Таким образом, мощности излучения заряда и магнитного момента сопоставимы либо в сверхсильных полях, либо в полях очень высокой частоты, которые могут существовать вблизи астрофизических объектов типа пульсаров.

В заключение следует отметить, что полученная формула (6) может быть обобщена на случай существования у частицы наряду с AMM и электрического момента (естественно, статический предел электрического момента  $\epsilon_0$  существует только в теориях с нарушением T-инвариантности). В этом случае эволюция вектора спина описывается обобщенным уравнением БМТ [13, 18]:

$$\dot{S}^
u = 2\mu_0 \{ F^{
ulpha} S_lpha - u^
u (u_lpha F^{lphaeta} S_eta) \} + 
onumber \ + 2\epsilon_0 \{ H^{
ulpha} S_lpha - u^
u (u_lpha H^{lphaeta} S_eta) \},$$

где  $H^{
ulpha}=-rac{1}{2}e^{
ulphaeta\gamma}F_{eta\gamma}$  — дуальный тензор. Обобщение формулы (6) имеет вид

$$I = \frac{16}{3} (\mu_0^2 + \epsilon_0^2) \{ 4(\epsilon_0 \mathbf{E}_0 + \mu_0 \mathbf{H}_0)^4 + (\epsilon_0 \dot{\mathbf{E}}_0 + \mu_0 \dot{\mathbf{H}}_0)^2 \},$$
(7)

где

$$\mathbf{E}_0(x) \equiv \mathbf{E}_0 = u^0 \mathbf{E} + \mathbf{u} imes \mathbf{H} - rac{\mathbf{u}(\mathbf{u}\mathbf{E})}{1+u^0}$$

— электрическое поле в системе покоя частицы в точке ее нахождения. Результаты, полученные с помощью (7), согласуются с полученными ранее в работах [19].

Авторы выражают благодарность В. А. Бордовицыну, А. В. Борисову и В. Ч. Жуковскому за обсуждение работы.

#### Литература

1. *Тернов И.М., Родионов В.Н., Жулего В.Г.* и др. // Ядерная физика. 1987. **45**. С. 357.

- Дорофеев О.Ф., Родионов В.Н., Тернов И.М. // Письма в ЖЭТФ. 1985. 40. С. 159.
- Тернов И.М., Багров В.Г., Хапаев А.М. // ЖЭТФ. 1965. 48. С. 921.
- Тернов И.М., Багров В.Г., Кружков Г.М., Хапаев А.М. // Изв. вузов, Физика. 1967. № 4. С. 30.
- 5. *Скобелев В.В.* // ЖЭТФ. 1988. **94**. С. 48; 1989. **95**. С. 391.
- 6. Бордовицын В.А. // Изв. вузов, Физика. 1971. № 1. С. 131.
- 7. Тернов И.М., Багров В.Г., Бордовицын В.А., Маркин Ю.А. // ЖЭТФ. 1967. **52**. С. 1584.
- Вишвиев А.С., Потапов Р.А., Тернов И.М. // ЖЭТФ. 1994.
   105. С. 1108.
- 9. *Тернов И.М., Багров В.Г., Халилов В.Р.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1969. № 2. С. 113 (Moscow University Phys. Bull. 1969. No. 2).
- 10. Бордовицын В.А., Гущина В.С. // Изв. вузов, Физика. 1993. № 2. С. 60; 1993. № 3. С. 73; 1994. № 1. С. 53; 1995. № 2. С. 63; 1995. № 3. С. 83.
- 11. Бордовицын В.А. // Изв. вузов, Физика. 1993. № 11. С. 39.
- 12. *Ландау Л.Д., Лифииц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1988.
- Bargmann V., Michel L., Telegdi V. // Phys. Rev. Lett. 1959. 2.
   P. 435.
- Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987.
- Тернов И.М., Багров В.Г. // Ядерная физика. 1965. 4. С. 797.
- 16. *Тернов И.М., Халилов В.Р., Павлова О.С.* // Изв. вузов, Физика. 1978. № 12. С. 89; 1979. № 2. С. 68.
- 17. Тернов И.М. Введение в физику спина релятивистских частиц. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1997.
- 18. Попов В.С. // ЖЭТФ. 1960. 38. С. 1584.
- Багров В.Г., Бозриков В.В., Гитман Д.М. и др. // Изв. вузов, Физика. 1974. № 6. С. 150; № 7. С. 138.

Поступила в редакцию 02.06.99

## РАДИОФИЗИКА

УДК 621.385.6

# ПОДАВЛЕНИЕ ГЕНЕРАЦИИ НА ВСТРЕЧНОЙ ВОЛНЕ В МАЗЕРАХ НА ЦИКЛОТРОННОМ РЕЗОНАНСЕ С ПРОДОЛЬНЫМ ПРОФИЛИРОВАНИЕМ

А. Ф. Александров, В. А. Кубарев, А. В. Михайлов

(кафедра физической электроники)

Рассмотрена генерация встречной волны в мазерах на циклотронном резонансе с линейным по длине волновода изменением его радиуса и ведущего магнитного поля; получены условия ее подавления.

Мазеры на циклотронном резонансе (МЦР) перспективны как мощные генераторы и усилители микроволнового излучения в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах [1–5]. По сравнению с наиболее изученной их разновидностью — гиротро-

нами — при фиксированном магнитном поле они могут быть более коротковолновыми за счет доплеровского сдвига частоты. Кроме того, для работы МЦР требуются более низкие энергии электронов, чем для убитронов, так как шаг циклотронных ос-

цилляций может быть сделан меньше периода ондулятора.

Первые экспериментальные исследования МЦР-генераторов [2] и усилителей [3] были выполнены преимущественно в режиме так называемого касательного синхронизма, когда продольная скорость электронов совпадает с групповой скоростью такой электромагнитной волны, которая является низшей модой круглого волновода  $H_{11}$ . Это обеспечивало одномодовое взаимодействие, но приводило к необходимости использовать волноводы малого поперечного сечения, с диаметром порядка длины волны излучения.

Ясно, что на коротких волнах такой режим предъявляет трудновыполнимые требования как к формированию и транспортировке винтового релятивистского электронного пучка, так и к теплоотводу от стенок при высоких уровнях мощности. Поэтому более естественным является увеличение диаметра волновода и соответственно переход к высоким модам. Однако при этом, кроме синхронизма пучка с попутной волной, возникает синхронизм с более низкочастотными встречными волнами, возбуждение которых в данном случае нежелательно. Поэтому для реализации эффективных МЦР с попутной волной требуется разработка способов подавления паразитной генерации на встречных волнах. К их числу относится применение волноводов с поглощающими стенками или волноводов, состоящих из коротких секций, разделенных поглотителями [1, 4]. Длина секции должна быть меньше, чем стартовая для возникновения паразитной моды.

Рассматриваемый далее способ основан на изменении по длине волновода его радиуса [2] и ведущего магнитного поля, что позволяет изменять фазовые соотношения между пучком и встречной волной и в определенных режимах подавлять ее генерацию. При этом оказывается возможным выбрать параметры МЦР так, чтобы продольная неоднородность не влияла на усиление попутной волны.

Взаимодействие винтового релятивистского электронного пучка со встречной электромагнитной волной в мазере будем описывать аналогично [5], пренебрегая дрейфом ведущего центра пучка электронов и малыми поперечными компонентами слабонеоднородного внешнего магнитного поля. Кроме того, предполагаем, что частота волны значительно отличается от критической частоты моды, чтобы можно было использовать уравнение возбуждения в одноволновом приближении. Тогда самосогласованная система уравнений движения электронов и возбуждения волны имеет вид

$$\frac{du}{dz'} = \frac{1}{1 + b(1 - |u|^2)} \Big\{ F(u^*)^{s-1} - \frac{i}{s} u \Big[ \Delta - \mu (1 - |u|^2) \Big] \Big\},\tag{1}$$

$$rac{dF}{dz'} = I_0 rac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} rac{u^s}{1 + b(1 - |u|^2)} dartheta_0, \hspace{1cm} (2)$$

где

$$u = \left[1 - rac{2(1+heta_{z0})}{eta_{-0}^2} rac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0}
ight]^{1/2} \mathrm{e}^{iartheta/s}$$

— комплексная переменная, описывающая изменсние энергии ( $\gamma$  — релятивистский фактор) и медленной фазы электронов  $\vartheta=s\theta-(\omega t+k_z z),\ \theta$  — фаза циклотронного вращения, s — номер гармоники,  $\omega,k_z$  — частота и продольное волновое число волны;  $\beta_{-0},\beta_{z0}$  — начальные поперечная и продольная скорости электронов, нормированные на скорость света,  $\gamma_0$  — начальный релятивистский фактор;  $z'=\omega z/(c\beta_0)$  — продольная координата;  $h=k_z c/\omega$  — величина, обратно пропорциональная фазовой скорости волны; F — ее нормированная комплексная амплитуда; звездочкой обозначено комплексное сопряжение.

Система уравнений (1), (2) содержит четыре параметра: b,  $\mu$ ,  $\Delta$ ,  $I_0$ . Нормированная длина взаимодействия определяется после решения краевой задачи в рассматриваемом случае абсолютной неустойчивости.

Параметр отдачи

$$b = \frac{h\beta_{-0}^2}{2\beta_{z0}(1 + h\beta_{z0})} \tag{3}$$

определяет изменение продольной скорости при изменении энергии электронов в соответствии с «авторезонансным» интегралом движения:  $\gamma(1+\beta_z/h)=$  = const. Параметр инерционной группировки

$$\mu = \frac{\beta_{-0}^2 (1 - h^2)}{2(1 + h\beta_{z0})} \tag{4}$$

характеризует неизохронность электронов. Расстройка циклотронного резонанса имеет вид

$$\Delta = 1 + h\beta_{z0} - s\Omega_0/\omega,\tag{5}$$

где  $\Omega_0 = eB_0/(m\gamma_0)$  — циклотронная частота электронов.

Для случая трубчатого электронного пучка (ток  $I_b$ , радиус  $R_b$ ) в круглом волноводе (радиус R, мода  $H_{m,p}$ ) параметр тока  $I_0$  определяется выражением

$$I_0 = 2 \frac{eI_b}{mc^3} \frac{1 + h\beta_{z0}}{\gamma_0} \frac{\varkappa^2}{h} \times \tag{6}$$

$$imes \left[rac{1}{(s-1)!2^s}\Big(arkapparac{seta_{-0}}{1+heta_{z0}}\Big)^{s-1}
ight]^2rac{J_{m\mp s}^2(k_-R_b)}{(
u^2-m^2)J_m^2(
u)},$$

где  $k_- = \nu/R$  — поперечное волновое число,  $\nu$  — собственное значение моды;  $\varkappa = k_- c/\omega$ .

Граничные условия для системы уравнений (1), (2), соответствующие моноскоростному немодулированному пучку на входе и отсутствию встречной волны на выходе, задаются соотношениями

$$u(0) = e^{i\vartheta_0/s}, \quad 0 \leqslant \vartheta_0 < 2\pi; \qquad F(L') = 0.$$
 (7)

Будем использовать нормировку, позволяющую исключить параметр тока  $I_0$  в уравнениях (1), (2):

$$\zeta' = \sqrt{I_0} z', \quad F' = \frac{F}{\sqrt{I_0}}, \quad \mu' = \frac{\mu}{\sqrt{I_0}}, \quad \Delta' = \frac{\Delta}{\sqrt{I_0}}; \quad (8)$$

штрихи далее опускаем.

В этих переменных закон сохранения энергии записывается в виде

$$|F|^2-rac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}|u|^2dartheta_0={
m const},$$

что позволяет выразить приведенный кпд  $\eta_-$  через амплитуду волны на входе  $F_0 = F(0)$ :

$$\eta_{-} = 1 - rac{1}{2\pi} \int\limits_{0}^{2\pi} |u(\zeta)|^2 dartheta_0 = |F_0|^2.$$
 (9)

Тогда электронный кпд взаимодействия определяется соотношением

$$\eta = \frac{\beta_{-0}^{2}}{2(1 - 1/\gamma_{0})(1 + h\beta_{z0})} \eta_{-} = 
= \frac{\beta_{-0}^{2}}{2(1 - 1/\gamma_{0})(1 + h\beta_{z0})} |F_{0}|^{2}.$$
(10)

При линейном изменении магнитного поля и радиуса волновода:

$$B = B_0(1 + \delta Bz/L), \quad R = R_0 - z \operatorname{tg} \varphi$$

расстройка циклотронного резонанса также становится зависящей от координаты  $\zeta$  с определенным эффективным коэффициентом профилирования  $\delta$ :

$$\Delta = \Delta_0 - \delta \zeta$$

$$\delta = rac{eta_{z0}}{2\pi I_0} rac{\lambda}{L} igg\{ (1+heta_{z0})\delta B + rac{eta_{z0}
u^2\lambda L}{2\pi k_{z0}R_0^3} \operatorname{tg}oldsymbol{arphi} igg\}.$$

При выводе (11) предполагалось, что рабочая частота достаточно далека от критической:  $(k_{z0}L)^2 \gg 2\nu^2(L/R_0)^3 \operatorname{tg} \varphi$ .

Отметим, что при  $\delta > 0$  (возрастающее магнитное поле, сужающийся волновод) возможно значительное повышение эффективности взаимодействия [5]. Далее будем рассматривать противоположный случай  $\delta < 0$ , соответствующий убывающему магнитному полю и расширяющемуся волноводу.

Ограничимся основным циклотронным резонансом: s=1. Выделяя в соотношении (6) зависимость от волнового числа h:

$$I_0 = \frac{(1+h\beta_{z0})\varkappa^2}{h}I,$$

$$I = \frac{eI_b}{2mc^3\gamma_0}G, \quad G = \frac{J_{m\mp1}^2(k_-R_b)}{(\nu^2 - m^2)J_{-\nu}^2(\nu)},$$

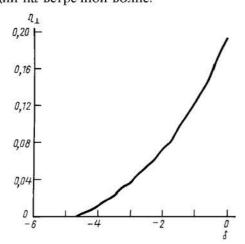
где I — новый параметр тока пучка, представим нормированный параметр инерционной группировки  $\mu$  (4), (8) в виде

$$\mu = \frac{\beta_{-0}^2}{2\sqrt{I}} \frac{\sqrt{(1-h^2)h}}{(1+h\beta_{z0})^{3/2}}.$$
 (12)

Отсюда видно, что  $\mu=0$  при h=0, h=1 и зависимость  $\mu(h)$  имеет один максимум при величине  $h=\left(\sqrt{\beta_{z0}^2+3}-\beta_{z0}\right)/3$ , лежащей в диапазоне от  $h=1/\sqrt{3}$  (при  $\beta_{z0}=0$ ) до h=1/3 (при  $\beta_{z0}=1$ ).

При фиксированных параметрах b,  $\mu$ ,  $\delta$  и заданной амплитуде волны на входе  $F_0$  система уравнений (1), (2) интегрировалась для различных значений расстройки  $\Delta_0$ , пока амплитуда волны на выходе  $F(\zeta_0)$  не обращалась с заданной точностью в нуль ( $F(\zeta_0) < 10^{-2}F_0$ ). Соответствующие величины  $\Delta_0$ ,  $\zeta_0$  играют роль собственных значений краевой задачи и определяют частоту генерации и длину взаимодействия. Как следует из (9), такое решение соответствует генерации встречной волны с приведенным кпд  $\eta_- = |F_0|^2$ . Максимальный кпд определяется значением  $F_{0m}$ , начиная с которого (при  $F_0 > F_{0m}$ ) решение отсутствует.

Моделирование показало, что с увеличением модуля коэффициента профилирования максимальный кпд монотонно убывает и обращается в нуль при определенном критическом значении  $\delta_c(\mu, b)$  (рис. 1). Это означает подавление генерации на встречной волне при  $|\delta| > |\delta_c(\mu, b)|$   $(\delta < 0)$ . Отметим, что параметр отдачи b (3) при изменении волнового числа от 0 до 1 монотонно возрастает от 0 до максимального значения  $b = \beta_{-0}^2/[2\hat{\beta}_{z0}(1+\beta_{z0})]$ , которое в практически интересных случаях  $(\beta_{-0} \leqslant 1/\gamma_0, \ \gamma_0 \geqslant 2)$  не превышает 0,1. Поэтому зависимости критического параметра профилирования  $\delta_c$  от параметра инерционной группировки  $\mu$  были получены для b=0 и b = 0,1 (рис. 2). Эти данные позволяют определить условия на угол раскрыва волновода  $\varphi$  и изменение магнитного поля  $\delta B$ , необходимые для подавления генерации на встречной волне.



*Puc. 1.* Характерная зависимость максимального приведенного кпд от параметра профилирования  $\delta$ ; b=0,  $\mu=3$ 

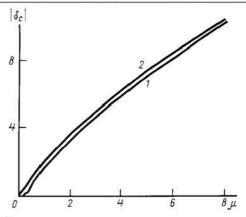


Рис. 2. Зависимости модуля критического параметра профилирования  $|\delta_c|$  от параметра инерционной группировки  $\mu$  для b=0 (I) и 0,1 (2)

Рассмотрим сначала случай однородного магнитного поля ( $\delta B=0$ ). В соответствии с (11), (12) выражение для угла можно представить в виде ( $\operatorname{tg}\varphi<0$ ):

$$|\lg \varphi_0| = \frac{|\delta_c(\mu, b)|}{\mu} \nu \sqrt{I} \frac{\beta_{-0}^2}{2\beta_{z0}^2} \sqrt{\frac{h}{1 + h\beta_{z0}}}.$$
 (13)

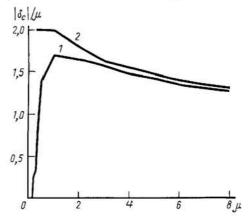
Зависимости величины  $\delta_c/\mu$  от  $\mu$  представлены на рис. 3. Замечая, что  $|\delta_c|/\mu \leqslant 2$ , получим следующую оценку:

$$|\operatorname{tg} \varphi_0| \leqslant \nu \sqrt{I} \frac{\beta_{-0}^2}{\beta_{z0}^2} \sqrt{\frac{h}{1 + h \beta_{z0}}}.$$
 (14)

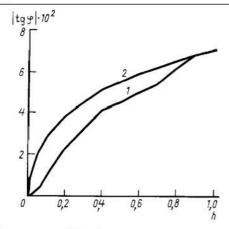
Видно, что максимум правой части достигается при h=1. Таким образом, для подавления генерации во всем диапазоне изменения нормированного волнового числа от 0 до 1 угол раскрыва волновода должен удовлетворять условию

$$|\operatorname{tg}\varphi_0| = \nu\sqrt{I} \frac{\beta_{-0}^2}{\beta_{z0}^2 \sqrt{1 + \beta_{z0}}}.$$
 (15)

Например, для  $\beta_{-0}=0.5$ ,  $\beta_{z0}=0.71$ ,  $\nu=1.841$  (мода  $H_{11}$ ) получим  $|\operatorname{tg}\varphi_0|\approx 0.7\sqrt{I}$ , что дает приемлемые величины угла при умеренных токах (ориентировочно  $I\leqslant 10^{-2}$ ). Сравнение результатов расчета по формуле (13) с оценками (15) приведено на рис. 4.



*Рис.* 3. Зависимости величины  $|\delta_c|/\mu$  от параметра инерционной группировки  $\mu$  для b=0 (*I*) и 0,1 (2)



Puc. 4. Зависимость  $|\lg \varphi|$  от нормированного волнового числа h при  $\beta_{\perp 0}=0$ ,5,  $\beta_{z0}=0$ ,71,  $I=10^{\perp 2}$ : кривая I — расчет по формуле (13), кривая 2 — оценка по формулам (15)

Заметное различие при малых волновых числах связано с уменьшением в этой области параметра отдачи и, в соответствии с рис. 3, величины  $|\delta_c|/\mu$ .

Для относительного изменения радиуса волновода на длине можно получить соотношение

$$rac{\Delta R}{R_0} = rac{L|\operatorname{tg}arphi_0|}{R_0} = rac{|\delta_c|}{\mu}\zeta_0 b.$$

Изменение радиуса волновода приводит к изменению расстройки как встречной, так и попутной волны, зависящему от коэффициента  $\delta_f$ , который получается из (11) путем замены волнового числа и длины волны. Такое изменение нежелательно для эффективного усиления попутной волны, и его можно скомпенсировать выбором соответствующей неоднородности магнитного поля  $\delta B \neq 0$  при выполнении условий

$$\delta = \delta_c = a_0 \delta B + d_0 \operatorname{tg} \varphi,$$
  

$$\delta_f = 0 = a_f \delta B + d_f \operatorname{tg} \varphi,$$
(16)

где  $a_0$ ,  $d_0$  и  $a_f$ ,  $d_f$  — коэффициенты в (11) соответственно для встречной и попутной волн. Соотношения (16) представляют собой систему двух линейных уравнений, из которых определяются необходимые значения  $\delta B$  и  $\operatorname{tg} \varphi$ :

$$egin{aligned} |\lgarphi| &= rac{|\lgarphi_0|}{(1+Q)}, \quad Q = rac{h(1-h_feta_{z0})}{h_f(1+heta_{z0})}, \ h_f &= rac{(1+eta_{z0}^2)h + 2eta_{z0}}{(1+eta_{z0}^2) + 2eta_{z0}h}, \ \delta B &= eta_{z0}rac{arkappa^2(1-h_feta_{z0})}{h_f(1+heta_{z0})^2}rac{|\delta_c|\zeta_0b}{\mu(1+Q)}, \end{aligned}$$

где  $h_f$  — нормированное волновое число попутной волны.

Так, для параметров  $\beta_{-0}$ ,  $\beta_{z0}$  и I, используемых при построении рис. 4, требуемое уменьшение магнитного поля невелико и составляет несколько процентов.

Таким образом, использование расширяющегося волновода в МЦР позволяет при умеренных токах пучка подавить генерацию на встречной волне. При соответствующем выборе изменения магнитного поля профилирование волновода не влияет на усиление попутной волны.

#### Литература

- Chong C.K., McDermott D.B., Lin A.T. et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1996. 24, No. 3. P. 735.
- 2. Братман В.Л., Денисов Г.Г., Офицеров М.М. // Реляти-

- вистская высокочастотная электроника. Горький, ИПФ АН СССР. Вып. 3. 1983. С. 127.
- 3. *Братман В.Л., Денисов Г.Г., Коровин С.Д.* и др. // Там же. Вып. **6**. 1990. С. 206.
- Bratman V.L., Denisov G.G., Ofitserov M.M. et al. // Proc.
   Int. Conf. on High-Power Particle Beams (BEAMS' 90).
   Novosibirsk, 1990. V. 2. P. 1129.
- Nusinovich G.S., Dumbrajs O. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1996.
   No. 3. P. 620.

Поступила в редакцию 21.04.99

#### ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 517.958:535.4

# АНАЛИЗ РАССЕИВАЮЩИХ СВОЙСТВ ОКСИДНЫХ ЧАСТИЦ НА СЛОИСТОЙ ПОДЛОЖКЕ

Н. В. Гришина, Ю. А. Еремин, А. Г. Свешников

(кафедра математики)

Работа посвящена анализу рассеяния поляризованного света оксидными микрочастицами, расположенными на подложке с пленкой. Для проведения компьютерного моделирования используется обобщение метода дискретных источников. Проводится анализ влияния пленки и оксидного слоя на характеристики рассеяния частиц.

#### Введение

Стремительный прогресс в совершенствовании схем микро- и наноэлектроники требует особой чистоты при изготовлении объемных интегральных схем на всех этапах технологического процесса. Производство бездефектных схем становится приоритетной задачей современных технологий. Поскольку большинство дефектов находится за пределами визуального контроля, то для дефектоскопии используются поверхностные сканеры, конструкция которых содержит лазерный источник поляризованного света и систему коллекторов рассеянного дефектом излучения. Как известно, заготовками в производстве объемных интегральных схем служат силиконовые подложки. Для реализации структуры интегральной схемы подложку подвергают процессу литографии. Важным этапом этого процесса является осаждение пленки на полированную силиконовую подложку и обнаружение отсутствия загрязняющих микрочастиц на поверхности пленки. Обнаружение загрязняющих частиц и есть задача, которую выполняет поверхностный сканер [1].

Вопросам моделирования процессов рассеяния поляризованного лазерного излучения оксидной частицей, расположенной на поверхности слоистой структуры (пленка-подложка) и посвящена настоящая работа. Основой для построения математической модели процесса рассеяния служит метод дискретных источников (МДИ) [2], ранее с успехом использованный для изучения рассеивающих свойств частиц и ям на подложке [3, 4].

### Математическая модель оксидной частицы на покрытой пленкой подложке

Опишем математическую постановку рассматриваемой задачи. Пусть  $\{ \mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0 \}$  — поле линейно поляризованной плоской электромагнитной волны, падающей под углом  $\theta_0$  относительно нормали на плоскую границу  $\Xi_f$  раздела воздух  $(D_0)$  — пленка  $(D_f)$ . Осесимметричная однородная частица  $D_i$ , покрытая слоем  $D_l$ , с гладкими соосными границами  $\partial D_{i,l}$  расположена на поверхности  $\Xi_f$  пленки толщиной d. Пленка ограничена параллельными плоскостями  $\Xi_f$  и  $\Xi_1$ , при этом плоскость  $\Xi_1$  разделяет пленку и подложку  $D_1$ . Будем полагать, что ось симметрии оксидной частицы совпадает с направлением внешней нормали к  $\Xi_1$ . Введем прямоугольную систему координат, выбрав ее начало на плоскости Е1, а ось Oz направим вдоль оси симметрии частицы. Тогда математическая постановка задачи имеет вид

$$\nabla \times \mathbf{H}_{\xi} = ik\varepsilon_{\xi}\mathbf{E}_{\xi}; \quad \nabla \times \mathbf{E}_{\xi} = -ik\mu_{\xi}\mathbf{H}_{\xi}$$

$$\mathbf{B} \quad D_{\xi}, \quad \xi = 0, f, 1, i, l,$$

$$\mathbf{e}_{z} \times \begin{cases} (\mathbf{E}_{0}(p) - \mathbf{E}_{f}(p)) = 0, \\ (\mathbf{H}_{0}(p) - \mathbf{H}_{f}(p)) = 0, \end{cases} \quad p \in \Xi_{f},$$

$$\mathbf{e}_{z} \times \begin{cases} (\mathbf{E}_{f}(p) - \mathbf{E}_{1}(p)) = 0, \\ (\mathbf{H}_{f}(p) - \mathbf{H}_{1}(p)) = 0, \end{cases} \quad p \in \Xi_{1},$$

$$\mathbf{n}_{i} \times \begin{cases} (\mathbf{E}_{i}(p) - \mathbf{E}_{l}(p)) = 0, \\ (\mathbf{H}_{i}(p) - \mathbf{H}_{l}(p)) = 0, \end{cases} \quad p \in \partial D_{i},$$

$$(1)$$