УДК 539.1.01

ОЦЕНКА НАТЯЖЕНИЯ СТРУНЫ ИЗ КОНЕЧНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРАВИЛ СУММ

Д. В. Мещеряков, В. Б. Тверской

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

В рамках метода конечно-энергетических правил сумм с использованием модифицированного выражения для бегущей константы связи КХД получена оценка параметра натяжения струны.

Несмотря на значительное число работ, посвященных исследованию непертурбативной области КХД [1–7], многое здесь остается неясным. В частности, нельзя считать установленными значения таких важнейших непертурбативных параметров, как вакуумные конденсаты различных размерностей. В литературе можно условно выделить две области значений конденсатов, причем соответствующие средние значения различаются в 5–10 раз. Область с более низкими средними значениями впервые упомянута в классических работах [1]. Более высокие средние значения получены и использованы в работах [2, 3, 6]. Кратко сложившуюся ситуацию можно резюмировать так: применение глобальных правил сумм Вайнштейна–Захарова–Шифмана приводит к низким значениям конденсатов [1], а применение конечно-энергетических правил сумм — к высоким [6], причем это различие нельзя объяснить только неточностью методов, использующих правила сумм. Поэтому представляется очевидной необходимость такой модификации глобальных и низкоэнергетических правил сумм, чтобы эти подходы давали согласующиеся в пределах их точности результаты. Одной из таких модификаций могло бы быть включение в рассмотрение наряду с низкоэнергетическими правилами сумм уравнения Швингера–Дайсона. В настоящей работе мы интересуемся не непосредственно значениями вакуумных конденсатов КХД различных размерностей, а параметром натяжения адронной струны k или параметром наклона траекторий Редже $\alpha' = 1/(2\pi k)$ в предположении о линейном конфайнменте, т.е. о том, что запирающий потенциал имеет вид $V(r) \to kr$ при $r \to \infty$.

В работе [5] выражение для бегущей константы связи КХД было модифицировано на основе использования уравнения Швингера–Дайсона с учетом требования минимальности непертурбативных вкладов в ультрафиолетовой области. Это дало возможность согласовать для бегущей константы связи требования асимптотической свободы, аналитичности и конфайнмента. В настоящей работе мы используем модифицированное выражение для бегущей константы связи с целью оценки параметра натяжения струны. Мы продемонстрируем, что при использовании низкоэнергетических правил сумм параметр натяжения струны выше, чем при использовании только уравнения Швингера–Дайсона [5], т.е. низкоэнергетические правила сумм при учете следствий из уравнения Швингера–Дайсона приводят к высоким значениям низкоэнергетических параметров.

В работе [3] в рамках метода конечно-энергетических правил сумм с помощью простого представления для электромагнитного формфактора пиона с четырьмя полюсами получены следующие уравнения:

$$\left(\frac{8\pi^2}{s_0}\right)\Phi = 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} - \frac{1}{s_0}\frac{3(\bar{m}_u^2 + \bar{m}_d^2)}{[(1/2)\ln(s_0/\Lambda^2)]^{4/(-b_1)}}, \quad (1)$$

$$\left(\frac{16\pi^2}{s_0^2}\right)s_1\Phi = 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} - \frac{2}{s_0}\frac{\pi^2}{3}\langle\frac{\alpha_s}{\pi}GG\rangle, \quad (2)$$

$$\left(\frac{24\pi^2}{s_0^3}\right)s_1^2\Phi = 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} - \frac{3}{s_0^3}\frac{896}{81}\pi^3\alpha_s\langle\bar{q}q\rangle^2, \quad (3)$$

где $\alpha_s/\pi = 2/(-b_1\ln(s_0/\Lambda^2))$ — бегущая константа связи КХД, $\bar{m}_u$ и $\bar{m}_d$ — массы u- и d-кварков, $b_1 = -11/2 + N_f/3$, N_f — число ароматов кварков, s_0 — порог континуума, $s_1 = 4m_\pi^2(2u_1^2+1)^2 = 0,63$ ГэВ^2 — квадрат эффективной массы ρ-мезона, m_π — масса пиона, $\alpha_s\langle\bar{q}q\rangle^2$ — четырехкварковый конденсат, $\langle(\alpha_s/\pi)GG\rangle$ — глюонный конденсат. Здесь $\Phi = \Phi(u_1, v_1, u_2, v_2)$, где u_i, v_i, $i = 1, 2$ — полюсы электромагнитного формфактора пиона, определенного на четырехлистной римановой поверхности. Воспользуемся оценкой, полученной в [7]:

$$\bar{m}_u^2 + \bar{m}_d^2 = \frac{2\pi}{3}\frac{64 f_\pi^2 m_\pi^4}{9\langle\alpha_s GG\rangle}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1)–(3) и исключая из этих уравнений Φ, приходим к следующему соотношению:

$$\alpha\langle\bar{q}q\rangle^2\left(\frac{896\pi^3}{27s_0^3} - \frac{R}{s_0\alpha\langle\bar{q}q\rangle^2\langle(\alpha/\pi)GG\rangle}\right) = \\ = \frac{\tau^2-3}{\tau(\tau-2)}\langle(\alpha/\pi)GG\rangle\left(\frac{2\pi^2}{3s_0^2} - \frac{R}{s_0\langle(\alpha/\pi)GG\rangle^2}\right), \quad (5)$$

где

$$\tau = \frac{s_0}{s_1}, \quad R = \frac{128 f_\pi^2 m_\pi^2}{9[(1/2)\ln(s_0/\Lambda^2)]^{-4/b_1}}.$$

Полученное в [5] модифицированное выражение для бегущей константы связи имеет вид

$$\alpha_s(q^2) = \frac{4\pi}{b_1}\left(\frac{1}{\ln(q^2/\Lambda^2)} - \frac{\Lambda^4}{(q^2)^2} + O((q^2)^{-3})\right), \quad (6)$$

где Λ — фундаментальный размерный параметр КХД, связанный с масштабом сильных взаимодействий. Такой вид константы связи приводит к следующей зависимости Λ от параметра натяжения струны k [5]:

$$\Lambda^2 = \frac{3b_1}{8\pi}k. \tag{7}$$

Используя в уравнении (3) выражения (4),(5) и низкоэнергетическое соотношение [1]

$$(m_u + m_d)\langle\bar{q}q\rangle = -f_\pi^2 m_\pi^2,$$

для оценки k получаем следующее уравнение:

$$AK - \frac{R}{K} = \frac{\tau^2 - 3}{\tau(\tau - 2)}K(B - \frac{R}{K}) \ , \tag{8}$$

где

$$A = \alpha_s(q^2)\frac{7\pi^2 f_\pi^2}{3s_0^2}, \quad B = \frac{2\pi^2}{3},$$

$$K = \frac{243}{16\pi^4}k^2 \ln\left(\frac{8\pi}{27}\frac{\mu^2}{k^2}\right).$$

В последнем выражении μ — параметр регуляризации [5]. Численное исследование выражения (8) при взятом из [3] значении порога континуума $s_0 = 1{,}3$ ГэВ^2 показывает, что существуют два решения для k. Одно из них близко к нулю и должно быть отвергнуто по физическим соображениям (оно фактически означает отсутствие конфайнмента). Другое растет с ростом параметра обрезания μ, достигая максимального значения

$$k = 0{,}97 \ \text{ГэВ}^2, \tag{9}$$

которое мы и примем за значение параметра натяжения струны. Таким образом, метод, основанный на использовании низкоэнергетических правил сумм с учетом следствий из уравнения Швингера–Дайсона для глюонного пропагатора, дает значение параметра k примерно в 5 раз большее, чем оценка, приведенная в [5], где она получена на основе уравнения Швингера–Дайсона, но без использования конечно-энергетических правил сумм. Таким образом, результат (9) согласуется с нашими более ранними оценками [2, 3] и выводами других авторов [6], которые использовали в качестве основы рассмотрения непертурбативной области КХД низкоэнергетические правила сумм. В настоящей работе показано, что учет уравнения Швингера–Дайсона наряду с применением низкоэнергетических правил сумм приводит не к «стандартным» низким численным оценкам, а к их росту, что, как мы отмечали выше, вообще характерно для подхода, основанного на низкоэнергетических правилах сумм [3, 6].

По феноменологической оценке [8] параметр натяжения струны равен $(4\alpha_s/6)\lambda^2$, причем $\lambda^2 = -\,0{,}5$ ГэВ^2, где λ — масса глюона. Воспользуемся для получения численного значения результатом работы [9], где на основе спектрального представления без вычитаний для бегущей константы связи было найдено аналитическое выражение, имеющее конечный предел в инфракрасной области: $\alpha_s(0) = 1{,}40$. В результате находим $\sigma_0 = 0{,}47$ ГэВ^2, что примерно в два раза меньше нашей оценки и в три раза больше оценки [5].

В свете приведенных результатов представляется актуальным такое модифицирование глобальных и конечноэнергетических правил сумм КХД, которое даст совпадение (в пределах ошибок) определяемых на их основе низкоэнергетических параметров КХД. Возможно, это будет достигнуто на пути наложения стабилизирующих условий в духе работы [10].

Литература

1. *Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I.* // Nucl. Phys. 1979. **B147**. P. 385; 448; 519.
2. *Мещеряков Д.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1991. № 6. С. 44 (Moscow University Phys Bull. 1991. No. 6. P. 42).
3. *Meshcheryakov D.V.* // Z. f. Phys. C. 1992. **55**. P. 643.
4. *Arbuzov B.A., Boos E.E., Turashvili K.Sh.* // Z. f. Phys. C. 1986. **30**. P. 287.
5. *Алексеев А.И., Арбузов Б.А.* // Препринт ИФВЭ № 97-9. Протвино, 1997.
6. *Bertlmann R.A., Dominguez C.A., Loewe M.* et al. // Z. f. Phys. C. 1988. **39**. P. 231.
7. *Becchi C., Narison S., de Rafael E., Yndurain F.J.* // Z. f. Phys. C. 1981. **8**. P. 335.
8. *Gubarev F.V., Polikarpov M.I., Zakharov V.I.* // E-print Archive hep-ph/9908293 (Talk at Euroconference on Quantum Chromodynamics. Montpellier, France, 1999).
9. *Shirkov D.V., Solotsov I.L.* // JINR Rapid Communications. 1996. № 2[76]-96. P. 5.
10. *Ciulli S., Geniet F., Papadopulos N.A., Schilher K.* // Z. f. Phys. C. 1988. **39**. P. 439.

Поступила в редакцию
31.03.99