ма при обнаружении слабого детерминированного сигнала на фоне аномально-засоренной помехи выражается через элементарные функции [6]. При локально-оптимальном обнаружении слабого СГФ обработке подвергается квадрат огибающей $E(t)$ на выходе ГА. При этом зависимость коэффициента ρ (5) от параметров p, σ_g^2 и σ_a^2 оказывается более сложной, что делает необходимым при вычислении ρ применение методов численного интегрирования.

5. Локально-оптимальный алгоритм обнаружения слабого СГФ по выборке с независимыми элементами устойчив не только к распределению аддитивных шумов на выходе ГА [5, 6], но и к распределению полезного сигнала. Основные результаты сохраняются и при непрерывном негауссовском СГФ.

Литература

1. *Grishchuk L.P., Lipunov V.M., Postnov K.A.* et al. // LANL Archiv astro-ph/0008481 30 Aug. (2000).
2. *Allen B.* // Proc. Les. Houches School on Astrophysical Sources of Gravitational Waves / Eds. J.A. Murck, J.P. Lasota. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1996.
3. *Vitale S., Cerdonio M., Coccia E., Ortolan A.* // Phys. Rev. D. 1997. **55**, No. 4. P. 1741.
4. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1994.
5. *Шелухин О.И.* Негауссовские процессы в радиотехнике. М.: Радио и связь, 1999.
6. *Новоселов О.Н., Фомин А.Ф.* Основы теории и расчета информационно-измерительных систем. М.: Машиностроение, 1991.

Поступила в редакцию
10.05.00

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 538.56+535

МОДУЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ КЛАССИЧЕСКИХ СЖАТЫХ СОСТОЯНИЙ

Ю. Е. Дьяков

(*кафедра общей физики и волновых процессов*)

Предложен и рассмотрен новый метод реализации преобразований типа «несжатое состояние ⇄ сжатое состояние», в котором используется простая линейная система с модулятором (М-система). Показано, что для гармонического сигнала М-система является фазочувствительной: амплитуда сигнала на выходе может существенно зависеть от его фазы на входе.

1. Под классическим полем в сжатом состоянии будем понимать узкополосный случайный процесс

$$y = \tfrac{1}{2}\tilde{A}e^{i\omega_0 t} + \text{к. с.} = a\cos\omega_0 t - b\sin\omega_0 t, \quad <y> = 0, \tag{1}$$

для комплексной амплитуды которого $\tilde{A} = a + ib$ выполняется условие [1]

$$<\tilde{A}^2> = <a^2> - <b^2> + 2i<ab> \neq 0. \tag{2}$$

Процесс (1) не является стационарным, так как его дисперсия меняется со временем по гармоническому закону с частотой $2\omega_0$:

$$<y^2> = \frac{1}{2}<\tilde{A}\tilde{A}^*> + \frac{1}{4}\left(<\tilde{A}^2> e^{i\cdot 2\omega_0 t} + \text{к. с.}\right).$$

2. Случайные поля в сжатом состоянии обладают рядом замечательных свойств [2, с. 85]. В связи с различными возможностями применения сжатых полей представляет интерес поиск простых и эффективных способов их получения. В настоящей работе предлагается и анализируется новый метод генерации классических (неквантовых) сжатых полей, основанный на применении модулятора.

Пусть

$$x = \rho\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

— узкополосный стационарный (т. е. несжатый) случайный процесс, и мы хотим его «сжать». Анализ существующих методов сжатия наводит на мысль, что основным принципом сжатия является следующий: нужно каким-то образом преобразовать x в процесс

$$x_- = \rho\cos(\omega_0 t - \varphi + \varphi_0) \tag{3}$$

с обращенной (или сопряженной) фазой φ, а затем сложить x и x_-. Можно показать, что процессы x и x_-, сами по себе несжатые, в сумме образуют сжатый процесс

$$y = x + Cx_-, \tag{4}$$

параметры сжатия которого определяются постоянными φ_0 и C.

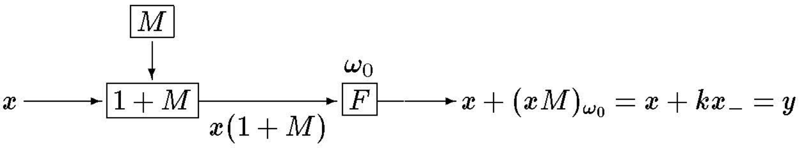

Рис. 1. М-система. Система с модулятором $M=2k\cos(2\omega_0 t+\varphi_0)$ для преобразования несжатого поля x в сжатое поле y; F — фильтр, настроенный на частоту ω_0; x_- — поле с обращенной фазой

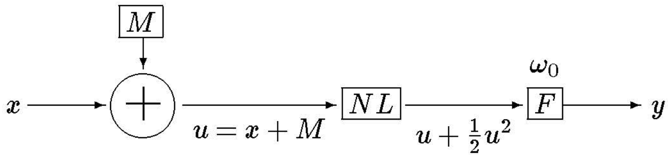

Рис. 2. Вариант М-системы с нелинейным квадратичным элементом NL

3. Предлагаемая система сжатия (М-система) схематически показана на рис. 1. Основным элементом здесь является модулятор М — местный генератор удвоенной частоты $2\omega_0$ (аналог накачки в параметрическом усилителе). Фильтр F пропускает только колебания, частота которых близка к ω_0. Получаемые ниже соотношения относятся также к варианту М-системы, в котором используется нелинейный квадратичный элемент (рис. 2).

Рассмотрим подробнее действие М-системы. Поле, создаваемое модулятором, запишем как $M=2k\cos(2\omega_0 t+\varphi_0)$. Произведение xM имеет составляющие на частотах ω_0 и $3\omega_0$: $xM=(xM)_{\omega_0}+(xM)_{3\omega_0}$. Фильтр F пропустит лишь первую составляющую, которая, как нетрудно убедиться, с точностью до коэффициента совпадает с полем (3), имеющим обращенную фазу:

$$(xM)_{\omega_0}=k\rho\cos(\omega_0 t-\varphi+\varphi_0)=kx_-.$$

В результате на выходе М-системы формируется сжатое поле типа (4):

$$\begin{aligned} y&=x+(xM)_{\omega_0}=x+kx_-=\\ &=a\cos(\omega_0 t+\varphi_0/2)-b\sin(\omega_0 t+\varphi_0/2), \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned} a&=(1+k)(\alpha\cos\varphi_0/2+\beta\sin\varphi_0/2),\\ b&=(1-k)(\beta\cos\varphi_0/2-\alpha\sin\varphi_0/2) \end{aligned} \tag{6}$$

— квадратурные компоненты выходного поля y, а $\alpha=\rho\cos\varphi$, $\beta=\rho\sin\varphi$ — квадратурные компоненты входного поля x.

4. Определим теперь параметры сжатия поля (5), следуя методике, предложенной в работе [1]. Поскольку x — стационарный случайный процесс, то $<\alpha^2>=<\beta^2>=\sigma^2$, $<\alpha\beta>=0$. При этом, согласно (6),

$$<a^2>=\sigma^2(1+k)^2,\quad <b^2>=\sigma^2(1-k)^2,\quad <ab>=0. \tag{7}$$

Из (7) видно, что критерий сжатия (2) выполняется. Определим теперь введенную в работе [1] степень сжатия $\varkappa$. Согласно (7),

$$\begin{aligned} \gamma_0&=(<a^2>+<b^2>)/2=\sigma^2(1+k^2),\\ \gamma_1&=(<a^2>-<b^2>)/2=\sigma^2 2k,\\ \gamma_2&=<ab>=0, \end{aligned}$$

так что

$$\varkappa=\frac{\sqrt{\gamma_1^2+\gamma_2^2}}{\gamma_0}=\frac{2|k|}{1+k^2},\ 0\leqslant\varkappa\leqslant 1. \tag{8}$$

«Эллипс ошибок» для поля y будет ориентирован горизонтально при $k>0$ и вертикально при $k<0$; в обоих случаях отношение большей оси эллипса к меньшей равно

$$S_{\max}=\sqrt{\frac{1+\varkappa}{1-\varkappa}}=\frac{1+|k|}{1-|k|},$$

где $S=<a^2>^{1/2}/<b^2>^{1/2}$ — коэффициент сжатия [1]. Как следует из (8), меняя коэффициент модуляции k, можно получать на выходе М-системы поле y с любой степенью сжатия, от $\varkappa=0$ до $\varkappa=1$. Наибольшее сжатие ($\varkappa=1, S_{\max}=\infty$) достигается при $|k|=1$. Согласно (7), в этом оптимальном случае ни одна из дисперсий $<a^2>$, $<b^2>$ не обращается в бесконечность. Этим М-система выгодно отличается от параметрического усилителя, в котором при $\varkappa\to 1$ дисперсия одной из квадратурных компонент стремится к бесконечности.

5. Используя выражение (6), нетрудно убедиться, что подбором k и φ_0 можно выделять на выходе М-системы любую из квадратурных компонент входного шума или их произвольную линейную комбинацию. Можно также показать, что М-система позволяет решать «обратную» задачу, т. е. преобразовывать поля из сжатого состояния в несжатое.

6. Рассмотрим прохождение через М-систему гармонического сигнала. Полагая

$$x = x_0 = \rho_{\text{in}} \cos(\omega_0 t + \varphi_{\text{in}}),$$

$$y = y_0 = \rho_{\text{out}} \cos(\omega_0 t + \varphi_{\text{out}}),$$

получим

$$\frac{\rho_{\text{out}}}{\rho_{\text{in}}} = \mathcal{K}, \quad \mathcal{K} = \sqrt{1 + k^2 + 2k\cos\left[2\left(\varphi_{\text{in}} - \varphi_0/2\right)\right]}, \tag{9}$$

$$\varphi_{\text{out}} = \operatorname{arctg}\left[\frac{1-\mathrm{k}}{1+\mathrm{k}}\operatorname{tg}\left(\varphi_{\text{in}} - \frac{\varphi_0}{2}\right)\right].$$

Как видно из (9), коэффициент преобразования по огибающей $\mathcal{K}$ чувствителен как к фазе входного сигнала φ_{in}, так и к фазе модулятора φ_0; в зависимости от значения разности фаз $\varphi_{\text{in}} - \varphi_0/2$ величина $\mathcal{K}$ меняется в пределах от $\mathcal{K}_{\max} = |k| + 1$ до $\mathcal{K}_{\min} = |k| - 1$. Аналогичной зависимостью усиления от фазы сигнала обладает, как известно, и параметрический усилитель [3].

Таким образом, М-система способна переводить фазовую модуляцию на входе в глубокую амплитудную модуляцию на выходе.

7. Следует отметить, что М-система не содержит резонансных или инерционных элементов. Поэтому если частота модуляции не равна в точности $2\omega_0$, т. е.

$$M(t) = 2k\cos(\omega_M t + \varphi_0), \quad \omega_M = 2\omega_0 + \delta, \tag{10}$$

то полученные выше соотношения останутся верными и в случае (10) при замене в них φ_0 на $\varphi_0 + \delta t$. Мы получим

$$x = \rho\cos(\omega_1 t + \varphi), \quad x_- = \rho\cos(\omega_2 t - \varphi + \varphi_0), \tag{11}$$

$$y = a\cos(\omega_M t + \varphi_0)/2 - b\sin(\omega_M t + \varphi_0)/2, \tag{12}$$

$$\begin{aligned} a &= (1+k)\rho\cos(\delta t/2 + \varphi_0/2 - \varphi), \\ b &= (1-k)\rho\sin(\delta t/2 + \varphi_0/2 - \varphi), \end{aligned} \tag{13}$$

где $\omega_1 = \omega_0$, $\omega_2 = \omega_0 + \delta$, $\omega_M/2 = \omega_0 + \delta/2$, $(\omega_2 - \omega_1)/2 = \delta/2$, $\omega_M = \omega_1 + \omega_2$. Согласно (11), поля x и x_- имеют теперь ***разные*** частоты, образуя в сумме сжатое поле y (12) нового типа — *двухчастотное*. Квадратурные компоненты (13) этого поля тоже необычны: это не низкочастотные, а узкополосные шумы, спектр которых лежит в области частоты $\delta/2$. Частотная расстройка δ не влияет, однако, на степень сжатия поля (12) и на параметры эллипса сжатия квадратурных компонент (13), так как фаза φ_0 в формулу (8) не входит.

Как следует из (12), при наблюдении квадратурных компонент методом синхронного (гомодинного) детектирования частота гомодина должна равняться $\omega_M/2 = (\omega_1 + \omega_2)/2$. По этой частотной схеме эффект сжатия можно было бы наблюдать, например, в двухконтурном параметрическом усилителе, где он должен проявляться в неравенстве дисперсий, $<a^2> \neq <b^2>$, а также в генерации монохроматической компоненты поля $<y^2>$ на частоте $\omega_M = \omega_1 + \omega_2$, т. е. на частоте модуляции (накачки).

Автор благодарен проф. В. И. Шмальгаузену за обсуждение работы.

Литература

1. *Дьяков Ю.Е.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 4 (в печати).
2. *Ахманов С.А., Белинский А.В., Чиркин А.С.* // Новые физические принципы оптической обработки информации / Под ред. С.А. Ахманова, М.А. Воронцова. М.: Наука, 1990. С. 83.
3. *Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.

Поступила в редакцию
30.06.00

После переработки
24.01.01