КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.12.01

МАССОВЫЙ ОПЕРАТОР b-КВАРКА ВО ВНЕШНЕМ НЕАБЕЛЕВОМ ХРОМОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Ч. Жуковский, И. В. Мамсуров

(*кафедра теоретической физики*)

На основе эффективного лагранжиана для процесса радиационного распада b-кварка рассмотрен массовый оператор b-кварка в фоновом неабелевом хромомагнитном поле. Вычислена мнимая часть массового оператора в однопетлевом приближении, пропорциональная вероятности радиационного распада b-кварка, с точным учетом фонового поля.

В данной заметке мы рассмотрим влияние ненулевого глюонного конденсата квантовой хромодинамики (КХД) [1, 2] в модели ферромагнитного вакуума [3] на процесс распада b-кварка на виртуальный фотон и s-кварк [4, 5]. Поскольку вероятность такого распада пропорциональна мнимой части массового оператора (МО) b-кварка, нашей задачей будет нахождение этой мнимой части в присутствии фонового хромомагнитного поля, моделирующего глюонный конденсат. Исходя из эффективного гамильтониана для процесса $B \to X_s + \gamma$ (см., напр., [5]) МО b-кварка в однопетлевом приближении можно выразить в импульсном представлении следующим образом:

$$M(q) = -im_b^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\Big(-iD_{\mu\nu}(k)\Big)[\gamma^\mu, \hat{k}] \times \\ \times \frac{(1-\gamma_5)}{2}\Big(iS(p)\Big)\frac{(1+\gamma_5)}{2}[\hat{k}, \gamma^\nu], \tag{1}$$

где m_b — масса b-кварка, q — импульс b-кварка, p — импульс виртуального s-кварка, $k = q - p$ — импульс виртуального фотона, $\hat{k} = \gamma_\mu k^\mu$, $D_{\mu\nu}$ — фотонный пропагатор в фейнмановской калибровке, определяемый выражением

$$D_{\mu\nu}(k) = \frac{g_{\mu\nu}}{k^2 + i\cdot 0},$$

$S(p)$ — пропагатор s-кварка в фоновом хромомагнитном поле с потенциалами A_μ:

$$S(p) = \frac{1}{\gamma^\mu(p_\mu + gA_\mu) - m_s + i\cdot 0}. \tag{2}$$

Ограничиваясь для простоты моделью КХД с группой $SU(2)$, где $A_\mu = (1/2)\tau^a A_\mu^a$ (τ^a — матрицы Паули), зададим потенциалы фонового поля в следующем виде: $A_0^a = A_3^a = 0$, $A_1^a = \sqrt{\lambda}\delta_1^a$, $A_2^a = \sqrt{\lambda}\delta_2^a$. Тогда выражение (2) приобретает вид

$$S(p) = \left[\gamma^\mu\left(p_\mu + \frac{1}{2}\sqrt{2\xi}\tau^a\delta_\mu^a\right) + m_s\right] \times \\ \times \left(p^2 - m_s^2 - \xi - \sqrt{2\xi}p^a\tau^a - i\xi\gamma_1\gamma_2\tau_3\right) \times \\ \times \left[(p_0^2 - E_1^2)(p_0^2 - E_2^2)\right]^{-1},$$

где $E_{1,2}^2 = \mathbf{p}^2 + m_s^2 + \xi + \eta\sqrt{2\xi p_-^2 + \xi^2}$; $\eta = \pm 1$; $\xi = g^2\lambda/2$. Заметим сразу, что мы выбираем систему отсчета, где b-кварк покоится, т. е. $\mathbf{q} = 0$.

В дальнейшем нас будет интересовать только мнимая часть (1). Вначале извлечем полезную для нас информацию, исходя из общего вида данного интеграла. Определим прежде всего матричную структуру подынтегрального выражения:

$$M(p) = -im_b^2 \times \\ \times \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}[c_0(p) + c_1(p)\tau_1 + c_2(p)\tau_2 + c_3(p)\tau_3], \tag{3}$$

где коэффициенты $c_i(p)$ имеют вид

$$\begin{aligned} c_0 &= -8(1-\gamma_5)\gamma_0 b_0; \\ c_1 &= 8(1-\gamma_5)\sqrt{2\xi}\gamma_1\{b_1^1 - (1/2)b_1^2\}; \\ c_2 &= 8(1-\gamma_5)\sqrt{2\xi}\gamma_2\{b_2^1 - (1/2)b_2^2\}; \\ c_3 &= 4(1-\gamma_5)(-i\xi)\gamma_0\gamma_1\gamma_2\{b_3^0 - b_3^1 - b_3^2 + b_3^3\}. \end{aligned} \tag{4}$$

Величины b, стоящие в последних выражениях (4), определяются следующим образом (верхние индексы для отличия от показателя степени обозначаются цифрой со шляпкой):

$$b_0 = \frac{(pk)k^{\hat{0}}(p^2 - m^2 - \xi)}{k^2(p_0^2 - E_1^2)(p_0^2 - E_2^2)},$$

$$b_\alpha^1 = \frac{(p^\alpha)^2(p^2 - m^2)}{k^2(p_0^2 - E_1^2)(p_0^2 - E_2^2)},$$

$$b_\alpha^2 = -\frac{(kp)(p^\alpha)^2}{k^2(p_0^2 - E_1^2)(p_0^2 - E_2^2)},$$

$$b_3^\sigma = \frac{(k^\sigma)^2 p_0}{k^2(p_0^2 - E_1^2)(p_0^2 - E_2^2)},$$

$$b_3^3 = \frac{k^{\hat{0}} k^{\hat{3}} p_3}{k^2(p_0^2 - E_1^2)(p_0^2 - E_2^2)},$$

где $\alpha = 1, 2$; $\sigma = 0, 1, 2$.

Мнимая часть $M(p)$ имеет ту же матричную структуру, что и сам МО (3) с заменой интегралов от b по импульсу коэффициентами B. Вводя обозначения $\alpha = 1 - \xi/(2q^2)$; $L_0 = (q^2 - m^2 - \xi)/2q$, выпишем окончательные результаты для этих коэффициентов:

$$B_0 = \frac{-m_b^2\pi^3}{(2\pi)^4}\sqrt{\frac{2}{\xi}}\frac{1}{2\sqrt{\alpha}}\left\{\frac{L_0(1-\alpha)}{4\alpha^3}\Big(4L_0^2 + \right.$$
$$+(2L_0^2+\xi)(3-\alpha)\Big)Q - \frac{1}{\alpha^2}\Big(L_0^2 + (1-\alpha)\times$$
$$\left.\times\Big(3L_0^2 + \frac{\xi}{2}\Big)\Big)P - \frac{L_0}{2\alpha}(3-\alpha)G + \frac{1}{3}S\right\},$$

$$B_1^1 = B_2^1 = \frac{-m_b^2\pi^3}{(2\pi)^4}\frac{1}{\sqrt{2\xi}}\frac{1}{2q\sqrt{\alpha}}\left\{\left[\left(\frac{L_0^2}{\alpha^2}D + \frac{\xi}{4q^2\alpha}\times\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\Big(\frac{\xi}{2} + \frac{L_0^2}{\alpha}\Big)\Big(D - \frac{4qL_0}{\alpha}\Big)\right) - \frac{D}{2}\Big(\frac{\xi}{2} + \frac{L_0^2}{\alpha}\Big)\right]Q +$$
$$+\left[\frac{2L_0}{\alpha}\Big(\frac{qL_0}{\alpha} - D\Big) + \frac{\xi}{2q\alpha}\Big(\frac{\xi}{2} + \frac{L_0^2}{\alpha}\Big)\right]P +$$
$$+\left[\frac{1}{2}\Big(\frac{4qL_0}{\alpha} - D\Big) - \frac{q^2\alpha}{\xi}D\right]G -$$
$$\left.-\frac{2q}{3}\left[1 + \frac{2q^2\alpha}{\xi}\right]S\right\},$$

$$B_1^2 = B_2^2 = \frac{m_b^2\pi^3}{(2\pi)^4\cdot 2\xi\sqrt{2\xi\alpha}}\left\{\frac{L_0\xi}{4q^2}\Big(\frac{\xi}{4\alpha} + \frac{L_0^2}{2\alpha} - \xi\Big)Q - \right.$$
$$\left.-\frac{\xi}{4q^2}\Big(\frac{\xi}{2\alpha} + \frac{L_0^2}{\alpha} - \xi\Big)P - \frac{L_0}{2}G + \frac{1}{3}S\right\},$$

$$B_3^0 = \frac{-m_b^2\pi^3}{(2\pi)^4}\sqrt{\frac{2}{\xi}}\frac{1}{2q\sqrt{\alpha}}\left\{\Big(\frac{L_0}{\alpha}\Big(q - \frac{L_0}{\alpha}\Big) - \right.$$
$$\left.-\frac{\xi}{4q^2\alpha}\Big(\frac{\xi}{2} + \frac{L_0^2}{\alpha}\Big)\Big)Q - \Big(q - \frac{2L_0}{\alpha}\Big)P + \frac{1}{2}G\right\},$$

$$B_3^3 = \frac{m_b^2\pi^3}{(2\pi)^4}\frac{2q\sqrt{\alpha}}{\xi\sqrt{2\xi}}\left\{\Big(q - \frac{L_0}{\alpha}\Big)\frac{\xi}{4q^2\alpha}\Big(\frac{\xi}{2} + \frac{L_0^2}{\alpha}\Big)Q + \right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\Big(q - \frac{L_0}{\alpha}\Big)G + \frac{1}{3}S\right\},$$

$$B_3^1 = B_3^2 = \frac{1}{2}(B_3^0 + B_3^3),$$

где

$$Q = \arcsin\frac{\hat{L}_2^+}{\sqrt{B}} + \arcsin\frac{\hat{L}_2^-}{\sqrt{B}} - \arcsin\frac{\hat{L}_1^+}{\sqrt{B}} - \arcsin\frac{\hat{L}_1^-}{\sqrt{B}},$$

$$P = \hat{B}_2^+ + \hat{B}_2^- - \hat{B}_1^+ - \hat{B}_1^-,$$

$$G = \Big(\hat{L}_2^+\Big)\hat{B}_2^+ + \Big(\hat{L}_2^-\Big)\hat{B}_2^- - \Big(\hat{L}_1^+\Big)\hat{B}_1^+ - \Big(\hat{L}_1^-\Big)\hat{B}_1^-,$$

$$S = \Big(\hat{B}_2^+\Big)^3 + \Big(\hat{B}_2^-\Big)^3 - \Big(\hat{B}_1^+\Big)^3 - \Big(\hat{B}_1^-\Big)^3,$$

$$B = \frac{\xi(\xi + 2L_0^2)}{4q^2\alpha^2}, \quad \hat{L}_{1,2}^\pm = L_{1,2}^\pm - \frac{L_0}{\alpha},$$

$$\hat{B}_{1,2}^\pm = \sqrt{B - \Big(\hat{L}_{1,2}^\pm\Big)^2}, \quad D = q^2 - m^2 - 2q\frac{L_0}{\alpha}.$$

Таким образом, формулы (3) и (4) с учетом последних соотношений определяют явный вид мнимой части МО b-кварка с точным учетом фонового поля, моделирующего глюонный вакуумный конденсат. Среднее значение мнимой части МО на основании оптической теоремы и определяет вероятность распада b-кварка. Более того, используя дисперсионные соотношения, из найденной мнимой части можно получить также и действительную часть МО.

Литература

1. *Gell-Mann M., Oakes R., Renner B.* // Phys. Rev. 1968. **175.** P. 2195.
2. *Shifman M.A., Vainshtein A.J., Zakharov V.I.* // Nucl. Phys. 1979. **B147.** P. 385, 448.
3. *Savvidy G.K.* // Phys. Lett. 1977. **B71**. P. 133.
4. *Kyatkin A.* // Phys. Lett. 1995. **B361**. P. 105.
5. *Григорук А.Е., Жуковский В.Ч.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. №1. С. 20 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 1. P. 27).

Поступила в редакцию
15.01.99