

УДК 537.871.64

## ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ИОНОСФЕРНОГО РАДИОСИГНАЛА

Д. В. Кирьянов, Н. В. Карабанов, Д. И. Сапонов

(кафедра физики атмосферы)

Приводятся результаты экспериментов по изучению фрактальных свойств радиосигнала, испытавшего отражение от неоднородной ионосферы Земли. Данные дистанционного радиозондирования обработаны с использованием вейвлетного анализа и алгоритма реконструкции аттрактора. Получены значения размерности временной реализации доплеровского смещения частоты ионосферного радиосигнала, которые дают информацию о фрактальных свойствах неоднородностей ионосферы различных масштабов.

Большинство реальных геофизических объектов обладают сложной фрактальной и мультифрактальной структурой. В последнее время обнаружено, что экспериментальное изучение фрактальных свойств позволяет получить новые данные об объекте и способствует построению его математической модели [1]. В частности, определение фрактальной размерности среды типа земной атмосферы дает информацию о смене в ней детерминированных и хаотических режимов, о степени турбулентности и т. п. (см., напр., [2]). В настоящей работе фрактальные свойства ионосферных неоднородностей исследуются на основе данных дистанционного радиозондирования.

Как известно, неоднородности структуры ионосферы Земли включают в себя возмущения различного типа, наложенные на регулярный профиль концентрации электронов в ионосферной плазме. Возмущения находятся в постоянном движении, поэтому при отражении от ионосферы зондирующих радиоволн их частота изменяется в соответствии с параметрическим доплер-эффектом. Флуктуации доплеровского смещения частоты связаны главным образом с флуктуациями скорости дрейфа электронов в области отражения радиоволны. Таким образом, частотно-временные свойства доплеровского смещения в основном соответствуют свойствам неоднородной

структуры ионосферы, и их можно использовать для оценки фрактальных свойств неоднородностей.

Итак, если оценить размерность временной реализации флуктуаций доплеровского смещения, то эту оценку (в весьма грубом приближении) можно перенести на свойства ионосферы, которая обуславливает такие флуктуации. При более строгом подходе необходимо создать математическую модель, которая связывала бы размерность неоднородностей структуры ионосферы и размерность временной реализации измеряемого доплеровского смещения. Построение такой модели выходит за рамки настоящей работы и может быть целью будущих исследований, в том числе учитывающих экспериментальные результаты, представленные ниже.

В качестве исходных данных использовались временные реализации доплеровского смещения частоты ионосферного сигнала, характерный пример которых приведен на рис. 1. Данные получены при отражении коротковолнового радиосигнала от ионосферы на трассе зондирования Лондон—Москва. Экспериментальная установка, с помощью которой были получены эти измерения, описана в работе [3]. Для оценки фрактальной размерности серии временных реализаций, полученных в разное время года, мы использовали данные ионосферных экспериментов,

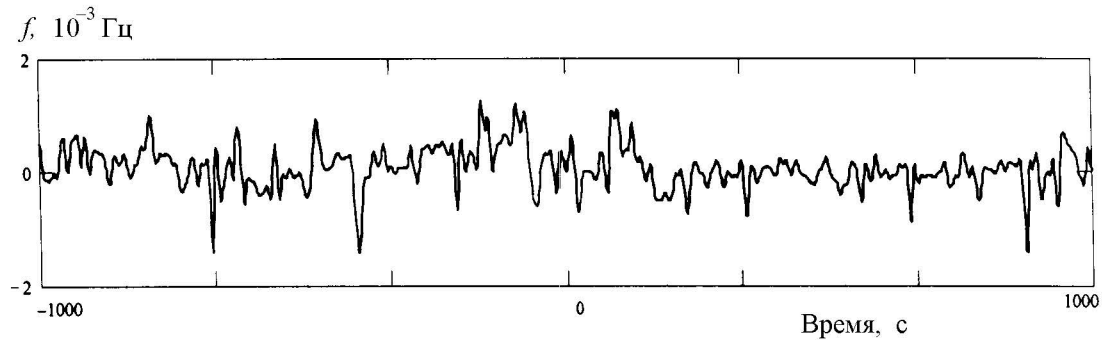


Рис. 1. Пример экспериментальных данных

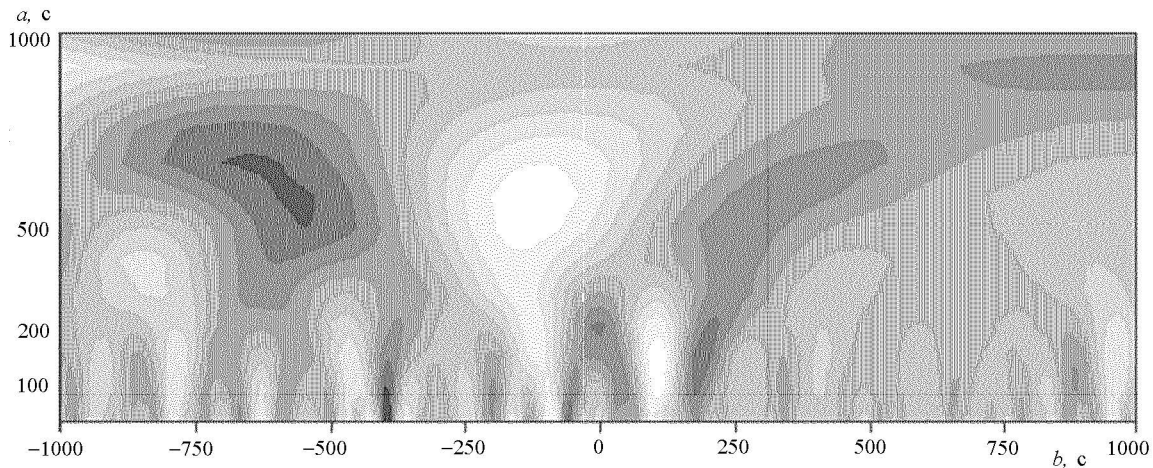


Рис. 2. Изолинии вейвлет-преобразования данных, показанных на рис. 1. Положительные области выделены светлым тоном, отрицательные — темным

которые проводились на кафедре физики атмосферы в 1995–1996 гг.

При изучении фрактальных свойств геофизических объектов широко применяется вейвлетный анализ. В частности, по характеру вейвлет-спектра можно отличить случайный процесс от фрактального объекта. Как известно [4], вейвлетное преобразование принципиально отличается от преобразования Фурье тем, что двухпараметрическая анализирующая вейвлетная функция хорошо локализована как по частоте, так и по времени. Для расчета вейвлет-спектра сигнала, показанного на рис. 1, мы применяли вейвлет-образующую функцию, называемую «мексиканской шляпой», которая хорошо зарекомендовала себя в ряде геофизических приложений. Эта функция равна второй производной функции Гаусса:

$$\psi(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right).$$

Вейвлет-спектр временной зависимости доплеровского смещения  $f(t)$ , определяемый как функция двух переменных:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$

показан на рис. 2. Он представляет собой изолинии вейвлетного преобразования  $W(a, b)$ . По вертикаль-

ной оси отложены (в степенном масштабе) периоды вейвлет-преобразования  $a$ , по горизонтальной оси — временной сдвиг  $b$ . Положительные участки вейвлет-спектра выделены светлым тоном, отрицательные — темным.

Приведенный экспериментальный пример иллюстрирует достаточно типичную картину в ионосфере: наличие квазипериодических возмущений различного масштаба, имеющих различную природу возникновения [5]. Вейвлет-спектр показывает, что в спектре сигнала присутствует высокочастотная компонента с периодом порядка минут (мелкомасштабные чередующиеся области экстремумов в нижней части рисунка). Эти возмущения, по-видимому, обусловлены турбулентными пульсациями в ионосферной плазме. Встречающиеся характерные ветвления линий уровня говорят о фрактальной природе мелкомасштабных возмущений.

Более низкочастотная составляющая спектра представлена двумя крупномасштабными областями экстремумов в левой верхней половине рисунка. Период их чередования составляет десять-двадцать минут, и, по-видимому, эти флуктуации вызваны так называемыми перемещающимися ионосферными возмущениями (ПИВ) — мощными периодически неоднородностями, характерными для ионосферы, которые обязаны своим происхождением акустико-гравитационным волнам в верхней атмосфере [5]. Чередование крупномасштабных областей разного знака в левой части рис. 2 подтверждает волновую природу возмущения. Кроме того, колебание типа

ПИБ, присутствовавшее на протяжении первой половины сеанса измерений, отсутствует во второй половине. Это может быть связано, например, с затуханием возмущения либо со смещением зоны отражения сигнала в область, свободную от ПИБ.

Численно фрактальную размерность высокочастотной компоненты можно оценить с помощью алгоритма, называемого «реконструкцией аттрактора» [1, 6]. Его основная идея состоит в следующем. Временные измерения некоторой характеристики объекта (в наших экспериментах — доплеровского смещения) в единственной точке пространства представляются в виде дискретного множества. Интервал дискретизации выбирается примерно равным временному радиусу корреляции измерений. Из элементов множества последовательно формируются наборы  $N$ -мерных векторов, где  $N$  — различные натуральные числа (от единицы и выше), называемые параметрами вложения. Затем для каждого набора векторов определяется так называемая корреляционная размерность [7]. Если всего имеется  $M$  векторов, то эта размерность равна

$$\nu = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(k(\varepsilon)M^{-2})}{\ln \varepsilon}, \quad (1)$$

где  $k(\varepsilon)$  — количество расстояний между точками, задаваемыми координатами векторов в  $N$ -мерном пространстве, которые меньше  $\varepsilon$ . Если корреляционная размерность, зависящая от параметра вложения  $N$ , стремится с ростом  $N$  к константе, то эта константа и будет оценкой размерности рассматриваемой временной реализации доплеровского смещения. Алгоритм «реконструкции аттрактора» нашел применение как в геофизике [2], так и в дистанционном радиозондировании [8]. В частности, с его помощью исследовались свойства магнитосферы Земли [9].

Два типичных вида зависимости  $\nu(N)$ , рассчитанной для экспериментальных данных, приведены на рис. 3. Согласно нашим измерениям, в большинстве случаев наблюдается монотонное возрастание корреляционного показателя с ростом  $N$ , характерное для бесконечной размерности, т. е. для чисто случайного процесса  $f(t)$ . Действительно, в этом случае можно с уверенностью говорить, что размерность больше некоторого максимального измеренного значения корреляционной размерности (на рис. 3 — больше 7). Однако произвести расчет для больших  $N$  невозможно, так как для этого потребовался бы намного больший объем исходной выборки данных. А этот объем лимитирован, с одной стороны, величиной интервала дискретизации, т. е. радиусом корреляции  $f(t)$ , а с другой — характерным временем стационарности ионосферных процессов [10], составляющим доли суток.

Вместе с тем в ряде случаев наблюдался другой вид зависимости  $\nu(N)$ , отвечающий фрактальной размерности от 4 до 6. Вторая серия измерений на рис. 3 приводит к оценке размерности, близкой к 4. Вычисленное значение корреляционной размерности может быть принято в качестве нижней оценки хаус-

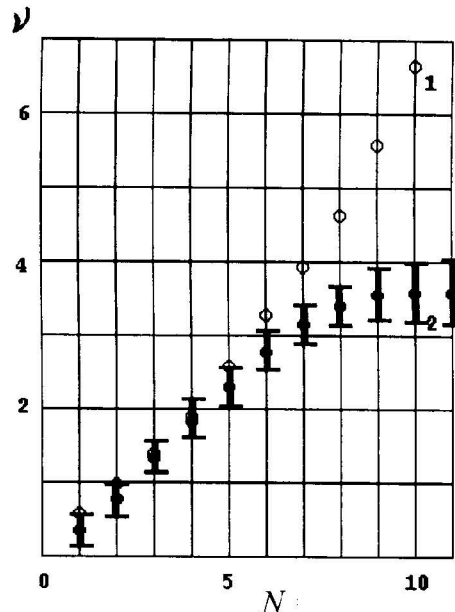


Рис. 3. Зависимость корреляционной размерности от параметра вложения для двух сеансов измерений. Для данных сеанса 2 указаны погрешности, рассчитанные согласно (1) методом наименьших квадратов

дорфовой размерности [11] исследуемого сигнала. Это означает, что неоднородная структура ионосферы в ряде случаев представляет собой не развитый, а достаточно маломодовый хаос. То есть принципиально возможно описание процессов формирования ионосферных возмущений с помощью небольшого числа обычных дифференциальных уравнений. В любом случае размерность получается большей, нежели зафиксирована в экспериментах [9] для магнитосферы, т. е. ионосферная турбулентность является более развитой.

Можно оценить размерность и для волнового возмущения, которое обсуждалось выше. По тем же причинам из-за недостатка объема выборки алгоритм реконструкции аттрактора неприменим. Однако оценить размерность можно и с помощью вейвлет-спектра [4]. Для этого строится зависимость логарифма числа экстремумов  $\ln(K_i)$  функции  $W(a_i, b)$  при последовательно взятых фиксированных  $a_i$  от  $\ln(a_i)$ . Экспериментально определенная зависимость показана на рис. 4. Тангенс угла наклона дает оценку размерности. Из рис. 4 видно, что она составляет величину, примерно равную единице, т. е. крупномасштабные возмущения имеют действительно волновую (нефрактальную) природу, что соответствует современным представлениям о ПИБ [5].

Перечислим основные результаты работы. Согласно экспериментальным данным, оценка фрактальной размерности ионосферного сигнала составляет, по крайней мере, более 4. В большинстве случаев не удалось зафиксировать конечную величину размерности, что соответствует, по-видимому, развитому хаосу в ионосфере. Напротив, распространение волновых возмущений в ионосфере является детерминированным процессом, о чем можно судить по его размерности, равной приблизительно 1.

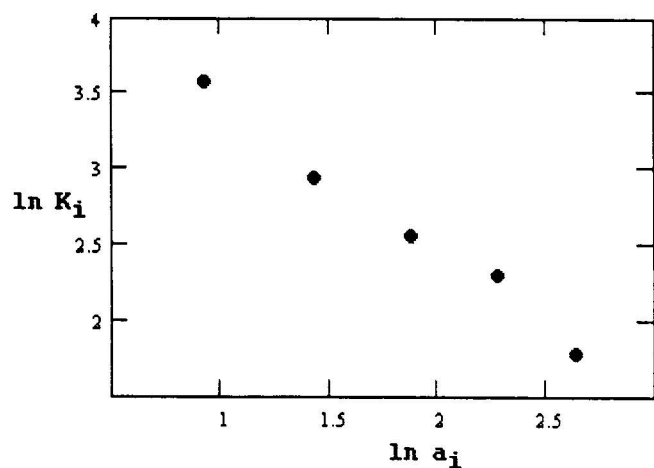


Рис. 4. Зависимость числа экстремумов функции  $W(a_i, b)$ , показанной на рис. 2, от  $a_i$  (в логарифмическом масштабе)

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 98-02-16834).

#### Литература

1. Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Потанов А.Б. Синергетика — новые направления // Научно-популярная серия «Математика и кибернетика», № 11/89. М.: Знание, 1989.
2. Атлас временных вариаций природных процессов / Под ред. А.В. Николаева, А.Г. Гамбурцева. Т. 2. М., 1994.
3. Гусев В.Д., Карabanов Н.В., Кирьянов Д.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. № 2. С. 35 (Moscow University Phys. Bull. 1996. No. 2. P. 32).
4. Астафьева Н.М. // УФН. 1996. **166**. № 11. С. 1145.
5. Магнитосферно-ионосферная физика: Справочник / Под ред. Ю.П. Мальцева. СПб.: Наука, 1989.
6. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
7. Grassberger P. // Phys. Lett. 1983. **A97**, No. 6. P. 227.
8. Modern Radio Science / Ed. J. Hamelin. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1996.
9. Клайн Б.И., Куражновская Н.А. // Геомагнетизм и аэрoномия. 1998. **38**, № 3. С. 163.
10. Кирьянов Д.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. № 4. С. 110 (Moscow University Phys. Bull. 1996. No. 4. P. 96).
11. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991.

Поступила в редакцию 15.12.99