К Р А Т К И Е С О О Б Щ Е Н И Я

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.1.01

ОЦЕНКА МАССЫ КОНСТИТУЕНТНОГО КВАРКА ИЗ КОНЕЧНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРАВИЛ СУММ

В. А. Мещеряков, Д. В. Мещеряков

(*кафедра квантовой статистики; кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

В рамках метода конечно-энергетических правил сумм с использованием модели глюонного пропагатора, основанной на ренормгрупповом анализе в однопетлевом приближении, получена оценка массы конституентного кварка.

Значительное число работ, посвященных исследованию низкоэнергетической области КХД [1–7], вызвано важностью учета непертурбативных эффектов для теории сильных взаимодействий. К привлекательным инструментам исследования непертурбативной КХД относятся различные правила сумм, позволяющие связать асимптотическую область с резонансной, для которой накоплен большой экспериментальный материал. В работе [5] была предложена модель глюонного пропагатора в инфракрасной области, основанная на ренормгрупповом анализе в однопетлевом приближении. В настоящей работе мы используем эту модель и конечно-энергетические правила сумм для оценки массы конституентного кварка.

В работе [3] было показано, что в рамках метода конечно-энергетических правил сумм использование простого представления для электромагнитного формфактора пиона с четырьмя полюсами приводит к следующим уравнениям:

$$\left(\frac{8\pi^2}{s_0}\right)\Phi = 1+\frac{\alpha_s}{\pi}-\frac{1}{s_0}\,\frac{3(\bar m_u^2+\bar m_d^2)}{[(1/2)\ln(s_0/\Lambda^2)]^{4/(-b_1)}}, \quad (1)$$

$$\left(\frac{16\pi^2}{s_0^2}\right)s_1\Phi = 1+\frac{\alpha_s}{\pi}-\frac{2}{s_0}\,\frac{\pi^2}{3}\left\langle\frac{\alpha_s}{\pi}GG\right\rangle, \quad (2)$$

$$\left(\frac{24\pi^2}{s_0^3}\right)s_1^2\Phi = 1+\frac{\alpha_s}{\pi}-\frac{3}{s_0^3}\,\frac{896}{81}\pi^3\alpha_s\langle\bar q q\rangle^2, \quad (3)$$

где $\alpha_s(s_0)/\pi = 2/\left(-b_1\ln\left(s_0/\Lambda^2\right)\right)$ — бегущая константа связи КХД, m_u и m_d — массы u- и d-кварков, $b_1 = -11/2 + N_f/3$, N_f — число ароматов кварков, s_0 — порог континуума, $s_1 = 4m_\pi^2(2u_1^2+1)^2 = 0{,}63$ ГэВ^2 — квадрат эффективной массы ρ-мезона (m_π — масса пиона, $\alpha_s\langle\bar q q\rangle^2$ — четырехкварковый конденсат, $\langle(\alpha_s/\pi)GG\rangle$ — глюонный конденсат. Здесь $\Phi = \Phi(u_1, v_1, u_2, v_2)$, где $u_i, v_i (i = 1, 2)$ — полюсы электромагнитного формфактора пиона, определенного на четырехлистной римановой поверхности. Воспользуемся оценкой, полученной в [7]:

$$\bar m_u^2+\bar m_d^2 = \frac{2\pi}{3}\,\frac{64 f_\pi^2 m_\pi^4}{9\langle\alpha_s GG\rangle}. \quad (4)$$

Здесь f_π — константа, характеризующая скорость распада пиона $\pi\to\mu\nu$. Подставляя (4) в (1)–(3) и исключая из этих уравнений Φ, приходим к следующему соотношению:

$$\alpha\langle\bar q q\rangle^2\left(\frac{896\pi^3}{27 s_0^3}-\frac{R}{s_0\alpha\langle\bar q q\rangle^2\langle(\alpha/\pi)GG\rangle}\right) = \quad (5)$$

$$= \frac{\tau^2-3}{\tau(\tau-2)}\langle(\alpha/\pi)GG\rangle\left(\frac{2\pi^2}{3s_0^2}-\frac{R}{s_0\langle(\alpha/\pi)GG\rangle^2}\right),$$

где

$$\tau = \frac{s_0}{s_1},\qquad R = \frac{128 f_\pi^2 m_\pi^2}{9[(1/2)\ln(s_0/\Lambda^2)]^{4/(-b_1)}}.$$

В работе [5] в рамках однопетлевого приближения уравнений ренормализационной группы был получен непертурбативный анзац для глюонного пропагатора. В качестве исходного было выбрано выражение для пропагатора глюона в ковариантной калибровке, содержащее произвольные коэффициенты, не нарушающие калибровочного условия. Вычисление этих коэффициентов методом ренормгруппы и учет асимптотической свободы привели к выражению

$$D_{\mu\nu}^{ab}(k) = -i\delta^{ab}\,4\ln(\mu_g/\Lambda)\frac{d_{\mu\nu}(k)}{(k^2+\mu_g^2)},$$

где $d_{\mu\nu}(k) = g_{\mu\nu} + 2k_\mu k_\nu/k^2$, а Λ — фундаментальный размерный параметр КХД, μ_g — параметр модели. Такой вид пропагатора глюона приводит к следующей связи глюонного конденсата, кваркового конденсата и массы конституентного кварка μ_q с параметром модели μ_g [5]:

$$\langle(\alpha/\pi)GG\rangle = \frac{32}{\pi^2}\ln(\mu_g/\Lambda)\Big(\ln(\mu_g/\Lambda)+\frac{1}{6}\Big)\mu_g^4,$$

$$\langle\bar q q\rangle = -\frac{9}{8\pi}\mu_q\mu_g^2, \quad (6)$$

$$\mu_q = \frac{2\pi}{\sqrt{3(\ln(4\pi\Lambda^2/\mu_g^2) + 8\pi^2/2 + 1/2 - \gamma)}}\mu_g,$$

где γ — постоянная Эйлера. Подставляя (6) в (5) и рассматривая полученное соотношение как квадратное уравнение относительно τ, потребуем неотрицательности его дискриминанта. В результате получим условия на параметр μ_g, имеющие следующий вид:

$$A \geqslant -\frac{3+\sqrt{5}}{2}B, \tag{7}$$

$$A \leqslant -\frac{3-\sqrt{5}}{2}B, \tag{8}$$

где

$$A = \frac{56\pi^3}{s_0^2}\alpha\frac{\mu_g^2}{(\ln(4\pi\Lambda^2/\mu_g^2) + 8\pi^2/2 + 1/2 - \gamma)} - \\ -\frac{R}{(32/\pi^2)\ln(\mu_g/\Lambda)[\ln(\mu_g/\Lambda) + 1/6]\mu_g^{10}},$$

$$B = \frac{2\pi^2}{3s_0}\frac{32}{\pi^2}\ln(\mu_g/\Lambda)(\ln(\mu_g/\Lambda) + 1/6) - \\ -\frac{R}{(32/\pi^2)\ln(\mu_g/\Lambda)(\ln(\mu_g/\Lambda) + 1/6)\mu_g^8}.$$

Неравенство (8) приводит к нефизическим отрицательным значениям μ_g, а неравенство (7) дает оценку снизу. Оценку сверху получим из неравенства для отношения глюонного и четырехкваркового конденсатов, полученное в [3]:

$$-1{,}0\ \text{ГэВ}^2 \leqslant -\frac{27\langle(\alpha/\pi)GG\rangle}{896\pi\alpha\langle\bar{q}q\rangle^2} \leqslant 0.$$

Подставляя в это соотношение (6), получаем оценку сверху для μ_g. Используя связь μ_g и μ_q, окончательно получаем следующую оценку для массы конституентного кварка:

$$287\ \text{МэВ} \leqslant \mu_q \leqslant 963\ \text{МэВ}.$$

Полученный результат хорошо согласуется с другими имеющимися оценками [1, 8, 9]. В работе [6] была предложена модель, объединяющая пертурбативную КХД с низкоэнергетической феноменологией. Гамильтониан модели был получен в результате итерационной процедуры, основанной на ренормгрупповом анализе. Однако, как отмечают сами авторы, величина массы конституентного кварка в их подходе оказывается заниженной ($\mu_q = 100$ МэВ). В настоящей работе показано, что учет ренормгруппы в рамках конечно-энергетических правил сумм не приводит к заниженным значениям массы конституентного кварка.

Литература

1. *Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I.* // Nucl. Phys. 1979. **B147**. P. 385; 448; 519.
2. *Мещеряков Д.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1991. № 6. С. 44 (Moscow University Phys. Bull. 1991. No. 6. P. 42).
3. *Meshcheryakov D.V.* // Z. f. Phys. 1992. **C55**. P. 643.
4. *Arbuzov B.A., Boos E.E., Turashvili K.Sh.* // Z. f. Phys. 1986. **C30**. P. 287.
5. *Kiselev V.V.* // Препринт ИФВЭ № 92-51. Протвино, 1992.
6. *Szczepaniak A.P., Swanson E.S.* // Phys. Rev. 1997. **D55**. P. 1578.
7. *Becchi C., Narison S., Rafael E. de, Yndurain F.J.* // Z. f. Phys. 1981. **C8**. P. 335.
8. *Wilson K.G., Walhout T.S., Harindranath A.* et al. // Phys. Rev. 1994. **D49**. P. 6720.
9. *Jungnickel D.-U., Wetterich C.* // Phys. Rev. 1996. **D53**. P. 5142.

Поступила в редакцию
19.05.99

УДК 534. 01

О БИСТАБИЛЬНОСТИ СИНХРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ОСЦИЛЛЯТОРЕ ВАН ДЕР ПОЛЯ

П. В. Елютин

(*кафедра квантовой радиофизики*)

Для синхронных колебаний осциллятора Ван дер Поля под действием гармонической силы исследована (аналитически и численно) область бистабильности, в которой при заданном значении параметров внешней силы могут существовать два устойчивых периодических решения с различными параметрами.

Движение осциллятора Ван дер Поля под действием гармонической внешней силы описывается в безразмерных переменных уравнением

$$\ddot{x} - \alpha\dot{x}(1 - x^2) + x = F\cos\omega t.$$

Задача об устойчивости синхронных (имеющих частоту внешнего поля ω) колебаний в этой модели при малых значениях параметра ($\alpha \ll 1$) была решена Андроновым и Виттом еще в 1930 г. [1, 2]. В своей пионерской работе эти авторы отметили наличие у уравнения (1) области бистабильности, в которой «существует одновременно два устойчивых периодических решения» [2, с. 64], но отказались от ее рассмотрения.