 \operatorname{sech}^2 p - 2) - \frac{2a}{H} \operatorname{sech}^2 p (5 \operatorname{sech}^2 p - 4) \right] \left(\frac{H^2}{3} - z^2 \right). \quad (20)$$

Аналогично вычисляется и вертикальная составляющая скорости течения:

$$W = \frac{\partial \Psi}{\partial Z} = -\beta Z \frac{\partial s_0}{\partial X} + O(\beta^2). \quad (21)$$

Получаем

$$w = -\frac{3}{2} \frac{c_0 a^2 z}{H^3} \left(1 + \frac{a}{2H} - \frac{2a}{H} \operatorname{sech}^2 p \right) \operatorname{sech}^2 p \operatorname{th} p. \quad (22)$$

На рис. 4 и 5 показан расчет $u(x)$ и $w(x)$ на поверхности воды $z = H$ в момент времени $t = 1$ с для $H = 6$ см, $a = 3$ м. Здесь же показана кривая $\eta(x)$, рассчитанная по формулам (7)–(9). Согласно формуле (20), горизонтальная составляющая u максимальна на поверхности ($z = H$), квадратично уменьшаясь при приближении к дну ($z = 0$). Аналогично в соответствии с (22) вертикальная составляющая скорости максимальна на поверхности воды ($z = H$), линейно спадает при приближении к дну и равна нулю

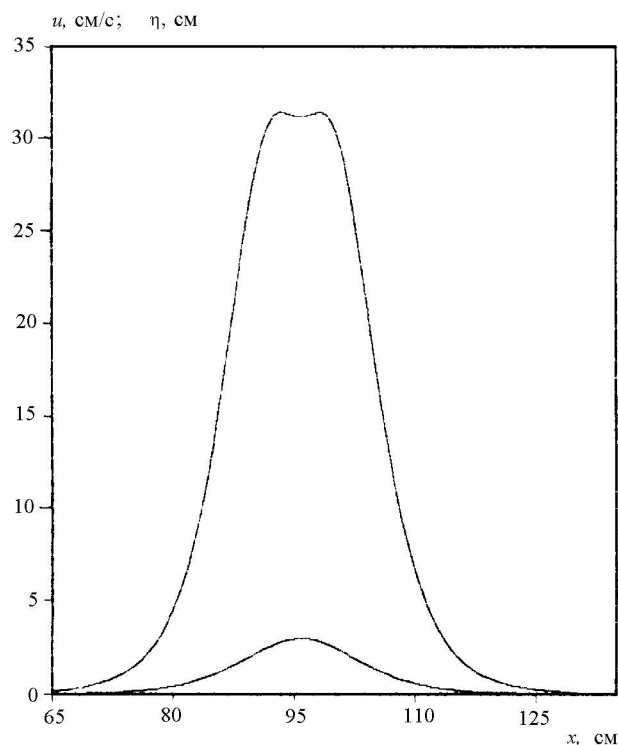


Рис. 4

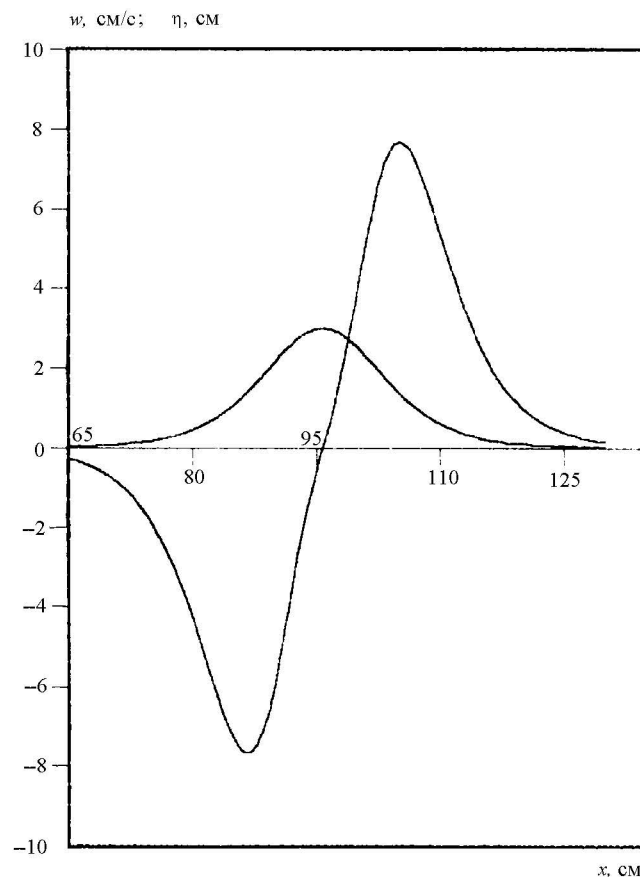


Рис. 5

на дне: $w(z=0) = 0$. Интересной особенностью является также наличие двух максимумов в распределении скорости $u(x)$ на рис. 4. Это связано с тем, что течения в солитонах возникают только там, где $\partial\eta/\partial x \neq 0$. Между тем на вершине волны градиент уровня η обращается в нуль. Поэтому здесь нет и течений.

В заключение оценим скорости течений в реальном солитоне цунами, наблюдавшемся в бухте Литуя (Аляска) [11]: $H = 122$ м, $a = 61$ м. Формула (12) дает значение максимальной средней скорости течения, равное 17 м/с. Подобные, очень быстрые течения наблюдаются при сбросах больших массивов осадочных геопород с континентальных склонов в океане [12]. Вертикальная скорость течения w в солитонах в соответствии с соотношением (22) в значительной степени зависит от глубины бассейна H . При малых глубинах вертикальные скорости течений w всего лишь на порядок и менее отличаются от значений горизонтальной скорости течения u (см. рис. 4, 5). Это позволяет объяснить наблюдаемый в прибрежной мелководной зоне океана при шторме интенсивный подъем со дна твердых мелкозернистых осадков, ответственный за разрушение берегов в осенне-зимний период [6, 12].

Литература

1. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики. М., 1964.
2. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975.
3. Филлипс О.М. // Современная гидродинамика. Успехи и проблемы. М., 1984. С. 297.
4. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М., 1976.
5. Шулейкин В.В. Физика моря. М., 1968.
6. Манк В. // Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоя / Под ред. В.Б. Штокмана. М., 1951. С. 403.
7. Ламб Г. Гидродинамика. М.; Л., 1947.
8. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М., 1977.
9. Арсеньев С.А. // ДАН. 1994. 334, № 5. С. 635.
10. Арсеньев С.А., Вахрушев М.М., Селиверстов С.В., Шелковников Н.К. // Океанология. 1997. № 6. С. 842.
11. Арсеньев С.А., Селиверстов С.В., Шелковников Н.К. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 6. С. 57.
12. Weyl P.K. Oceanography. An Introduction to the Marine Environment. N. Y., 1970.

Поступила в редакцию
27.03.98