12. *Burlakov A.V., Chekhova M.V., Klyshko D.N.* et al. // Phys. Rev. 1997. **A56**. P. 3214.
13. *Малыгин А.А., Пенин А.Н., Сергиенко А.В.* // ДАН СССР. 1985. **281**. С. 308.
14. *Матвеев А.Н.* Атомная физика. М., 1989. С. 414.
15. *Владимиров Ю.С.* Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Ч. 2. М., 1998. С. 46.
16. *Клышко Д.Н.* Фотоны и нелинейная оптика. М., 1980.

Поступила в редакцию
04.03.98

УДК 535.391.5

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ МНОГОСЛОЙНЫХ ПОКРЫТИЙ СО СЛАБО НЕОДНОРОДНЫМИ СЛОЯМИ

А. В. Воронов, А. В. Тихонравов, М. К. Трубецков

(*кафедра математики*)

Разработан новый приближенный метод расчета спектральных коэффициентов многослойных покрытий со слабо неоднородными слоями. Показано, что метод обладает высокой точностью. Важнейшей особенностью метода является простота параметрического описания многослойного покрытия с неоднородными слоями, что является определяющим фактором для последующего развития методов синтеза таких покрытий.

Введение

Слоистые системы с неоднородными слоями изучаются в течение многих лет [1, 2]. Помимо разработанных общих методов, с практической точки зрения представляет интерес и разработка приближенных методов расчета спектральных коэффициентов таких систем.

Недавно был предложен метод расчета коэффициентов отражения многослойных систем с неоднородными слоями, основанный на борновском приближении для учета интерференционных эффектов внутри неоднородных слоев [3]. В рамках этого метода неоднородность слоев задается функциями, описывающими профили показателей преломления отдельных слоев. В настоящей статье разрабатывается существенно более простой приближенный метод определения спектральных коэффициентов многослойных покрытий, содержащих слабо неоднородные слои. Предлагаемый метод основан на точном учете интерференционных эффектов, связанных с резкими изменениями показателя преломления на границах слоев, и пренебрежении интерференционными эффектами внутри слабо неоднородных слоев. Такого типа приближения оказались эффективными для расчетов свойств однослойных покрытий [4–7]. Поскольку подобное приближение впервые использовалось для однослойных покрытий в статье Шрёдера [8], мы будем называть его в дальнейшем приближением Шрёдера.

1. Описание метода

На рис. 1 изображена схема многослойного покрытия со слабо неоднородными слоями. Будем предполагать все слои непоглощающими, направление оси z перпендикулярным подложке. Пусть число слоев покрытия равно m, показатели преломления внешней среды и подложки — n_a и n_s соответственно. Обозначим физическую толщину j-слоя через d_j, показатели преломления на левой и правой границах этого слоя через n_j^l и n_j^r соответственно. Будем считать, что показатель преломления внутри слоя плавно меняется между этими значениями.

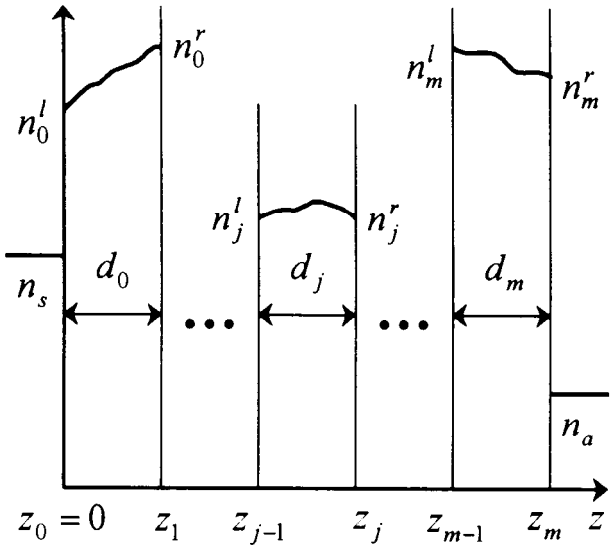

Рис. 1. Профиль показателя преломления многослойного покрытия со слабо неоднородными слоями

Для каждого слоя введем два параметра: среднее значение показателя преломления n и степень его неоднородности δ. Для j-слоя эти параметры определяются следующим образом:

$$n_j = \frac{n_j^l + n_j^r}{2}, \quad \delta_j = \frac{n_j^r - n_j^l}{n_j}.$$

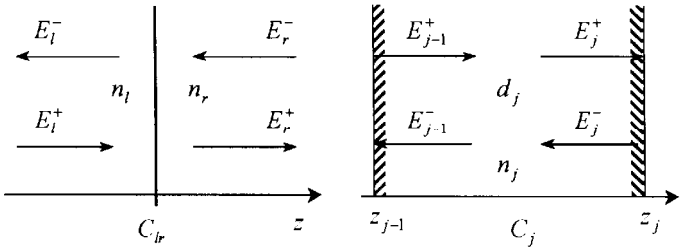

Рис. 2. Матрица передачи для границы раздела двух сред (слева) и для слоя (справа)

Используя эти два параметра, можно записать значения показателей преломления на левой и правой границе слоя следующим образом:

$$n_j^l = n_j\left(1-\frac{\delta_j}{2}\right), \quad n_j^r = n_j\left(1+\frac{\delta_j}{2}\right).$$

Для определения спектральных коэффициентов покрытия существуют многочисленные методы. Для наших целей удобно воспользоваться понятием матрицы передачи [9].

Матрица передачи границы раздела двух сред C_{lr} с показателями преломления n_l и n_r (рис. 2) связывает амплитуды волн справа от границы раздела E_r^- и E_r^+ (знак «+» соответствует волне, проходящей в положительном, а знак «−» — в отрицательном направлении оси z) с амплитудами E_l^- и E_l^+ слева от границы:

$$\begin{pmatrix} E_r^- \\ E_r^+ \end{pmatrix} = C_{lr}\begin{pmatrix} E_l^- \\ E_l^+ \end{pmatrix}.$$

Аналогично матрица передачи j-слоя C_j связывает амплитудные коэффициенты волны на правой границе слоя E_j^- и E_j^+ с амплитудными коэффициентами на левой границе слоя E_{j-1}^- и E_{j-1}^+:

$$\begin{pmatrix} E_j^- \\ E_j^+ \end{pmatrix} = C_j\begin{pmatrix} E_{j-1}^- \\ E_{j-1}^+ \end{pmatrix}.$$

Если представить слоистую среду в виде композиции $m+1$ границ раздела и m слоев (рис. 3), то матрица передачи всего покрытия может быть определена путем перемножения матриц передачи составных частей:

$$C = C_{01}\cdot C_1\cdot C_{12}\cdot C_2\cdot\ldots\cdot C_m\cdot C_{m,m+1}. \qquad (1)$$

Зная френелевские коэффициенты отражения $\rho_{j,j+1}$ и пропускания $\tau_{j,j+1}$ границы раздела j-слоя:

$$\rho_{j,j+1} = \frac{n_{j+1}(1-\delta_{j+1}/2) - n_j(1+\delta_j/2)}{n_{j+1}(1-\delta_{j+1}/2) + n_j(1+\delta_j/2)},$$

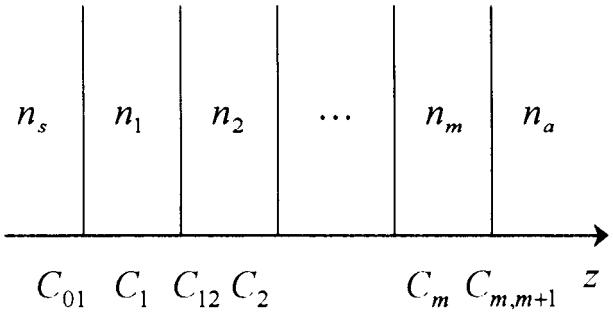

Рис. 3. Декомпозиция слоистой среды

$$\tau_{j,j+1} = \frac{2n_{j+1}(1-\delta_{j+1}/2)}{n_{j+1}(1-\delta_{j+1}/2) + n_j(1+\delta_j/2)}$$

и воспользовавшись соотношением, связывающим матрицу передачи C с амплитудными коэффициентами отражения r и пропускания t (см. [9]):

$$C = \begin{pmatrix} 1/t & r^*/t^* \\ r/t & 1/t^* \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

можно определить матрицу передачи границы раздела двух сред:

$$C_{j,j+1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+\xi & 1-\xi \\ 1-\xi & 1+\xi \end{pmatrix}, \quad \xi = \frac{n_j(1+\delta_j/2)}{n_{j+1}(1-\delta_{j+1}/2)}. \qquad (3)$$

Поскольку коэффициенты отражения $\rho_{j,j+1}$ и пропускания $\tau_{j,j+1}$ действительны, то операцию комплексного сопряжения в этом случае можно опустить.

Пока не было сделано никаких приближений и все выражения являются точными. Приближенное выражение будет использовано для матрицы передачи j-слоя C_j. Если пренебречь интерференционными эффектами, связанными с изменением показателя преломления внутри слоя, и учитывать только сдвиги фаз волн, проходящих в положительном и отрицательном направлении оси z, то матрицу C_j можно записать следующим образом:

$$C_j = \begin{pmatrix} \exp\left\{i\dfrac{2\pi n_j d_j}{\lambda}\right\} & 0 \\ 0 & \exp\left\{-i\dfrac{2\pi n_j d_j}{\lambda}\right\} \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Здесь λ — длина волны падающего излучения в вакууме.

Подставив выражения (3) и (4) в (1), можно определить матрицу передачи всего многослойного покрытия, а затем по (2) найти коэффициенты отражения и пропускания среды.

Следует отметить, что выражение (4) для матрицы передачи слоя является точным в случае, если слой является однородным. Поэтому формулы (1)–(4) описывают точный вычислительный алгоритм для многослойных покрытий, состоящих из однородных слоев.

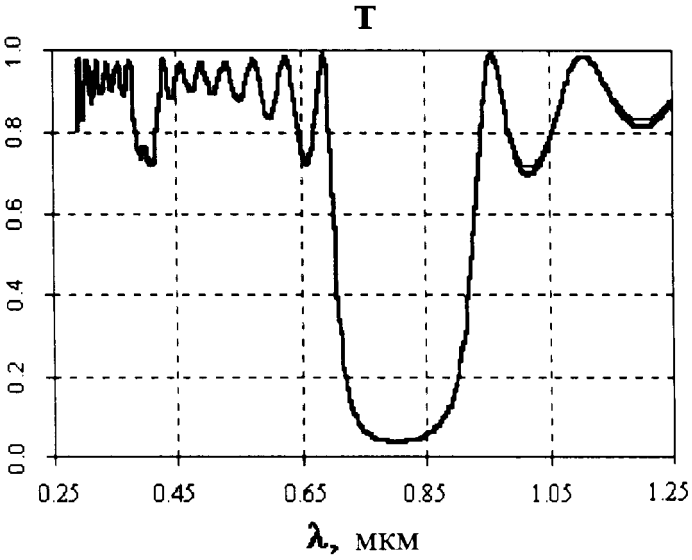

Рис. 4. Сравнение точного метода (жирная линия) и приближения Шрёдера (тонкая) для 15-слойного зеркала (различие заметно лишь в длинноволновой области спектра)

Приближение Шрёдера является наиболее естественным первым приближением для определения спектральных коэффициентов слоистой среды со слабо неоднородными слоями. Оно требует задания только трех параметров для каждого слоя: толщины слоя d_j, среднего значения показателя преломления n_j и степени неоднородности δ_j.

2. Сравнение точнюго и приближенного методов

Полученное выше приближение использовались для численного расчета спектральных коэффициентов слоистых сред с неоднородными слоями. Полученные результаты затем сравнивались с результатами точных расчетов.

В качестве основной модели сравнения было использовано 15-слойное четвертьволновое зеркало на кварцевой подложке. Показатели преломления каждого слоя менялись линейно, причем средние значения показателей преломления выбирались равными $n_H = 1{,}95$ и $n_L = 1{,}42$. Угол наклона профиля показателя преломления определялся степенями неоднородности слоев δ_H и δ_L, которые изменялись в пределах от $-0{,}1$ до $+0{,}1$.

Сравнение результатов, полученных с помощью приближения Шрёдера и путем точных расчетов, во всех случаях показало, что предложенный приближенный метод имеет очень хорошую точность. На рис. 4 показан типичный результат для 15-слойного зеркала, у которого степени неоднородности материалов с высоким и низким показателями преломления $\delta_H = -0{,}1$ и $\delta_L = -0{,}08$. Хотя на приводимом графике и видны небольшие количественные расхождения, их качественный вид одинаков. При вдвое меньших значениях коэффициентов неоднородности (что более соответствует значениям, встречающимся на практике), графики становятся неразличимыми на глаз.

Заключение

Полученное нами приближение для определения коэффициентов пропускания многослойных покрытий со слабо неоднородными слоями требует задания для каждого слоя только одного дополнительного параметра — степени неоднородности. Но, несмотря на свою простоту, оно оказалось очень точным как качественно, так и количественно. Эта простота может явиться принципиальным моментом для разработки в будущем методов синтеза систем со слабо неоднородными слоями.

Литература

1. *Jacobson R.* // Progress in Optics / Ed. E. Wolf. North-Holland, Amsterdam, 1966. V. 5. P. 247.
2. *Jacobson R.* // Physics of Thin Films. / Eds. G. Hass, M. H. Francombe, R. W. Hoffman. N. Y.: Academic Press, 1975. V. 8. P. 51.
3. *Kildemo M., Hunderi O., Drevillon B.* // J. Opt. Soc. Am. 1997. **A14**. P. 931.
4. *Borgogno J.P., Lazarides B., Pelletier E.* // Appl. Opt. 1982. **21**. P. 4020.
5. *Borgogno J.P., Flory F., Roche P.* et al. // Appl. Opt. 1984. **23**. P. 3567.
6. *Carniglia C.K.* // J. Opt. Soc. Am. 1990. **A7**. P. 846.
7. *Lariviere G.P. de, Frigerio J.M., Rivory J., Abeles F.* // Appl. Opt. 1992. **31**. P. 6056.
8. *Schröder H.* // Ann. der Physik. 1941. **39**. P. 55.
9. *Furman Sh., Tikhonravov A.V.* Basics of Optics of Multilayer Systems. Gif-sur-Yvette: Edition Frontières, 1992.

Поступила в редакцию
06.04.98