V — скорость протонов. Если считать, что средняя энергия протонов 2 МэВ и что диффузионный максимум достиг орбиты Земли в момент прохождения левой части петли окрестности Земли (см. рис. 2), то, учитывая время распространения этого максимума (21 ч), мы получим, что протоны прошли путь $\sim$4,9 а. е. Полная длина всей магнитной петли (на момент наблюдения максимума протонов) при скорости солнечного ветра 600 км/с составит $\sim$6 а. е., а гелиоцентрическое расстояние до ее наиболее удаленной от Солнца части (точка соединения двух ее ветвей) составит $\sim$2,5 а. е. на начало суток 20.08.1991 г.

Еще необходимо учесть, что протонная вспышка произошла несколько западнее рассматриваемой петлевой структуры (но в области с той же магнитной полярностью, что и правая часть петли), возможно, частицам понадобилось какое-то время на корональную диффузию до начала левой части магнитной петли. Поэтому время движения протонов в межпланетном пространстве до КА может быть несколько меньше, чем 21 ч.

Следовательно, рассчитанные величины: путь протонов до Земли (4,9 а.е.), полная длина петли (6 а.е.) и ее максимальное удаление от Солнца на начало суток 20.08.1991 г. (2,5 а.е.) — являются их верхними пределами.

Итак, в работе показано, что, не имея подробных данных о параметрах межпланетной среды, измеренных на различных гелиоцентрических расстояниях, по результатам измерения интенсивности потоков протонов в различных энергетических диапазонах в пределах кинетических энергий $1 \div 20$ МэВ и их анизотропии, которые пришли в окрестность КА от слабой вспышки, можно получить представление о крупномасштабной структуре межпланетной среды. Небольшие потоки протонов, идущие от Солнца через межпланетное пространство, как бы тестируют межпланетную среду, не изменяя ее структуры.

Литература

1. *Чучков Е.А., Ермаков С.И., Кадобнов В.Б.* и др. // Письма в Астрон. журн. 1991. **17**, № 2. С. 135.
2. *Любимов Г.П., Чучков Е.А.* // Космич. исслед. 1991. **29**, № 6. С. 910.
3. *Алексеев Н.В., Вакулов П.В., Логачев Ю.И.* и др. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1977. **41**, № 9. С. 1827.
4. *Шабанский В.П., Шистер А.Р.* // Матер. 5-го Ленингр. междунар. семин. «Солнечные космические лучи и их проникновение в магнитосферу Земли». Л., 1973. С. 241.
5. *Kunstmann J.E., Alpers W.* // Astrophys. J. 1977. **211**, No. 2, Pt. 1. P. 587.

Поступила в редакцию
30.06.99

УДК 521.13

ПРИМЕНЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО МЕТОДА ВЫЧИСЛЕНИЙ ВОЗМУЩАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ В ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ПЛАНЕТ

И. А. Герасимов, В. В. Чазов, Д. А. Тагаева

(*ГАИШ*)

Получено второе приближение для теории движения тел Солнечной системы, основанной на универсальном методе вычисления возмущенной функции. Представлены результаты обработки 30-летних рядов фотографических наблюдений избранных малых планет.

Введение

В нашей работе [1] был предложен новый метод вычисления возмущающей функции в задаче о движении небесных тел Солнечной системы. Уравнения движения каждой из планет рассматривались в гелиоцентрической системе координат. В качестве малого параметра было выбрано отношение массы Юпитера к массе Солнца. Получено аналитическое решение первого порядка относительно этого параметра: для каждой большой планеты Солнечной системы вычислены функция преобразования и эволюционный гамильтониан, представляющие собой суммы элементарных тригонометрических выражений. Функция преобразования необходима для учета короткопериодических членов, а эволюционный гамильтониан используется при численном интегрировании системы осредненных уравнений движения.

В настоящей статье представлены алгоритм второго приближения и результаты обработки 30-летних рядов фотографических наблюдений избранных малых планет.

1. Алгоритм второго приближения

Во втором приближении для каждой из планет найдем функцию преобразования S_{12} и добавку к новому гамильтониану F_{12}^* $(i = \overline{1,9})$. Функции S_{12} и F_{12}^* в нашем решении имеют второй порядок малости относительно возмущающих масс.

Следуя методу канонических преобразований [2], выполним интегрирование:

$$S_{12} = \int (F_{12} - F_{12}^*)\, dt,$$
$$F_{12} = \frac{1}{2}\{F_{i1} + F_{i1}^*, S_{i1}\} + \sum_{j \neq i} \{F_{i1}, S_{j1}\}, \tag{1}$$

где F_{i1}, F^*_{i1}, S_{i1} — тригонометрические ряды, полученные в первом приближении, а ряд из элементарных слагаемых, составляющий функцию F^*_{12}, выбирается в процессе интегрирования. Фигурными скобками обозначены скобки Пуассона. Для функций F и S, зависящих от канонических переменных L, G, H, l, g, h, выражение в скобках вычисляется по формуле

$$\{F,S\} = \frac{\partial F}{\partial L}\frac{\partial S}{\partial l} - \frac{\partial F}{\partial l}\frac{\partial S}{\partial L} + \frac{\partial F}{\partial G}\frac{\partial S}{\partial g} - \frac{\partial F}{\partial g}\frac{\partial S}{\partial G} + \\ + \frac{\partial F}{\partial H}\frac{\partial S}{\partial h} - \frac{\partial F}{\partial h}\frac{\partial S}{\partial H}. \qquad (2)$$

При вычислении выражения $\{F_{i1} + F^*_{i1}, S_{i1}\}$ выполняется дифференцирование по каноническим элементам возмущаемой планеты. В каждом из слагаемых суммы $\sum\limits_{j\neq i}\{F_{i1}, S_{j1}\}$ дифференцирование производится по каноническим переменным соответствующей возмущающей планеты. Появление этой суммы обеспечивает переход от оскулирующих элементов возмущающих планет к средним элементам, полученным в первом приближении.

Эволюционный гамильтониан для каждой из планет имеет вид

$$F^*_i = \frac{\mu_i}{2L_i^2} + F^*_{i1} + F^*_{i2}. \qquad (3)$$

В результате численного интегрирования осредненных канонических уравнений движения с эволюционным гамильтонианом F^*_i и начальными условиями, заданными на момент t_0, получаются средние канонические элементы всех планет на любой момент времени t.

Оскулирующие элементы орбиты L_i, l_i вычисляются с учетом (1):

$$L_i = L'_i + \frac{\partial S'_{i1}}{\partial l'_i} + \frac{\partial S_{i2}}{\partial l'_i} + \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial S_{i1}}{\partial l'_i}, S_{i1}\right\}, \\ l_i = l'_i - \frac{\partial S_{i1}}{\partial L'_i} - \frac{\partial S_{i2}}{\partial L'_i} - \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial S_{i1}}{\partial L'_i}, S_{i1}\right\}. \qquad (4)$$

Оскулирующие элементы G_i, g_i и H_i, h_i определяются при помощи аналогичных выражений.

На втором этапе оказалось возможным учесть действие двух далеких планет — Нептуна и Плутона — друг на друга. Для этого в эволюционный гамильтониан планеты Нептун был добавлен член

$$m'\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{r'}\frac{r}{r'}\cos\Phi\right),$$

и аналогично в эволюционный гамильтониан планеты Плутон добавлено выражение

$$m\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{r}\frac{r'}{r}\cos\Phi\right),$$

где Δ и Φ — расстояние между планетами и угол между направлениями на планеты, m и m' — массы Нептуна и Плутона, r и r' — гелиоцентрические расстояния Нептуна и Плутона соответственно.

Вычисление выражений в скобках Пуассона, вошедших в формулы (1) и (4), выполняется по существенно различным алгоритмам. В формуле (4) отдельно вычисляются 12 чисел. Каждое из них является суммой численных значений элементарных слагаемых соответствующего тригонометрического ряда. Затем из этих 12 чисел по формуле (2) получается одно число. В формуле (1) необходимо выполнить умножение и сложение тригонометрических рядов, результатом этих действий будет ряд, состоящий из элементарных слагаемых. Для операций с полученным рядом пригоден алгоритм рекуррентного интегрирования, разработанный для первого приближения [1].

2. Обработка наблюдений избранных малых планет

На протяжении многих лет в ГАИШ выполнялись работы по фотографическим наблюдениям избранных малых планет. Мы использовали топоцентрические координаты астероидов, опубликованные в работе [3]. Малые планеты являются хорошими объектами приложения нового метода вычисления возмущающей функции, предложенного нами. Орбиты малых планет близки к орбите Юпитера, основного возмущающего тела Солнечной системы. Угол наклонения астероида Паллада превосходит 34°, эксцентриситет орбиты Юноны более 0,25. Для построения аналитических теорий движения таких объектов разрабатывались специальные методы вычисления возмущений в координатах [4], однако большое количество членов возмущающей функции создавало значительные трудности на этом пути.

В работе [1] было отмечено то обстоятельство, что высокоточная численная эфемерида DE200 использовалась нами как эталон для определения постоянных параметров численно-аналитической теории движения больших планет Солнечной системы. При обработке топоцентрических положений малых планет эфемерида DE200/LE200 задавала также координаты центра масс Земли. Для независимого вычисления этих данных необходимо знать движение Луны относительно Земли, что в рамках разрабатываемой нами теории в настоящее время не представляется возможным.

Вычисление орбит больших планет проводилось на основе решения, полученного в первом приближении. Начальные значения шести оскулирующих элементов орбиты для каждого из астероидов заимствованы из справочника [5]. Уточненные значения средних элементов орбиты определены на основе анализа невязок, т. е. разностей между наблюденными и вычисленными координатами малых планет, методом наименьших квадратов. Для приведения рассчитанных положений в систему фиксированных экватора и эклиптики на эпоху B1950.0 использовались формулы и рекомендации работы [6]. Во всех случаях дифференциального уточнения орбит достаточно было двух итераций.

Численно-аналитическая теория движения, построенная нами для каждой из десяти избранных малых планет, включает в себя алгоритм численного интегрирования осредненных уравнений движения с эволюционным гамильтонианом и алгоритм учета короткопериодических возмущений в любой точке средней орбиты, при этом учитываются значения шести средних элементов орбиты на заданный момент времени. Как эволюционный гамильтониан, так и функция взаимного преобразования оскулирующих и средних элементов орбиты состоят из элементарных тригонометрических выражений. Критерием качества разработанной теории движения каждого из астероидов будем считать среднеквадратическую погрешность одного измерения.

Результаты наших вычислений собраны в таблице. Приняты следующие обозначения: n — номер малой планеты, a — большая полуось в астрономических единицах, e — эксцентриситет, i — угол наклонения в градусах, S и F — количество членов в функции преобразования и в вековом гамильтониане, σ — среднеквадратическая погрешность одного измерения в секундах дуги.

n	Планета	a (а. е.)	e	i (°)	S	F	σ ($''$)
1	Церера	2,76	0,077	10,60	6100	160	0,33
2	Паллада	2,77	0,234	34,80	11200	680	0,41
3	Юнона	2,67	0,258	12,98	7400	540	0,40
4	Веста	2,36	0,090	7,13	4200	130	0,30
6	Геба	2,42	0,203	14,76	5900	340	0,34
7	Ирида	2,38	0,231	5,51	5900	510	0,37
11	Партенона	2,45	0,101	4,63	4200	150	0,31
18	Мельпомена	2,29	0,218	10,13	6000	380	0,32
39	Летиция	2,77	0,114	10,37	5600	200	0,30
40	Гармония	2,27	0,047	4,26	3200	70	0,29

Как следует из таблицы, после обработки наблюдений средняя квадратическая погрешность одного измерения составляет от $0{,}3''$ до $0{,}4''$. Эта величина хорошо согласуется с оценками [3].

Число короткопериодических слагаемых возрастает с увеличением эксцентриситета и угла наклонения. Приведенные в таблице значения соответствуют функции преобразования, которая содержит амплитуды и периоды короткопериодических возмущений для всех шести средних элементов орбиты, поэтому реальное число короткопериодических членов, учитываемых в теории, почти в шесть раз больше.

Несколько неожиданным может показаться большое количество членов в вековом гамильтониане, особенно для значений эксцентриситета орбиты, превышающих 0,2. На такую возможность указывал Пуанкаре в специальном исследовании возмущающей функции, содержащей высокие степени отношений больших полуосей. В совокупности разнообразных линейных комбинаций угловых переменных по мере увеличения модулей целых чисел, являющихся множителями, возрастает количество аргументов, близких к соизмеримости [7]. Заметим, что такую особенность теории движения малых планет трудно выявить в классическом подходе, в котором ограничиваются шестой или восьмой степенью эксцентриситета и угла наклонения [4].

Заключение

Основной результат предлагаемой работы — построение численно-аналитической теории движения десяти избранных малых планет. Решение получено с точностью до второго порядка относительно малого параметра, пропорционального отношению возмущающих масс планет к массе Солнца. Точность представления фотографических наблюдений находится на уровне $0{,}4''$. Число учитываемых короткопериодических возмущений всех шести элементов орбиты астероида Паллада превышает 50 000. С увеличением точности вычислений количество слагаемых в эволюционном гамильтониане существенно возрастает.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Интеграция» (грант К0641).

Литература

1. *Герасимов И.А., Чазов В.В., Рыхлова Л.В., Тагаева Д.А.* // Астрон. вестн. 2000. № 5. С. 373.
2. *Герасимов И.А., Винников Е.Л., Мушаилов Б.Р.* Канонические уравнения в небесной механике. М.: Изд-во Моск. ун-та. 1996.
3. *Елисеев В.А.* // Тр. ГАИШ. 1988. Т. 59. С. 133–155.
4. *Брауэр Д., Клеменс Дж.* Методы небесной механики. М.: Мир, 1964.
5. Эфемериды малых планет. М.: Наука, 1990.
6. *Куимов К.В.* Редукционные вычисления: Практикум по астрометрии. М.: Изд-во МГУ, 1989. С. 6–42.
7. *Пуанкаре А.* Лекции по небесной механике. М.: Наука, 1965.

Поступила в редакцию
11.06.99