

РАДИОФИЗИКА

УДК 537.52

УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ПЛАЗМЫ И ГРАНИЧНОГО СЛОЯ
ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА
С УЧЕТОМ СТОЛКНОВЕНИЙ ИОНОВ

С. А. Двинин, В. А. Довженко, А. А. Кузовников

(кафедра физической электроники)

Предложено интегро-дифференциальное уравнение, обобщающее уравнение плазмы и слоя Ленгмюра и Тонкса, в котором учтена возможность перезарядки ионов на нейтралах в разряде. Это уравнение позволяет корректно рассмотреть переход разряда от режима свободного пробега ионов к диффузионному в чистых газах. Приведены численные решения уравнения.

Одной из проблем в физике газового разряда является учет плавного перехода от бесстолкновительного режима движения ионов к стенке, при котором длина свободного пробега иона λ много больше характерного размера плазмы L [1], к столкновительному ($L \gg \lambda$) [2]. Данная задача нелокальна, и поэтому она должна учитывать возможность нарушения квазинейтральности плазмы вблизи стенок разрядной трубки, а также вероятностный характер столкновений ионов с атомами при постоянной длине свободного пробега, характерной для перезарядки в сильных полях. В настоящей работе получено интегро-дифференциальное уравнение, позволяющее проанализировать как область квазинейтральной плазмы (столкновительную область и кнудсеновский слой), так и область слоя пространственного заряда и описывающее плавный переход от низких к средним давлениям, когда уже можно использовать гидродинамическое приближение с последующим переходом к диффузионному режиму. Поскольку газовый разряд при низких и средних давлениях используется довольно часто, в том числе и в современных плазменных технологиях [3, 4], решение данной задачи имеет не только научный, но и практический интерес.

Разряд считаем расположенным в ограниченной области пространства вдоль одной из координат ($|x| \leq L$). Зависимость параметров плазмы от других координат отсутствует. Геометрия разряда может быть плоской, цилиндрической ($x \equiv r$) или сферической ($x \equiv r$). По аналогии с теориями Ленгмюра–Тонкса [1] и Шоттки [2] предполагаются выполненными следующие условия.

1. Плазменный столб состоит из электронов, нейтралов и однозарядных ионов одного сорта.

2. Функция распределения электронов по энергиям не зависит от координат и имеет максвелловский вид.

3. Основной механизм ионизации — прямая ионизация электронным ударом из основного состояния, а рекомбинации — рекомбинация на стенках.

4. Кроме этих трех стандартных предположений, используемых в теории положительного столба, при-

нимаем, что все столкновения ионов с нейтралами сопровождаются перезарядкой (пренебрегаем упругими столкновениями ионов). Энергию ионов, образовавшихся в результате перезарядки, считаем нулевой. Это наиболее жесткое предположение, так как сечение перезарядки превышает сечение упругого столкновения лишь при взаимодействии атома с собственным ионом [5]. Поэтому, приняв условие 4, мы исключаем из рассмотрения разряд в смеси газов.

5. Распределение потенциала в плазме предполагаем монотонным.

При записи уравнений используются безразмерные переменные: $\eta = -(e\varphi/kT_e)$, $s'' = x''/L$, $s' = x'/L$, $s = x/L$, $V_x = V_i/V_S$, $\tilde{\lambda} = \lambda/L$ и $\alpha = (R_D/L)^2$, где e — элементарный заряд, k — постоянная Больцмана, $\varphi(x)$ — потенциал ($\varphi(0) = 0$), V_i — скорость ионов, T_e — температура электронов, $V_S = \sqrt{kT_e/M}$ — ионно-звуковая скорость, $R_D = \sqrt{kT_e/4\pi e^2 n_0}$ — радиус Дебая, n_0 — плотность электронов в центре разряда, M — масса иона, а также обозначения N_e , N для плотности электронов и ионов соответственно.

Из условий равновесия газа электронов с электрическим полем получаем

$$N_e = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{kT_e}\right) = n_0 \exp(-\eta). \quad (1)$$

Движение каждого отдельного иона между столкновениями удовлетворяет уравнению Ньютона. Ионы, родившиеся в окрестности ds' точки s' и прошедшие путь от s' к s без столкновений, создают в окрестности ds точки s число ионов

$$dN^{(1)}(s, s') ds = \left(\frac{s'}{s}\right)^\mu \frac{ds ds'}{V_x} \nu_i(s') N_e(s') \exp\left(-\frac{s-s'}{\tilde{\lambda}}\right)$$

($\mu = 0, 1, 2$ для плоской, цилиндрической и сферической геометрий). Оставшиеся ионы испытали перезарядку хотя бы один раз. Ионы, родившиеся в окрестности ds' точки s' и последний раз переа-

рядившиеся в окрестности ds'' точки s'' , создают в окрестности ds точки s число ионов

$$d^2 N^{(2)}(s, s', s'') ds = \left(\frac{s'}{s}\right)^\mu \frac{\nu_i(s') N_e(s') ds' ds'' ds}{\sqrt{2(\eta(s'') - \eta(s'))}} \frac{1}{\tilde{\lambda}} \exp\left(-\frac{s-s''}{\tilde{\lambda}}\right).$$

Интегрируя по s'' от s' до s , складывая $dN^{(1)}$ и $dN^{(2)}$ и интегрируя затем по всем точкам рождения s' от 0 до s , получим

$$N(s) = \int_0^s \left(\frac{s'}{s}\right)^\mu \nu_i(s') N_e(s') ds' \times \left\{ \frac{\exp\{-(s-s')/\tilde{\lambda}\}}{\sqrt{2(\eta(s') - \eta(s))}} + \int_{s'}^s \frac{1}{\tilde{\lambda}} ds'' \frac{\exp\{-(s-s'')/\tilde{\lambda}\}}{\sqrt{2(\eta(s'') - \eta(s))}} \right\}. \quad (2)$$

Подставляя выражения для плотностей электронов (1) и ионов (2) в уравнение Пуассона и изменяя порядок интегрирования в двойном интеграле, приходим к уравнению

$$\frac{\alpha}{s^\mu} \frac{d}{ds} s^\mu \frac{d\eta}{ds} = - \left\{ \exp\{-\eta(s)\} - \frac{\nu_i L}{V_S s^\mu} \int_0^s ds' \frac{\exp\{-(s-s')/\tilde{\lambda}\}}{\sqrt{2(\eta(s) - \eta(s'))}} \times \right. \\ \left. \times \left\{ s'^\mu \exp\{-\eta(s)\} + \frac{1}{\tilde{\lambda}} \int_0^{s'} s''^\mu ds'' \exp\{-\eta(s)\} \right\} \right\}. \quad (3)$$

Граничные условия для уравнения (3)

$$\frac{d\eta}{ds}(0) = 0, \quad (4a)$$

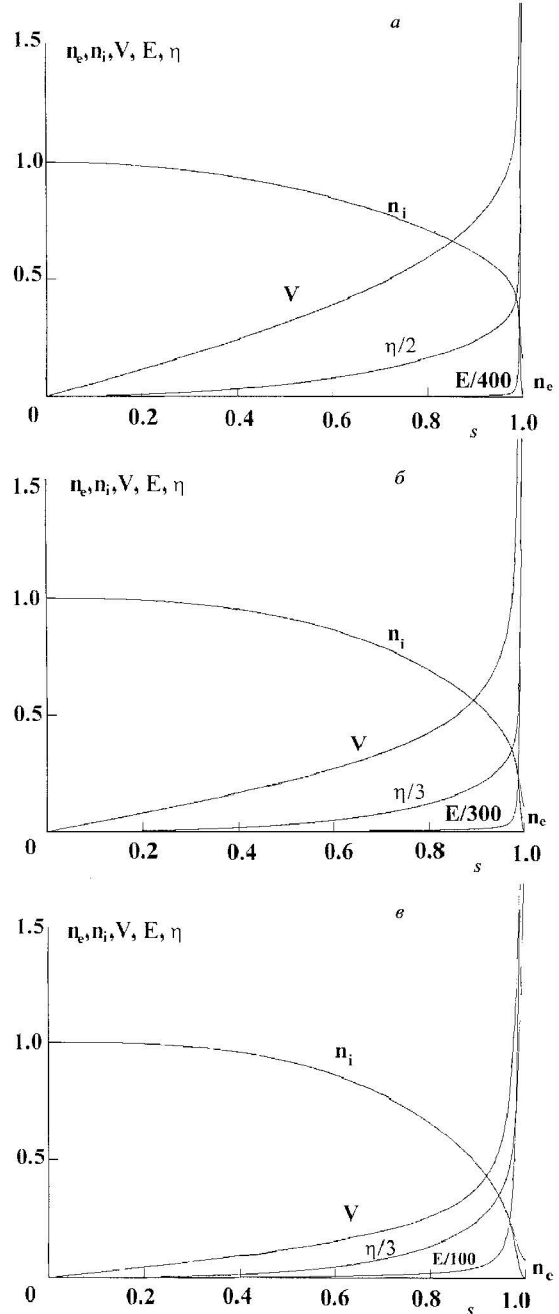
$$\left\{ \int_0^s \left(\frac{s'}{s}\right)^\mu \nu_i \exp(-\eta) dx' - \gamma \frac{1}{4} \frac{V_t}{V_S} \exp(-\eta) \right\} \Big|_{s=1} = 0 \quad (4b)$$

являются следствием симметрии плазменного столба и равенства тока ионов (первое слагаемое в (4б)) и электронов (второе слагаемое) на стенку. Коэффициент γ , близкий к единице, учитывает отклонение от максвелловского распределения, связанное с обеднением функции распределения электронов по энергиям в области больших энергий [6], $V_t = \sqrt{8kT_e/\pi m}$ (m — масса электрона).

Уравнение (3), которое будем в дальнейшем называть столкновительным уравнением плазмы и слоя, относится как к диффузионному режиму [2], так и к режиму свободного пробега ионов [1] в газовом разряде и позволяет корректно описывать как область квазинейтральной плазмы, так и область слоя пространственного заряда при размерах плазмы L от нуля до нескольких десятков длин свободного пробе-

га. При $\tilde{\lambda} \rightarrow \infty$ (3) переходит в известное уравнение плазмы и слоя [1, 7], а при $\tilde{\lambda} \rightarrow 0$ интегралы в правой части вычисляются, что приводит к гидродинамическому приближению. Собственным значением (3) является величина $Z = (\nu_i L / V_S)$. Использование условия 5 необходимо, чтобы подкоренные выражения в (3) были неотрицательными.

В гидродинамическом приближении аналогичный переход от больших к малым длинам свободного



Пространственное распределение параметров плазмы: n_e и n_i — плотности электронов и ионов соответственно, отнесенные к плотности электронов в центре плазмы; V — скорость течения ионов, отнесенная к ионно-звуковой; η , E — безразмерные потенциал и электрическое поле в плазме при различных условиях, рассчитанные с помощью уравнения (3) при учете слабой неквазинейтральности: а — $\lambda/L = 170$, $R_D/L = 0,0017$, $Z = 0,59$; б — $\lambda/L = 0,25$, $R_D/L = 0,0025$, $Z = 0,41$; в — $\lambda/L = 0,042$, $R_D/L = 0,0042$, $Z = 0,24$

пробега для квазинейтральной плазмы ($R_D = 0$) осуществил Перссон [8], предполагая независимость частоты столкновений ионов от их энергии, что при малых длинах свободного пробега не всегда верно.

При $\alpha = 0$ граничное условие (4б), как и в случае уравнения плазмы и слоя, заменяется условием

$$\left. \frac{d\eta}{ds} \right|_{s=1} = \infty. \quad (4в)$$

Приведем результаты расчета параметров плазмы по уравнению (3) при конечном, но малом радиусе Дебая для плоской геометрии, так как именно этот случай характерен для современных плазмохимических реакторов. На рисунке приведено пространственное распределение параметров плазмы при различной величине длины свободного пробега иона: от 170 (это практически соответствует режиму свободного пробега ионов) до 0,042. При длине свободного пробега ионов свыше 10, когда применим режим свободного пробега, кривые почти совпадают. Когда длина свободного пробега уменьшается до величины, составляющей две полуширины столба, частота ионизации, необходимая для поддержания разряда, падает на 10%. Пространственное распределение плотности плазмы при длине свободного пробега 0,01 отличается от синусоидального, следующего из теории Шоттки. Это связано с тем, что интегральное уравнение соответствует режиму сильного поля, когда подвижность ионов обратно пропорциональна корню из напряженности электрического поля, в то время как в

теории Шоттки предполагается постоянная подвижность. Квазинейтральность решения нарушается при скорости течения плазмы, которая с точностью до ошибок численного интегрирования уравнения равна ионно-звуковой, несмотря на то что функция распределения ионов по энергиям не моноэнергетична.

Уравнение (3) позволяет также получить самосогласованное решение для функции распределения по скоростям ионов, бомбардирующих границу твердого тела, в частности, оно может быть использовано при анализе процессов в плазмохимических реакторах низкого давления.

Литература

1. Langmuir I., Tonks L. // Phys. Rev. 1929. **34**. P. 876.
2. Schottky W. // Physikalische Zeitschrift. 1924. **25**. P. 342, 635.
3. Ивановский Г.Ф., Петров В.И. Ионно-плазменная обработка материалов. М.: Радио и связь, 1986.
4. Musil J. // Microwave Plasma and Its Applications / Ed. Yury A. Lebedev. M.: The Moscow Physical Society, 1995. P. 318.
5. Мак-Даниэль И. Процессы столкновений в ионизованных газах. М.: Мир, 1967. Гл. 6.
6. Бакиит Ф.Г., Мойжес Б.Я., Немчинский В.А. // ЖТФ. 1967. **37**. С. 729.
7. Голубев В.С.// Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971. С. 235.
8. Persson K.B. // Phys. Fluids. 1962. **5**. P. 1625.

Поступила в редакцию
10.06.98

УДК 519. 246, 524

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНОГО МАКСИМУМА КОРРЕЛИРОВАННОЙ СТАЦИОНАРНОЙ ГАУССОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

А. В. Гусев

(ГАИИШ)

Рассчитана функция распределения абсолютного максимума коррелированной стационарной гауссовой последовательности. В окончательную формулу входят функции Оуэна $T(c, a)$, табулированные для широкого интервала возможных значений аргументов c и a . Основные результаты конкретизированы для вычисления аномальных ошибок при поиске астро-гравитационной корреляции.

Введение

Необходимость учитывать особенности распределения абсолютного максимума (наибольшего значения) реализации стационарного гауссова случайного процесса возникает во многих прикладных задачах. Важным примером таких задач является оценивание по методу максимального правдоподобия неизвестного параметра $l \in (l_{\min}, l_{\max})$ полезного сигнала $s(t, l)$, принимаемого на фоне гауссовых помех [1]. Действительно, при большой длительности априорного интервала $(l_{\min}, l_{\max})$ возможных значений неизвестного параметра l , значительно превосходящей эффективную длительность $\hat{l}$ функции $S(l_1, l_2)$, необходимо учитывать наличие аномальных ошибок.

Аномальные ошибки обусловлены шумовыми выбросами на выходе оптимального приемника. Так как максимально-правдоподобная оценка l_m определяется по положению глобального максимума выходного сигнала оптимального приемника, для расчета аномальной ошибки приходится учитывать распределение абсолютного максимума реализации помехи на выходе оптимального приемника.

Пусть T — длительность реализации стационарного дифференцируемого (в среднеквадратическом) гауссова случайного процесса $n(t)$, $0 \leq t \leq T$, с нулевым средним значением и функцией корреляции

$$K(\tau) = \sigma^2 R(\tau),$$