

## ВИХРЕВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ВОЗНИКНОВЕНИЕ СМЕРЧЕЙ И ТОРНАДО\*)

С. А. Арсеньев, В. Н. Николаевский, Н. К. Шелковников

(кафедра физики моря и вод суши)

Показано, что процесс формирования в атмосфере интенсивного вихря типа смерча или торнадо носит характер экспоненциального роста (взрывной неустойчивости) завихренности воздушных течений. Выяснены условия реализации вихревой неустойчивости и получены формулы для теоретических оценок.

Смерчи и торнадо представляют собой природные процессы максимальной интенсивности (скорость ветра в них достигает 1000 км/ч). В России смерчи возникают сравнительно редко, наиболее известны два Московских смерча 1904 г. [2]. В США торнадо — частое явление (рис. 1), в 1990 г. зарегистрировано 1100 разрушительных вихрей [3]. Наблюдаются смерчи и торнадо и в других частях Земли [2]. В начале XX в. геофизики поставили задачу — рассчитать процессы возникновения, интенсификации и исчезновения смерчей и торнадо и использовать результаты для прогноза. Однако в полной мере эта задача не решена до сих пор в связи с трудностями исследования нелинейных уравнений, описывающих мезометеорологические процессы. Наиболее близкие к реальности результаты достигнуты с помощью численных моделей [4, 5]. Имеющиеся аналитические модели базируются или на концепции фиктивной вихревой нити с заданным вращением в центре смерча [6–8], или на узкоспециальных автомодельных решениях, имеющих ограниченную область применимости [9–11]. Во всех моделях рассматривается не возникновение вихря, а развитие уже существующего, т. е. исследуются процессы распространения и затухания смерча или его взаимодействие с подстилающей поверхностью.

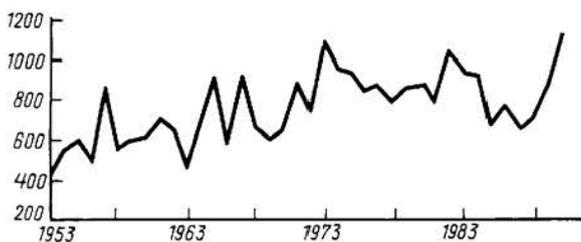


Рис. 1. Общее число торнадо в США в 1953–1990 гг.

В настоящей работе изучается, по существу, неизвестная начальная стадия возникновения смерча и торнадо. Показывается, что она носит характер взрывной неустойчивости, выясняются условия, при которых неустойчивость возникает, и обсуждаются результаты проведенных расчетов в сравнении с имеющимися наблюдениями.

Направим ось  $x$  на восток, ось  $y$  на север и ось  $z$  вертикально вниз к поверхности Земли. Начало координат расположим на нижней границе грозово-

го облака, порождающего смерч, обозначим уровень подстилающей поверхности (воды или суши)  $z = H$ . Будем исходить из уравнений геофизической гидродинамики [12], учитывающих наличие в воздухе с плотностью  $\rho_a$  твердых или жидких взвешенных частиц, имеющих плотность  $\rho_s$ :

$$\partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = -a\sigma\partial_z s, \quad (1)$$

$$D_t u - f_1 v - f_2 w = -\frac{1}{\rho}\partial_x p - \gamma u, \quad (2)$$

$$D_t v + f_1 u = -\frac{1}{\rho}\partial_y p - \gamma v, \quad (3)$$

$$D_t w + f_1 u = -\frac{1}{\rho}\partial_z p - (1 + \sigma s)g - \gamma w. \quad (4)$$

Здесь  $D_t$  — эйлерова производная,  $f_1 = 2\omega \sin \varphi$  — первый параметр Кориолиса ( $\varphi$  — широта),  $f_2 = 2\omega \cos \varphi$  — второй параметр Кориолиса,  $s$  — относительный объем смеси взвешенных частиц (пыли, капель дождя, снега или града),  $\sigma = (\rho_s - \rho_a)/\rho_a$ ,  $\rho = \rho_a(1 - s) + \rho_s s$  — плотность суспензии,  $a$  — скорость гравитационного оседания частиц. При записи уравнений (2)–(4) мы использовали известную в механике гипотезу Галилея о том, что турбулентное трение пропорционально скорости движения (с коэффициентом пропорциональности  $\gamma$  [13]). Система уравнений (1)–(4) нелинейна. Для аналитического исследования зададим известную из наблюдений вертикальную скорость  $w(x, y, z, t)$  — она измеряется доплеровскими радиолокаторами в торнадообразующих грозовых супер- и мультячейках и под ними [14]. Мы развиваем, таким образом, созданный в теории пограничного слоя метод Польшаузена, в котором скорость течений аппроксимируется полиномами [15].

Дифференцируя уравнение (2) по  $y$ , а (3) по  $x$  и вычитая одно из другого, получим уравнение для вертикальной составляющей вихря средней скорости  $\Omega = \partial_x v - \partial_y u$ :

$$\begin{aligned} D_t \Omega + \Omega(\partial_x u + \partial_y v) + \gamma \Omega = \\ = \frac{1}{\rho} Y(\rho, p) + (\partial_y w \partial_z u + \partial_x w \partial_z v) - \\ - f_1(\partial_x u + \partial_y v) + \beta v - \delta w - f_2 \partial_y w. \end{aligned} \quad (5)$$

\*) Работа докладывалась на Всероссийской научной конференции «Физические проблемы экологии» Москва, 1999 [1].

Здесь  $Y(\rho, p)$  — якобиан (скобки Пуассона) функций  $\rho$  и  $p$ :

$$Y(\rho, p) = \partial_x \rho \partial_y p - \partial_y \rho \partial_x p, \quad (6)$$

$\beta = \partial f_1 / \partial y = f_2 / R$  и  $\delta = \partial f_2 / \partial y = f_1 / R$  — широтное изменение первого и второго параметра Кориолиса, в котором  $R$  — радиус Земли.

Уравнение (5) удобно записать в виде

$$\frac{1}{\Omega} \partial_t \Omega = -(\partial_x u + \partial_y v) - \gamma + \frac{I(x, y, z, t)}{\Omega}, \quad (7)$$

$$I \equiv (\partial_z u \partial_y w - \partial_z v \partial_x w) + \frac{1}{\rho^2} Y(\rho, p) - v_i \partial_{x_i} \Omega - f_1 (\partial_x u + \partial_y v) - \beta v - \delta w - f_2 \partial_y w, \quad (8)$$

где  $i_1 = x$ ,  $i_2 = y$ ,  $i_3 = z$  — тензорные индексы.

В физике атмосферы первый член в правой части (7) называют конвергенцией потоков. Анализ наблюдений за циклонами [16, 17] показывает, что на начальной стадии именно конвергенция является доминирующей в уравнении вихря (7). Используя (1), ее можно выразить через градиент вертикальной скорости и записать уравнение (7) в виде

$$\partial_t \left( \ln \frac{\Omega}{\Omega^*} \right) = \partial_z (w + a\sigma s) - \gamma + \frac{I}{\Omega}. \quad (9)$$

Интегрируя (9) по времени от 0 до  $t$ , получим

$$\Omega = \Omega^* \exp \left[ \int_0^t (\partial_z W - \gamma) dt \right] \exp \left[ \int_0^t \left( \frac{I}{\Omega} \right) dt \right]. \quad (10)$$

Здесь звездочкой отмечены начальные (при  $t = 0$ ) значения,

$$W = w + a\sigma s \quad (11)$$

— вертикальная составляющая скорости, учитывающая гравитационное оседание взвешенных частиц.

Соотношение (10) показывает, что рост завихренности в смерчах и торнадо может (при определенных условиях) происходить по экспоненте, что типично для взрывной неустойчивости. В частности, экспоненциальный характер носит рост энергии атомного взрыва в результате цепной реакции деления атомных ядер некоторых тяжелых изотопов под действием нейтронов, а также рост численности населения Земли (демографический взрыв). При отсутствии конвергенции уравнение (5) принимает вид  $D_t \Omega = -\gamma \Omega + M$ , где  $M$  — правая часть уравнения (5), т.е. взрывная неустойчивость отсутствует. Наличие в уравнениях движения коэффициента трения  $\gamma$  с размерностью частоты, имеющего физический смысл потерь импульса при столкновении частиц, движущихся с разными скоростями, приводит к экспоненциальному затуханию завихренности  $\Omega$  со временем. Из уравнений (10), (11) следует, таким образом, что взрывная неустойчивость для вихрей с вертикальной осью вращения реализуется при условии

$$\partial_z W = \partial_z w + a\sigma \partial_z s > \gamma. \quad (12)$$

В тропосфере в обычных условиях вертикальная компонента скорости отсутствует. Здесь развивается спираль Акерблома–Экмана, искаженная влиянием стратификации температуры и влажности, а в приземном слое изменение скорости ветра происходит параллельно подстилающей поверхности в соответствии с логарифмическим законом. Вертикальная компонента скорости появляется при обтекании воздушным потоком гор и возвышенностей, при столкновении воздушных течений, например холодного и сухого потока из Канады и теплого и влажного из Мексиканского залива над территорией США. Кроме того, в результате неустойчивости экмановского пограничного слоя или конвекции над сильно перегретой поверхностью возникают вторичные движения и может происходить образование грозových облаков, под которыми наблюдаются быстрые вертикальные течения со скоростью свыше 70 м/с [18]. Большие градиенты скорости ветра препятствуют выпадению осадков из передней части грозového облака, где имеют место восходящие движения, и формируют форму облака в виде наковальни. Осадки выпадают из центральной и задней части грозového облака, способствуя возникновению вертикальных движений воздуха, направленных вниз. Под зрелым грозovým облаком конвергенция скорости ветра имеет порядок  $10^{-3} \text{ с}^{-1}$ , а типичный вертикальный профиль  $w(x, y, z, t)$  можно представить в виде параболы с максимумом  $w_m(x, y, t)$  в середине слоя толщины  $H$ :

$$w = 4w_m \left( 1 - \frac{z}{H} \right) \frac{z}{H}. \quad (13)$$

Относительный объем взвешенных частиц обычно возрастает по мере приближения к подстилающей поверхности, т.е.  $\partial_z s > 0$ . В случае сальтации частиц максимум зависимости  $s$  от  $z$  может наблюдаться выше подстилающей поверхности. Из (12), (13) следует, что условие вихревой неустойчивости в данном случае имеет вид

$$4 \frac{w_m}{H} \left( 1 - \frac{2z}{H} \right) + a\sigma \partial_z s > \gamma. \quad (14)$$

В качестве примера на рис. 2 приведен результат расчета вертикального распределения завихренности  $\Omega$  в области  $0 < z < H/2$  по формуле

$$\Omega = \Omega^* \exp \left\{ \left[ 4 \frac{w_m}{H} \left( 1 - \frac{2z}{H} \right) + a\sigma \partial_z s - \gamma \right] t \right\}, \quad (15)$$

которая получена из (9), (10) и (13) при условиях  $w_m = \text{const}$ ,  $I/\Omega \ll \gamma$ . В расчете были приняты численные значения  $\Omega^* = 10^{-8} \text{ с}^{-1}$ ,  $s_z = 0$ ,  $w_m = 10 \text{ м/с}$  (нисходящие движения),  $H = 5 \text{ км}$ ,  $t = 2 \text{ ч}$  после начала развития процесса формирования вихря. Коэффициент трения изменялся от  $10^{-4} \text{ с}^{-1}$  (кривая 1) до  $10^{-7} \text{ с}^{-1}$  (кривая 2).

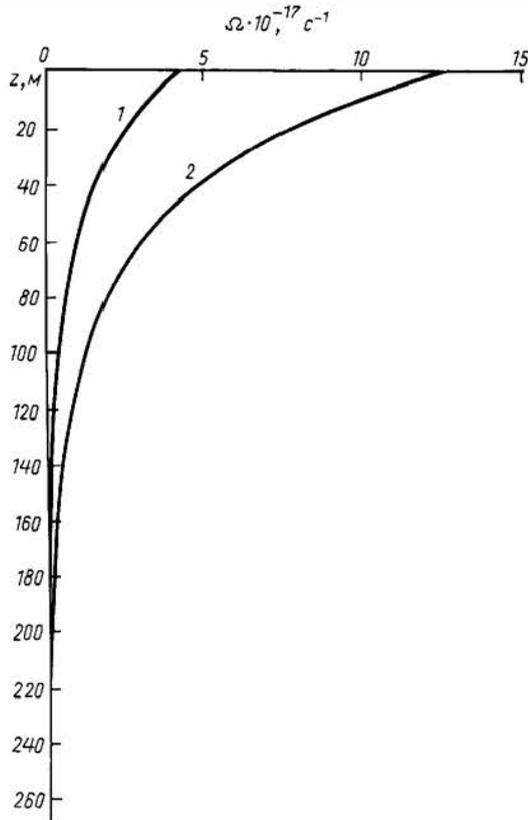


Рис. 2. Расчет зависимости завихренности  $\Omega$  от вертикальной координаты  $z$  под грозовым облаком при разном трении:  $\gamma = 10^{-4} \text{ c}^{-1}$  (кривая 1) и  $10^{-7} \text{ c}^{-1}$  (кривая 2)

Как видно из рис. 2, в нижней части грозового облака формируется очень сильный вихрь, вращающийся хобот которого опускается ниже тучи и не достигает поверхности земли. Подобная картина типична для торнадо [2], которое в работе [19] и определяется как быстро вращающаяся воздушная воронка, свисающая горлом вниз. Аналогичный вихрь, но с горлом, направленным вверх, также можно рассчитать по формуле (15) в области  $H/2 < z < H$ , задавая  $w_m < 0$  (восходящие движения). На рис. 3 приведен пример расчета призматического вихря при значениях  $\Omega^* = 10^{-8} \text{ c}^{-1}$ ,  $s_z = 0$ ,  $w_m = -50 \text{ м/с}$ ,  $H = 5 \text{ км}$ ,  $\gamma = 0,01 \text{ c}^{-1}$  для трех моментов времени:  $t = 1 \text{ ч}$  (кривая 1);  $1,5 \text{ ч}$  (кривая 2) и  $2 \text{ ч}$  (кривая 2). Из рис. 3 видно, что вихрь быстро растет со временем, поднимаясь вверх. Подобный смерч в форме воронки с основанием на земле и хоботом, поднимающимся к облакам, наблюдался в Бонне [2]. Полностью развитый смерч или торнадо получается при смыкании двух вихрей: исходящего из облака и приземного, причем в области перетяжки  $\partial w / \partial z = 0$ . Перетяжка для профиля (13) имеет место при  $z = H/2$ , и здесь определяющую роль в формировании вихря, согласно (14) или (15), должна играть концентрация взвешенных частиц  $\partial s / \partial z$ , учет которой существен. В энциклопедии [19] приведены воспоминания очевидцев, наблюдавших с лодки на озере Эри слияние верхней и нижней воронок под грозовой тучей при формировании торнадо Огайо (США, 1924 г.).

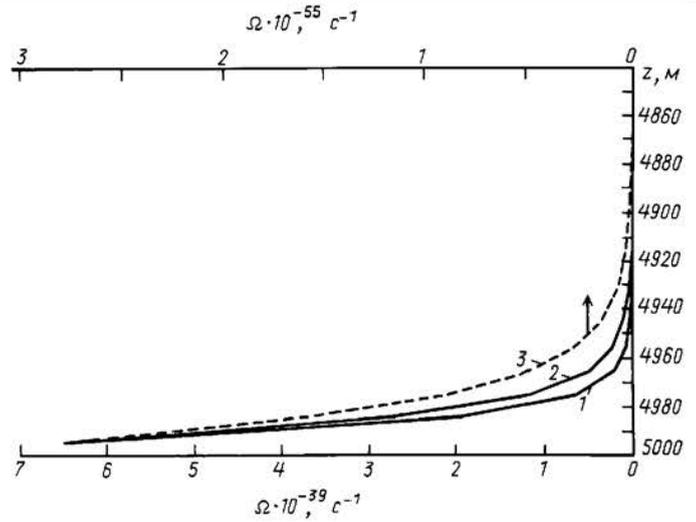


Рис. 3. Расчет зависимости завихренности  $\Omega$  от вертикальной координаты  $z$  над подстилающей поверхностью в разные моменты времени:  $t = 1 \text{ ч}$  (кривая 1);  $1,5 \text{ ч}$  (кривая 2) и  $2 \text{ ч}$  (кривая 3). Нижняя шкала относится к кривым 1 и 2, верхняя — к кривой 3

Анализ наблюдений [2] показывает, что наряду с вертикальными вихрями в грозовом облаке могут формироваться и вихри с горизонтальной осью вращения. Поэтому представляется важным выписать условия неустойчивости и для данного случая. Имеем:  $\partial_x u + a \sigma \partial_z s > \gamma$  для вихря  $\Lambda = \partial_y w - \partial_z v$  с горизонтальной осью восток–запад и аналогичное условие  $\partial_y v + a \sigma \partial_z s > \gamma$  для вихря  $\Sigma = \partial_z u - \partial_x w$  с осью север–юг. Таким образом, распределение взвешенных частиц по вертикали  $\partial s / \partial z$  определяет неустойчивость вихрей и с горизонтальной и с вертикальной осью вращения. Горизонтальные вихри могут играть важную роль не только в образовании смерчей и торнадо, но и в формировании Новоземельской, Новороссийской и Адриатической бор [2].

#### Литература

1. Арсеньев С.А., Николаевский В.Н., Шелковников Н.К. // Тез. докл. Всерос. науч. конф. «Физические проблемы экологии». М.: Изд-во МГУ, 1999. С. 5.
2. Наливкин Д.В. Ураганы, бури и смерчи. Л., 1969.
3. Глобальная климатическая система в 1990 году // Бюл. Всемирной метеорологической организации. 1991. 40, №3. С. 323.
4. Искендеров Д.Ш., Николаевский В.Н. // ДАН. 1991. 319, №1. С. 124.
5. Гутман Л.Н. // Изв. АН СССР, сер. геофиз. 1957. №1. С. 79.
6. Penner S.S. // Astronautica Acta. 1972. 17, No. 4. P. 351.
7. Сычев В.В. // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. 1989. №4. С. 72.
8. Burggraf O.R., Stewartson K., Belcher R. // Phys. Fluid. 1971. 14, No. 9. P. 1821.
9. Искендеров В.Ш., Николаевский В.Н. // ДАН. 1990. 315, №6. С. 1341.
10. Якимов Ю.А. // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. 1988. №6. С. 23.
11. Якимов Ю.А. // Там же. 1992. №6. С. 3.

12. Арсеньев С.А. // Гидрофизика Северного Каспия. М., 1985. С. 125.
13. Арсеньев С.А., Шелковников Н.К. // Метеорология и гидрология. 1985. №1. С. 77.
14. Роджерс Р.Р. Краткий курс физики облаков. Л., 1979.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1974.
16. Хргиан А.Х. Физика атмосферы. Т. 2. Л., 1978.
17. Шулейкин В.В. Расчет развития движения и затухания

тропических ураганов и главных волн, создаваемых ураганами. Л., 1978.

18. Morton B.R. // Progress in Aero Sci. V. 7. N. Y., 1966. P. 145.
19. Энциклопедия катастроф. Лазерный диск для CD-ROM. © Gnome-V and Intel Art, 1994.

Поступила в редакцию  
17.03.99

## АСТРОНОМИЯ

УДК 550.383:550.385

### СОВМЕСТНЫЙ АНАЛИЗ ВАРИАЦИЙ ПОТОКОВ И СПЕКТРОВ ИОНОВ В ГЕОМАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ ВО ВРЕМЯ БУРЬ

А. С. Ковю

(кафедра космических лучей и физики космоса)

**Предложены новые методы анализа адиабатической составляющей вариаций потоков и спектров ионов для радиационных поясов и кольцевого тока по спутниковым данным во время бурь.**

Квазидипольная область планетарного магнитного поля является магнитной ловушкой, где частицы удерживаются на замкнутых дрейфовых траекториях (оболочках) и формируют радиационные пояса (РП) и кольцевой ток (КТ). В РП частицы имеют энергию  $E \sim 0,1 \div 100$  МэВ, а в КТ — энергию  $E \sim 10 \div 100$  кэВ. В качестве инвариантных (не зависящих от азимута) координат дрейфовых траекторий частиц используются параметры  $L$  (в экваториальной плоскости для дипольного поля  $L$  совпадает с расстоянием от данной частицы до центра Земли, выраженным в радиусах планеты  $R_E$ ) и  $B/B_0$  ( $B$  — индукция поля в точке наблюдения, а  $B_0$  — на той же силовой линии в экваториальной плоскости). РП заполняют ловушку целиком, а КТ концентрируется в области  $L \approx 5 \div 7$  в спокойные периоды и  $L \approx 3 \div 7$  во время бурь.

Хотя стационарный КТ органически входит в структуру РП, динамика его во время геомагнитных бурь принципиально отличается от динамики РП: в КТ движение частиц управляется быстрой конвекцией в скрещенных электрическом и магнитном полях, а в РП — магнитным дрейфом частиц по данной оболочке и медленной радиальной диффузией под действием небольших резких скачков геомагнитного поля (внезапных импульсов), отвечающих флуктуациям давления солнечного ветра на магнитосферу. КТ направлен на запад, и сила его изменяется от сотен тысяч ампер в спокойные периоды до нескольких десятков миллионов ампер во время бурь. На фазе восстановления бурь КТ распадается (затухает до стационарного уровня) под действием ионизационных потерь и пичч-угловой диффузии частиц в конус потерь в результате развития ионно-циклотронной и других видов неустойчивости горячей плазмы.

Планетарный КТ был введен, чтобы объяснить наземные наблюдения вариаций геомагнитного поля

во время бурь [1]. Глобальный магнитный эффект КТ ( $D_{st}$ ) пропорционален суммарной кинетической энергии всех составляющих его частиц, а локальные вариации поля в ловушке связаны в основном с вариациями плотности энергии КТ в данной точке. Средние энергии электронов и ионов в КТ практически совпадают, но взаимодействие частиц с волнами ограничивает электронные потоки критическим уровнем, гораздо более низким по сравнению с ионными. Поэтому магнитный эффект КТ во время бурь определяется в основном ионами (квазинейтральность плазмы обеспечивается притоком ионосферных электронов). Такая теория получила разнообразные и многочисленные экспериментальные подтверждения. Так, по данным ИСЗ «Explorer-45» в спокойные периоды максимум радиального профиля плотности энергии  $w$  ионов с  $E > 1$  кэВ и наибольшее ослабление (депрессия) магнитного поля  $\Delta B$  наблюдаются при  $L = 3,4$  ( $w_m \sim 10^{-7}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\Delta B_m \sim 40$  нТ) и хорошо согласуются между собой [2]. Магнитный эффект КТ подробно изучался по данным ИСЗ «Молния-1» [3].

Вариации потоков и спектров частиц в геомагнитной ловушке определяются изменениями магнитного поля во время бурь (адиабатическая вариация) и двумя неадиабатическими эффектами: инжекцией частиц и диссипацией их потоков в результате взаимодействия с волнами, холодной ионосферной плазмой и атомами (молекулами) атмосферы. При адиабатических вариациях, отвечающих изменениям индукции магнитного поля в данной силовой трубке, число частиц каждого вида в трубке сохраняется.

Обратимость адиабатических вариаций потоков частиц и возможность количественного их анализа обеспечиваются тем, что при достаточно медленных изменениях магнитного поля в ловушке первый ( $\mu$ ) и второй (I) интегралы движения частиц сохраняют-