

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 533.6.011.72

ГОФРИРОВОЧНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ УДАРНОЙ ВОЛНЫ
В НЕОДНОРОДНОМ ГАЗЕ

Ф. В. Шугаев, А. П. Калинин

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

E-mail: shugaev@phys.msu.su

Получен критерий устойчивости первоначально плоской ударной волны, распространяющейся по покоящемуся газу с экспоненциальным распределением плотности. Показано, что ударная волна может быть неустойчивой и в газе с постоянным значением показателя адиабаты.

Условия устойчивости плоской ударной волны по отношению к малым возмущениям фронта исследованы в работах [1–3]. В однородном газе неустойчивость может возникнуть только вследствие немонотонности ударной адиабаты.

Рассмотрим случай, когда плоская ударная волна распространяется по покоящемуся газу, плотность которого ρ_1 перед волной меняется вдоль оси x , перпендикулярной невозмущенному фронту, и величина $\frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dx}$ постоянна. Пусть на фронте волны имеется малое возмущение. Будем исходить из уравнений, описывающих изменение скорости распространения ударной волны вдоль луча [4, 5]:

$$\frac{dG}{dt} = A_1 \left(\frac{\partial v_2^n}{\partial \nu} + \frac{1}{\rho_2 c_2} \frac{\partial p_2}{\partial \nu} \right) - A_2 \frac{c_1^2}{\rho_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial \nu} + A_3 H c_1^2, \quad (1)$$

где

$$A_1 = -(\gamma + 1)^2 M^3 (M^2 - 1) c_1 / (2K_1),$$

$$A_2 = M^2 K_2 / K_1,$$

$$A_3 = 2(M^2 - 1) w q (1 + K_3) / ((\gamma + 1) K_1),$$

$$K_1 = (2(2\gamma - 1)M^4 + (\gamma + 5)M^2 - (\gamma - 1)) K_3 + w(3M^2 + 1),$$

$$K_2 = ((\gamma - 1)M^4 + 2(\gamma + 1)M^2 - (\gamma - 1)) K_3 + w(M^2 + 1),$$

$$K_3 = \sqrt{w/q},$$

$$w = (\gamma - 1)M^2 + 2, q = 2\gamma M^2 - (\gamma - 1).$$

Здесь G — скорость ударной волны, v — скорость газа, p — давление, c — скорость звука, H — средняя кривизна фронта ударной волны, $\partial/\partial \nu$ — производная вдоль внешней нормали к фронту, d/dt — производная вдоль луча. Нижний индекс «2» относится к величинам за ударной волной. Предположим, что первое слагаемое в правой части (1) равно нулю. Это означает, что в начальный момент возмущения распространяются за волной в направлении от фронта, а не к нему. Найдём разность между значениями dG/dt в двух точках, одна из которых лежит на вершине возмущенного фронта (точка 2, $x = x_1 + l$), а другая находится на невозмущенной части фронта ударной волны (точка 1, $x = x_1$). Будем считать, что

ударная волна неустойчива, если $d > 0$ при $H < 0$ и если $d < 0$ при $H > 0$, где $d = (dG/dt)_2 - (dG/dt)_1$. При этих условиях амплитуда возмущения возрастает со временем.

Были исследованы два случая: скорость ударной волны 1) постоянна вдоль фронта в начальный момент и 2) меняется вдоль фронта таким образом, как если бы имел место распад волны на соответствующем скачке плотности.

Результаты оказались аналогичными, в частности, в первом случае

$$d = \left(\frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dx} \right)^2 (A_2 - M^2 F) l c_1^2 + A_3 H c_1^2,$$

где

$$F = K_2/K_1 + M^2 F_1/K_1^2,$$

$$F_1 = (\gamma + 1)^3 M^2 K_3 (M^2 - 1)^2 / q +$$

$$+ K_3^2 \left(-(7\gamma^2 + 1)M^4 + (\gamma - 1)(2(3\gamma - 1)M^2 + 3 - \gamma) \right) +$$

$$+ 2K_3 \left(-(4\gamma^2 - 3\gamma + 1)M^4 + \right.$$

$$\left. + 2(\gamma^2 - 5\gamma + 2)M^2 + 3\gamma - 5 \right) - 2w^2.$$

Условие неустойчивости имеет вид

$$\left| \frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dx} \right| > \sqrt{\frac{H}{l}} \left(\frac{A_3}{A_2 - M^2 F} \right)^{1/2}.$$

Таким образом, показано, что ударная волна может быть неустойчивой и в газе с постоянным значением показателя адиабаты γ .

Авторы выражают благодарность В.С. Успенскому за ценные замечания.

Литература

1. Дьяков С.П. // ЖЭТФ. 1954. **27**. С. 288.
2. Конторович В.М. // Акуст. журн. 1959. **5**. С. 314.
3. Иорданский С.В. // Прикл. матем. и мех. 1957. **21**. С. 465.
4. Shugaev F.V., Shtemenko L.S. Propagation and Reflection of Shock Waves. Singapore; New Jersey; London; Hong Kong: World Scientific, 1998.
5. Anile A.M., Russo G. // Phys. Fluids. 1986. **29**. P. 2847.

Поступила в редакцию
13.10.00