

где  $F_c$  и  $\rho_2$  — свободная энергия и двухчастичная функция распределения, рассчитанные для системы со сферически симметричным потенциалом межмолекулярного взаимодействия.

Рассчитанное нами с использованием (22) значение постоянной решетки при 50 К составляет  $a = 6,81 \text{ \AA}$ . Экспериментальное значение  $a_{\text{exp}} = 6,757 \text{ \AA}$  [3], а по другим данным —  $6,83 \text{ \AA}$  [5].

### Заключение

Предложенный метод определения свободной энергии системы с помощью корреляционного разложения ячеечно-кластерного типа при использовании двухцентровой модели потенциала межмолекулярного взаимодействия позволяет с хорошей степенью точности описать структуру всех трех фаз твердого кислорода. Таким образом, двухцентровый потенциал является базовой моделью для потенциала взаимодействия молекул кислорода. Дальнейший учет квантовых и спиновых свойств системы приводит лишь к некоторому уточнению характеристик. Основные же параметры структуры решетки определяются глав-

ным образом двухцентровой частью потенциала взаимодействия между молекулами.

### Литература

1. Calleja M., Rickayzen G. // Phys. Rev. Lett. 1995. **74**. P. 4452.
2. Криокристаллы. Киев: Наукова думка. 1983.
3. Крупский И.Н., Прохвятилов А.И., Фрейман Ю.А., Эдинбург А.М. // Физ. низ. температур. 1979. **5**, №3. С. 271.
4. Свойства конденсированных фаз твердого кислорода и водорода: Справочник. Киев: Наукова думка. 1984.
5. Тонков Е.Ю. Фазовые диаграммы элементов при высоком давлении. М.: Наука, 1979. С. 71–72.
6. Химическая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1990. С. 387.
7. McDowell Sean A.C. // J. Chem. Phys. 1996. **105**, № 10. P. 4180.
8. Зыков Н.А., Севастьянов Р.М., Чернявская Р.А. // Инж.-физ. журнал. 1984. **47**, №1 С. 108.
9. Базаров И.И. Термодинамика. М.: Высшая школа, 1983.
10. Николаев П.Н. // Тез. докл. IV Всесоюз. науч. конф. «Кинетические и газодинамические процессы в неравновесных средах». М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. С. 202.

Поступила в редакцию  
14.10.98

УДК 537.84

## ОБ ЭВОЛЮЦИИ ДВУМЕРНЫХ ОБЛАСТЕЙ ИНВЕРСИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК

А. А. Быков, В. Ю. Попов

(кафедра математики)

Показано, что площадь области инверсии магнитного поля в спиральной галактике линейно убывает со временем вне зависимости от формы области инверсии. Такая линейная связь обусловлена тем, что скорость дрейфа переходного слоя, ограничивающего область инверсии, пропорциональна его кривизне (или, что то же самое, обратно пропорциональна радиусу кривизны). Вычислено время жизни области инверсии произвольной формы, которое оказалось пропорциональным начальной площади области инверсии. Исследована эволюция многосвязных областей инверсии (т. е. областей, содержащих внутри себя дополнительные области инверсии).

### Введение

Настоящая работа продолжает работы [1–3], в которых были исследованы законы эволюции областей инверсии (ОИ) магнитного поля в одномерном приближении. Показано, что основным фактором, определяющим эволюцию двумерной ОИ, является кривизна переходного слоя (ПС), ограничивающего ОИ.

Данные наблюдений [4] показывают, что вектор магнитного поля в некоторых ближайших спиральных галактиках (напр., M51, M81) параллелен плоскости диска и направлен под углом примерно  $12\text{--}18^\circ$  по отношению к азимутальному направлению. Направление магнитного поля в большей части галактического диска постоянно, но имеются достаточно большие области, где направление меняется на противоположное. Эти области называются областями инверсии. На границе области инверсии образуется ПС, который выглядит как искривленная полоса

примерно постоянной толщины. Внутри ПС вектор напряженности меняет направление на противоположное. В настоящей работе мы показываем, что скорость дрейфа ПС пропорциональна его кривизне. Таким образом, площадь области инверсии магнитного поля в спиральной галактике линейно убывает со временем вне зависимости от формы области инверсии.

Для описания магнитного поля спиральной галактики мы используем двумерную модель, включающую турбулентную диффузию магнитного поля, нелинейный процесс генерации в однородной среде и перенос с заданной скоростью. Тем самым мы пренебрегаем неоднородностью поля в направлении поперек диска и неоднородностью параметров галактики внутри галактических рукавов и в межрукавном пространстве. Это оправданно, так как толщина диска типичных спиральных галактик примерно в 50–100 раз меньше диаметра. Таким образом,

области инверсии неустойчивы и достаточно быстро разрушаются со временем. Несмотря на это, существование устойчивых областей инверсии может быть обусловлено нелинейными процессами генерации магнитного поля в неоднородной турбулентной среде [5].

### Закон линейного убывания площади двумерной односвязной ОИ

Будем исходить из того, что структура магнитного поля в тонком галактическом диске определяется процессами диффузии, переноса и генерации. Заметим, что из результатов [5–7] следует, что магнитное поле в каждой точке галактического диска имеет вполне определенное направление по отношению к локальному радиус-вектору. Напряженность магнитного поля можно поэтому рассматривать как скалярную величину, которая может принимать положительные и отрицательные значения.

При малых напряженностях магнитного поля процесс генерации линеен, а при приближении к заданному уровню насыщения эффективность генерации уменьшается. При превышении заданного уровня насыщения генерация сменяется затуханием. Для простоты в данной работе мы считаем уровень насыщения константой, не зависящей от координат и времени. По прошествии достаточно большого времени магнитное поле в обширных областях достигает уровня насыщения, на границах областей с полем противоположного направления формируется ПС, внутри которого направление магнитного поля меняется на противоположное. При определенных начальных условиях в результате действия перечисленных процессов может сформироваться ОИ магнитного поля.

Для описания эволюции напряженности магнитного поля можно использовать скалярное уравнение диффузии с генерацией и переносом [4, 5]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V_x \frac{\partial u}{\partial x} + V_y \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F, \quad (1)$$

где  $F = \gamma(u)u$ ,  $\gamma(u) = \gamma_0 [1 - (u/U)^2]$  — коэффициент генерации, зависящий от напряженности поля,  $U$  — уровень насыщения генерации,  $\gamma_0$  — коэффициент генерации в приближении слабого поля. Векторное поле скорости переноса  $\mathbf{V}$  считаем заданным. Толщина ПС может быть выражена приближенно формулой [1]  $\Pi \approx \sqrt{\mu/\gamma_0}$ , где  $\mu$  — коэффициент диффузии,  $\gamma_0$  — коэффициент генерации. Коэффициент диффузии  $\mu$  считаем малым, так что толщина ПС много меньше размера системы.

Если диаметр области много больше  $\Pi$ , то после завершения быстрого процесса установления ПС положение ПС определяется начальными условиями. Затем начинается медленный дрейф ПС, направление и скорость которого в однородной среде, как будет показано ниже, определяются только геометрией самого ПС.

Мы рассматриваем эволюцию ОИ поля в виде одного или нескольких пятен простейшей формы,

которые могут содержать внутри себя пятна с магнитным полем противоположного знака.

Вычислим сначала скорость перемещения ПС для ОИ, имеющей форму круга радиуса  $R(t)$ , в котором  $u > 0$ . Поместим начало координат в центр круга и предположим, что скорость  $\mathbf{V}$  имеет только радиальную компоненту  $V = V_r$ . В полярной системе координат уравнение (1) можно привести к виду

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \left( V - \frac{\mu}{r} \right) \frac{\partial u}{\partial r} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \gamma u \left[ 1 - \left( \frac{u}{U} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

Это уравнение эквивалентно одномерному нелинейному уравнению диффузии (1) со скоростью переноса  $V_{\text{eff}} = V + V_{\text{curv}}(r)$ , где  $V_{\text{curv}}(r) = -\mu/r$ . Поле скоростей  $V_{\text{curv}}(r)$  направлено вдоль радиуса, в окрестности ПС, который в данном случае лежит на окружности радиуса  $R(t)$ , дополнительная скорость дрейфа ПС равна

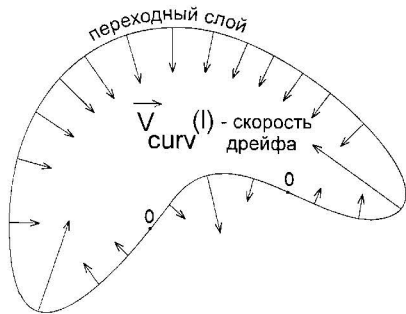
$$V_{\text{curv}}(R) = -\frac{\mu}{R}. \quad (3)$$

Знак «минус» в (3) означает, что дрейф ПС направлен внутрь круга.

Рассмотрим влияние кривизны ПС в чистом виде, для чего примем скорость переноса равной нулю:  $\mathbf{V} = 0$ . Из (2) следует, что круговая ОИ в ходе эволюции остается круговой. Производная радиуса по времени определяется соотношением (3), поэтому  $R(t) = \sqrt{2\mu(t_0 - t)}$ ,  $t < t_0$ , постоянная интегрирования  $t_0$  определяет момент разрушения ОИ. Следовательно, площадь ОИ  $S = \pi R^2(t) = 2\pi\mu(t_0 - t)$  убывает с течением времени по линейному закону, а время жизни ОИ, радиус которой при  $t = 0$  равен  $R_0$ , можно вычислить по формуле  $t_0 = S_0/(2\pi\mu)$ , где  $S_0 = \pi R_0^2$  — начальная площадь ОИ. Эти формулы справедливы только при условии  $R \gg \Pi$ . На позднем этапе разрушения круговой ОИ, когда  $R \simeq \Pi$ , скорость перемещения ПС возрастает по сравнению со значением, определяемым формулой (3).

Теперь рассмотрим эволюцию плоской ОИ произвольной формы. Покажем, что формула для времени жизни  $t_0 = S_0/(2\pi\mu)$  остается верной и в этом случае. Предположим, что скорость дрейфа ПС в направлении, перпендикулярном линии ПС, определяется формулой (3), в которой радиус круга нужно заменить на радиус кривизны кривой ПС в данной точке (рисунок). Таким образом, скорость дрейфа определяется радиусом кривизны, а направление перемещения ПС — положением центра кривизны ПС.

Пусть ОИ односвязная, т. е. внутри ОИ не имеется ПС. Покажем сначала, что если радиус кривизны  $R$  во всех точках ПС, ограничивающего односвязную ОИ, много больше  $\Pi$ , то площадь односвязной ОИ произвольной формы линейно уменьшается на величину  $2\pi\mu$  за единицу времени. Пусть  $L$  — замкнутый контур, ограничивающий односвязную ОИ. Обозначим переменную длину дуги вдоль  $L$  через  $l$ . Скорость



Направление дрейфа ПС

убывания площади ОИ  $S$  равна  $dS/dt = \oint_L V_{curv} dl$ ,

где  $V_{curv}(l)$  — скорость дрейфа контура  $L$  в направлении внешней нормали. Применим формулу (3) для  $V_{curv}$  и учтем, что локальный радиус кривизны выражается формулой  $R = dl/d\varphi$ , где  $\varphi$  — направляющий угол касательной к  $L$ . Учитывая, что интеграл по замкнутому контуру от  $d\varphi$  равен  $2\pi$ , получим

$$\frac{S}{t} = -2\pi\mu. \quad (4)$$

Итак, площадь произвольной односвязной ОИ уменьшается с постоянной скоростью (4), которая не зависит от формы ОИ. Время жизни ОИ с заданной начальной площадью  $S_0$  составляет

$$t_0 = \frac{S_0}{2\pi\mu}. \quad (5)$$

Для ОИ круговой формы эта формула дает результат, совпадающий с полученным выше.

Теперь рассмотрим эволюцию неодносвязных ОИ. Пусть ОИ ограничена внешним контуром  $L_0$ , внутри которого имеется  $M$  областей инверсии противоположной полярности, ограниченных контурами  $L_m$ ,  $1 \leq m \leq M$ . Так как площадь, ограниченная контуром  $L_0$ , зависит от времени по закону (4), и по такому же закону изменяется площадь внутри каждого из контуров  $L_m$ , то скорость изменения площади положительного пятна

$$\frac{dS^{(+)}}{dt} = 2\pi\mu(M - 1). \quad (6)$$

Это выражение, разумеется, верно до тех пор, пока диаметр какого-то из внутренних пятен не уменьшится до  $\Pi$ . В частности, если внутри положительного пятна имеется одно отрицательное, то площадь положительного пятна будет постоянна до тех пор, пока внутреннее пятно не вступит в стадию разрушения. В этот момент, как мы уже упоминали, темп уменьшения площади внутреннего пятна возрастает, так что на графике зависимости площади  $S^{(+)}$  от времени будет виден кратковременный всплеск. После разрушения внутреннего пятна внешнее пятно эволюционирует по закону (4).

Интересно отметить, что если рассмотреть эволюцию случайного начального состояния, амплитуда которого много меньше порогового уровня, то образуется сложная контрастная структура, в которой будут, в частности, пятна с многократным включением пятен противоположной полярности. Финальное состояние такой системы определяется не средним значением поля в начале, как это можно было бы предположить, и не начальной тенденцией уменьшения или увеличения положительной площади, а тем, какая полярность поля имеет место на границе. Это следствие однородности порогового уровня, который не зависит от координат и времени явно.

Обратим внимание на некоторые интересные свойства ОИ: длина замкнутой границы каждой ОИ убывает со временем, диаметр каждой ОИ убывает со временем, для любой другой формы ОИ, отличающейся от круговой, скорость уменьшения диаметра ОИ больше, чем для круговой ОИ, границы двух несоприкасающихся пятен ОИ никогда не соприкоснутся и даже удаляются друг от друга.

Формулы для площади и времени жизни двумерной нестационарной ОИ были проверены методом компьютерного моделирования.

Для типичных галактик (например, М51 и М81)  $\lambda \approx 0,16$ , если измерять время в миллиардах лет, а расстояние в килопарсеках. Типичные значения коэффициента генерации  $\gamma_0 \approx 4$ . При этом характерная толщина переходного слоя  $\Pi = 0,2$  кпк, что на два порядка меньше радиуса галактического диска (20 кпк). При таких параметрах скорость убывания площади равна 1 кпк<sup>2</sup> за 1 млрд лет, поэтому пятно с начальной площадью 10 кпк<sup>2</sup> проживет не более 10 млрд лет.

Работа поддержана РФФИ (грант 98-01-00356).

Авторы благодарны А. Г. Свешникову, А. Б. Васильевой, В. Ф. Бутузову, Д. Д. Соколову за полезные обсуждения.

#### Литература

1. Быков А.А., Попов В.Ю., Шукуров А.М., Соколов Д.Д. // Month. Not. of RAS. 1997. **292**, No. 1. P. 1.
2. Быков А.А., Попов В.Ю. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1999. № 3. С. 10 (Moscow University Phys. Bull. 1999. No. 3).
3. Быков А.А., Попов В.Ю. // Там же. 1999. № 5. С. 7 (Ibid. 1999. No. 5).
4. Berkhuijsen E.M., Horellou C., Krause M. et al. // Astron. Astrophys. 1977. **319**. P. 700.
5. Соколов Д.Д. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 6. С. 9 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 6. P. 11).
6. Ruzmaikin A.A., Shukurov A.M., Sokoloff D.D. Magnetic Fields of Galaxies. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1988.
7. Краузе Ф., Рэдлер К.-Х. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо. М.: Наука, 1984.

Поступила в редакцию  
02.12.98