

УДК 551.465

## ДАВЛЕНИЕ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН В ОКЕАНЕ НА ЗЕМНУЮ КОРУ

С. А. Арсеньев, О. А. Живогина, Н. К. Шелковников

(кафедра физики моря и вод суши)

Получено и проанализировано решение, определяющее давление в уединенных волнах в океане.

Силы, вызывающие напряженное состояние земной коры, интересуют физиков по многим причинам. Определяя геодинамику, они обуславливают процессы сейсмичности и горообразования, приводят к деформациям коры и перемещению веществ, влияют на форму залегания геологических тел и тектонические структуры [1, 2]. Различают эндогенные силовые воздействия, происходящие под действием подкорковых процессов, и экзогенные, например обусловленные приливными воздействиями со стороны Луны и Солнца [3]. Перемещения больших масс воздуха в атмосфере также вызывают напряжения в коре. В частности, Д. Дарвин теоретически оценил, что колебания давления атмосферы в пределах 50 мм рт. ст. (66 мбар) вызывают ускорения  $56 \cdot 10^{-8}$  см/с<sup>2</sup> и наклоны литосферы порядка  $0,012''$ , сравнимые с приливными воздействиями [4]. Колебания атмосферного давления, обусловленные циклонической деятельностью, не превышают 200 мбар, между тем величина перепада напряжения до и после землетрясения составляет  $10 \div 100$  бар [1, 5]. По этой причине силовое воздействие атмосферы на земную кору можно считать пренебрежимо малым, хотя есть указания на то, что перемещение атмосферных фронтов изменяет давление на глубинах очаговых зон землетрясений [6].

Иначе обстоит дело с воздействием океана на земную кору, поскольку вода примерно в 1000 раз тяжелее воздуха. Ударная сила океанского прибоя достигает  $30 \cdot 10^3$  кг на 1 м<sup>2</sup> поверхности берегового уступа, поэтому в прибрежных районах океана гравитационные волны на воде считаются сейсмообразующим фактором [6]. В открытом океане, на глубинах порядка 4000 м, влияние поверхностных ветровых волн на кору несущественно, поскольку движения, связанные с ними, экспоненциально затухают при удалении от поверхности и проникают лишь до глубины порядка 100 м. Длинные волны типа приливов, штормовых нагонов и планетарных волн достигают океанского дна и могут оказывать на него избыточное давление, однако в существующих теориях давление в этих волнах рассчитывается с помощью гидростатического закона (приближение мелкой воды [7]), и к этому давлению земная кора адаптировалась. Особенно ярко этот эффект должен проявиться в нелинейных кноидальных и уединенных длинных волнах типа цунами, для которых гидростатическое приближение неприемлемо. Цель данной статьи и состоит в выводе расчетных соотношений для определения давления, оказываемого уединенными волнами на земную кору.

Будем исходить из постановки задачи и результатов, полученных в работах [8–10]. Используя выражения, приведенные в работах [8–10], давление в уединенной волне можно рассчитать по формуле

$$p = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\rho}{2} \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] - \rho g z, \quad (1)$$

в которой  $\varphi$  — вспомогательный потенциал, связанный с основным потенциалом  $\Phi$  соотношением

$$\varphi = \Phi - \left[ \left( \frac{p^a}{\rho} \right) + gH \right] t, \quad (2)$$

где  $p^a$  — атмосферное давление на поверхности воды. В свою очередь потенциал  $\Phi$  связан со средней по глубине скоростью  $V$  в уединенной волне формулой

$$\Phi = \int_0^x V dx + \frac{H^2}{6} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{z^2}{2} \frac{\partial V}{\partial x}, \quad (3)$$

причем в работах [9, 10] для  $V$  получено соотношение

$$V = \frac{ac_0}{H} \left[ 1 + \frac{a}{2H} (1 - 2 \operatorname{sech}^2 \gamma) \right] \operatorname{sech}^2 \gamma. \quad (4)$$

Здесь  $a$  — амплитуда уединенной волны,  $c_0 = \sqrt{gH}$  — лагранжева скорость длинных волн,  $H$  — невозмущенная глубина,

$$\gamma = \sqrt{\frac{3a}{4H}} \frac{x - ct}{H} \quad (5)$$

— фаза уединенной волны, в которой

$$c = c_0 \left( 1 + \frac{a}{2H} \right) \quad (6)$$

— ее скорость. Подставляя (4) в (3) и учитывая (5), (6), получим

$$\begin{aligned} \Phi = & ac_0 \sqrt{\frac{4H}{3a}} \operatorname{th} \gamma \left[ 1 + \frac{a}{2H} - \frac{a}{H} \left( 1 - \frac{\operatorname{th}^3 \gamma}{3} \right) \right] - \\ & - \frac{ac_0}{2} \sqrt{\frac{3a}{H}} \left( \frac{1}{3} - \frac{z^2}{H^2} \right) \left[ 1 + \frac{a}{2H} (1 - 4 \operatorname{sech}^2 \gamma) \right] \times \\ & \times \operatorname{sech}^2 \gamma \operatorname{th} \gamma, \end{aligned} \quad (7)$$

причем в начале координат давление  $p(x=0)$  предполагается отсутствующим.

Формулы (7) и (2) позволяют найти вспомогательный потенциал  $\varphi$  и его производные. Подставляя результат в формулу (1), найдем давление:

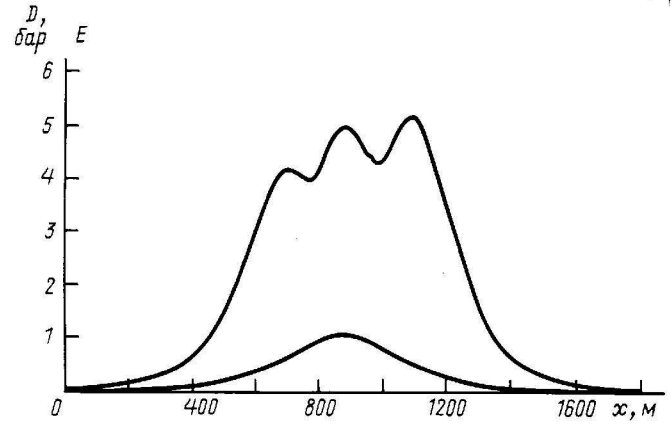
$$\begin{aligned}
 p = p^a + \rho g(H - z) + \frac{\rho c_0 c a}{H} \operatorname{sech}^2 \gamma \times \\
 \times \left[ 1 - \frac{a}{2H} + \frac{a}{3H} \operatorname{th}^2 \gamma (1 + 2 \operatorname{th} \gamma) \right] - \\
 - \frac{3\rho c_0 c a^2}{4H^2} \left( \frac{1}{3} - \frac{z^2}{H^2} \right) \operatorname{sech}^2 \gamma \left\{ (3 \operatorname{sech}^2 \gamma - 2) \times \right. \\
 \times \left[ 1 + \frac{a}{2H} (1 - 4 \operatorname{sech}^2 \gamma) \right] + \frac{4a}{H} \operatorname{th}^2 \gamma \operatorname{sech}^2 \gamma \left. \right\} - \\
 - \frac{\rho}{2} \left\{ c_0 \frac{a}{H} \operatorname{sech}^2 \gamma \left[ 1 - \frac{a}{2H} \left( 1 + \frac{4}{3} \operatorname{th}^3 \gamma \right) \right] - \right. \\
 - \frac{3a^2 c_0}{4H^2} \left( \frac{1}{3} - \frac{z^2}{H^2} \right) \operatorname{sech}^2 \gamma \times \\
 \times \left\{ \left[ 1 + \frac{a}{2H} (1 - 4 \operatorname{sech}^2 \gamma) \right] (3 \operatorname{sech}^2 \gamma - 2) + \right. \\
 \left. + \frac{4a}{H} \operatorname{sech}^2 \gamma \operatorname{th}^2 \gamma \right\} \left. \right\}^2 - \frac{3}{2} \frac{\rho a^3 c_0^2 z^2}{H^5} \times \\
 \times \left[ 1 + \frac{a}{2H} (1 - 4 \operatorname{sech}^2 \gamma) \right]^2 \operatorname{sech}^4 \gamma \operatorname{th}^2 \gamma.
 \end{aligned} \quad (8)$$

Первый член соотношения (8) представляет собой атмосферное давление, которое мы принимаем равным 101 325 Па  $\cong$  1,01 бар. Второй член в правой части (8) — это гидростатическое давление, возрастающее с глубиной линейно и обращающееся на поверхности воды ( $z = H$ ) в нуль (в принятой системе координат ось  $z$  направлена вверх от поверхности горизонтально-однородного дна, где  $z = 0$ ). Третий член в правой части (8) зависит от фазы волны  $\gamma$  и описывает возмущение давления, связанное с уединенной волной. Остальные члены в (8) зависят не только от фазы волны  $\gamma$ , но и от вертикальной координаты  $z$ , т.е. описывают изменения давления с глубиной в уединенной волне. Максимальное давление достигается на дне, соответствующую расчетную формулу легко получить, полагая в (8)  $z = 0$ .

В качестве конкретного примера на рисунке приведены результаты расчета по формуле (8) изменений динамического давления  $D = p - p^a - \rho g(H - z)$  на дне при цунами в бухте Литуя [11], где оно имело вид уединенной волны с амплитудой  $a = 61$  м при глубине порядка  $H = 122$  м. На рисунке показаны также изменения безразмерного уровня поверхности воды  $E = \eta/a$ , рассчитанные по формуле

$$\eta = a \operatorname{ch}^{-2} \gamma, \quad (9)$$

для момента времени  $t = 20$  с после начала цунами. Плотность морской воды  $\rho$  принималась равной 1027,675 кг/м<sup>3</sup>, что соответствует солености 35 промилле, температуре воды 5°C и давлению  $p = 0$  (при глубинах менее 200 м зависимостью плотности



Динамическое давление  $D$  (верхняя кривая) и безразмерный уровень  $E$  (нижняя), рассчитанные по формулам (8), (9) для цунами в бухте Литуя (Аляска, 10 июля 1957 г.)

воды от давления можно пренебречь). Как видим, динамическое давление на дне имеет вид трехгорбого солитона («трезубец Нептуна») с максимумом, примерно равным 5 бар, на переднем фронте волны. В данном примере статическое давление на дне  $S = p^a + \rho gH \approx 13$  бар, т.е. отношение  $D/S = 0,385 \approx 40\%$ . По абсолютной величине колебания давления от цунами на дне океана составляют приблизительно 10 бар, что достаточно для возбуждения самой волной цунами новых очагов землетрясений в перенапряженных областях земной коры.

Полученный результат согласуется с современными представлениями о развитии процесса цунами-генного землетрясения, согласно которым он может длиться от нескольких часов до нескольких суток, причем после возникновения первого цунами возможно образование дополнительных донных трещин, излучающих новые цунами [12, 13]. Мы показали, что давление на земную кору, оказываемое цунами, достаточно велико, чтобы вызвать повторные землетрясения, афтершоки и вторичные цунами. Полученная формула (8) может применяться не только для оценок силовых нагрузок от волн цунами на океанское дно, она представляет интерес также и для конструкторов, разрабатывающих измерители цунами в открытом океане, которые основаны на регистрации возмущений придонного давления, вызываемых длинными волнами [14, 15]. Из рисунка видно, что изменения придонного давления и уровня поверхности воды в уединенных волнах не адекватны друг другу. Таким образом, применение придонных датчиков давления в качестве точных измерителей колебаний уровня поверхности океана представляется проблематичным.

Авторы благодарят С. С. Лаппо и В. В. Иванова за обсуждение проблем, затронутых в статье.

#### Литература

1. Артюшков Е.В. Физическая тектоника. М.: Наука, 1993.
2. Белоусов В.В. Геотектоника. М., 1969.
3. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. М.: Мир, 1969.
4. Авсюк Ю.Н. // Актуальные проблемы геодинамики / Под ред. А.Г. Масевич. М.: Наука, 1991. С. 52.

5. Николаевский В.Н. Геодинамика и флюидодинамика. М.: Недра, 1986.
6. Рыкунов Л.Н. // Актуальные проблемы геодинамики / Под ред. А.Г. Масевич. М.: Наука, 1991. С. 30.
7. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. М.: Мир, 1981.
8. Арсеньев С.А. // ДАН. 1994. **334**, № 5. С. 112.
9. Арсеньев С.А., Живогина О.А., Шелковников Н.К. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1999. № 2. С. 52 (Moscow University Phys. Bull. 1999, No. 2. P. 68).
10. Арсеньев С.А., Живогина О.А., Селиверстов С.В., Шелковников Н.К. // Атомная энергия. 1998. **85**, № 1. С. 69.
11. Арсеньев С.А., Селиверстов С.В., Шелковников Н.К. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 6. С. 57.
12. Иванов В.В. // УФН. 1991. **161**, № 3. С. 31.
13. Иванов В.В. // Физика Земли. 1995. № 11. С. 3.
14. Фольсон Р. // Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоа / Под ред. В.Б. Штокмана. М.: ИЛ, 1951. С. 325.
15. Дыхан Б.Л., Жак В.М., Куликов Е.А. и др. // ДАН. 1981. **257**, № 5. С. 1088.

Поступила в редакцию  
03.09.99

УДК 537.86:519.2; 537.876.23:551.510; 550.3

## НОВОЕ РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЭРГОДИЧНОСТИ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ МЕЖДУ ИОНОСФЕРОЙ И ЗЕМЛЕЙ

А. Г. Вологдин, В. Д. Гусев

(кафедра физики атмосферы)

Рассмотрен новый подход к решению проблемы пространственной эргодичности случайных полей относительно математического ожидания при распространении волн в свободном пространстве между ионосферой и Землей. Доказана возможность замены операции усреднения по объему усреднением вдоль горизонтальной прямой линии произвольного направления. Полученные результаты могут быть использованы при анализе распространения волн различной природы в геофизических средах.

Исследование проблем пространственной эргодичности в случайно-неоднородных средах показало, что усреднение по объему можно заменить усреднением вдоль произвольной прямой линии [1, 2]. Возникает вопрос о возможности такой замены для волн, выходящих из случайно-неоднородной ионосферы и распространяющихся далее в свободном пространстве до Земли. Заметим, что аналогичная постановка вопроса возможна и при зондировании других природных сред как электромагнитными, так и акустическими волнами.

В настоящей работе предлагается новый подход к пространственной эргодичности в свободном пространстве для волн, выходящих из случайно-неоднородной среды. Рассмотрена возможность замены операции усреднения по объему усреднением вдоль прямой линии. Такая замена позволяет снизить уровень сложности проблем пространственной эргодичности до уровня временной эргодичности и тем самым принципиально изменить подход к анализу пространственных экспериментальных данных, стимулируя их получение.

Выразим поле на поверхности Земли через поле на выходе из ионосферы дифракционным интегралом Кирхгофа. При этом будем исходить из формулы Грина, связывающей комплексную амплитуду поля  $U(\mathbf{r})$  в точке  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  внутри области, ограниченной поверхностью  $S$ , с амплитудой на границе  $u$ :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left( G \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS. \quad (1)$$

Здесь  $G$  — функция Грина, а символ  $\partial/\partial n$  означает дифференцирование по направлению внешней нормали  $\mathbf{n}$  к  $S$ .

Введем прямоугольную систему координат с началом, расположенным на выходе из ионосферы, и осью  $z$ , направленной вертикально вниз. В нашей задаче поверхностью  $S$  является плоскость, разделяющая ионосферу и свободное пространство, замкнутая полусферой бесконечно большого радиуса. Если задать на плоскости  $z = 0$  само поле  $u(x, y) \equiv u(x, y, z = 0)$  и взять функцию Грина в виде [3]

$$G = \frac{\exp(ikR)}{R} - \frac{\exp(ikR_1)}{R_1},$$

где  $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$ ,  $R_1 = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta)^2}$ , то остается интегрирование только по плоскости  $z = 0$ , и, кроме того, формула (1) становится одночленной. Таким образом, имеем в полупространстве  $z \geq 0$

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\exp(ikR)}{R} \Big|_{\zeta=0} d\xi d\eta. \quad (2)$$

Ограничиваясь пространственной эргодичностью, утверждают, что для статистически-однородных и пространственно-эргодических случайных полей средние по ансамблю реализаций «совпадают» в смысле сходимости по вероятности (или в среднем квадратичном) со средними по пространству.