

УДК 530.145

ДВУХПЕТЛЕВАЯ β -ФУНКЦИЯ $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ, РЕГУЛЯРИЗОВАННОЙ ОБРЕЗАНИЕМ ПЕТЛЕВОГО ИМПУЛЬСА

П.И. Пронин, Б.А. Розентул, К.В. Степаньянц

(кафедра теоретической физики)

E-mail: petr@theor.phys.msu.su, stepan@phys.msu.su

Вычислена двухпетлевая β -функция $N = 1$ суперсимметричной электродинамики при использовании канонического условия нормировки для суперполей материи и регуляризации при помощи обрезания петлевого импульса.

Введение

Одним из важных аспектов исследования суперсимметричных теорий является вопрос о построении последовательной и непротиворечивой схемы вычисления квантовых поправок [1]. Дело в том, что единственной калибровочно инвариантной и непротиворечивой регуляризацией, применимой для суперсимметричных моделей теории поля, является регуляризация при помощи высших ковариантных производных [2]. Однако ее применение является достаточно сложным с технической точки зрения по сравнению с размерной регуляризацией [3] или размерной редукцией [4]. Первая попытка вычислить однопетлевую β -функцию в обычной (несуперсимметричной) теории Янга–Миллса с помощью регуляризации высшими производными, дополненной регуляризацией Паули–Вилларса, была сделана сравнительно недавно в работах [5, 6]. При этом было показано, что результат для β -функции согласуется со стандартным выражением, полученным с использованием размерной регуляризации. Впоследствии в работах [7, 8] было доказано, что для произвольных моделей теории поля регуляризация с помощью высших ковариантных производных, дополненная регуляризацией Паули–Вилларса, дает тот же результат, что и размерная регуляризация вне зависимости от формы регуляризирующего слагаемого. Сравнительно недавно [9] был вычислен двухпетлевой вклад в эффективное действие $N = 1$ суперсимметричной электродинамики, регуляризованной при помощи метода высших производных, причем двухпетлевой вклад в β -функцию оказался равным нулю, что согласуется с тем, что в суперсимметричных теориях чисто однопетлевая аномалия следа и аномалия тензора энергии-импульса (пропорциональная β -функции) входят в один супермультиплет. Тем не менее известно, что результат существенно зависит от условия нормировки, которое выбирается для полей материи [10]. В частности, после масштабного преобразования, приводящего суперполя в перенормированном действии к каноническому условию нормировки, предполагается, что результат для β -функции окажется совпадающим

с β -функцией Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова [11].

Для того чтобы исследовать, насколько верными являются такие предположения, необходимо использовать технически сложный метод высших ковариантных производных. Однако можно попытаться применить более простой в техническом отношении, но не калибровочно инвариантный метод регуляризации обрезанием петлевого импульса. В частности, в данной работе такая регуляризация используется для вычисления двухпетлевой β -функции при использовании канонического условия нормировки для суперполей материи. На основе такого вычисления можно сделать вывод о том, какие особенности имеет рассматриваемая регуляризация в применении к суперсимметричным теориям.

1. $N = 1$ суперсимметричная электродинамика

В качестве простейшей модели для исследования структуры двухпетлевых контрчленов мы выберем безмассовую $N = 1$ суперсимметричную электродинамику, которая в суперпространстве описывается действием

$$S = \frac{1}{4e^2} \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} W_b + \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta \left(\phi^* e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^* e^{-2V} \tilde{\phi} \right). \quad (1)$$

При этом ϕ и $\tilde{\phi}$ — киральные суперполя, которые в терминах компонентных полей записываются как

$$\phi(y, \theta) = \varphi(y) + \bar{\theta}(1 + \gamma_5)\psi(y) + \frac{1}{2}\bar{\theta}(1 + \gamma_5)\theta f(y),$$

$$\tilde{\phi}(y, \theta) = \tilde{\varphi}(y) + \bar{\theta}(1 + \gamma_5)\tilde{\psi}(y) + \frac{1}{2}\bar{\theta}(1 + \gamma_5)\theta \tilde{f}(y),$$

где $y^\mu = x^\mu + i\bar{\theta}\gamma^\mu\gamma_5\theta/2$ — киральные координаты; φ и $\tilde{\varphi}$ — комплексные скалярные поля; ψ и $\tilde{\psi}$ — майорановские спиноры, которые могут быть объединены в один дираковский спинор

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left((1 + \gamma_5)\psi + (1 - \gamma_5)\tilde{\psi} \right);$$

f и \tilde{f} — вспомогательные комплексные скалярные поля.

Через V в действии (1) обозначено абелево вещественное суперполе, которое в компонентах в калибровке Весса–Зумино записывается как

$$V(x, \theta) = \frac{1}{2} \bar{\theta} \gamma^\mu \gamma_5 \theta A_\mu(x) + i\sqrt{2} (\bar{\theta}\theta) (\bar{\theta} \gamma_5 \chi(x)) + \frac{1}{4} (\bar{\theta}\theta)^2 d(x),$$

где A_μ — калибровочное поле, χ — майорановский спинор, а d — вещественное скалярное вспомогательное поле.

Суперполе W_a является суперсимметричным аналогом тензора напряженности калибровочного поля и в абелевом случае

$$W_a = \frac{1}{16} \bar{D}(1 - \gamma_5) D \left[(1 + \gamma_5) D_a V \right],$$

где суперсимметричная ковариантная производная D записывается в виде

$$D = \frac{\partial}{\partial \theta} - i\gamma^\mu \theta \partial_\mu.$$

Поле W_a является киральным вейлевским спинором и с использованием киральных координат y^μ может быть представлено как

$$W_a = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \left(\sqrt{2} \chi(y) - i\theta D(y) + \frac{1}{2} \Sigma_{\mu\nu} \theta F^{\mu\nu}(y) - \frac{i}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \chi(y) \bar{\theta} (1 + \gamma_5) \theta \right).$$

После взятия интеграла по антикоммутирующим переменным θ действие (1) в терминах компонентных полей будет иметь вид

$$S = \int d^4x \left(-\frac{1}{4e^2} F_{\mu\nu}^2 + \frac{i}{e^2} \bar{\chi} \gamma^\mu \partial_\mu \chi + \frac{1}{2e^2} d^2 + |\mathcal{D}_\mu \varphi|^2 + |\mathcal{D}_\mu \tilde{\varphi}|^2 + i\bar{\Psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \Psi + |f|^2 + |\tilde{f}|^2 \right).$$

В силу суперсимметричной калибровочной инвариантности

$$V \rightarrow V - \frac{1}{2} (\Lambda + \Lambda^+); \quad \phi \rightarrow e^\Lambda \phi; \quad \tilde{\phi} \rightarrow e^{-\Lambda} \tilde{\phi},$$

где Λ — произвольное скалярное киральное суперполе, перенормированное действие рассматриваемой модели может быть представлено как

$$S_{\text{ren}} = S + \Delta S = \frac{1}{4e^2} Z_3(M/\mu) \text{Re} \int d^4x d^2\theta W_a C^{ab} W_b + Z(M/\mu) \frac{1}{4} \int d^4x d^4\theta \left(\phi^+ e^{2V} \phi + \tilde{\phi}^+ e^{-2V} \tilde{\phi} \right), \quad (2)$$

причем

$$\frac{1}{e^2} Z_3(M/\mu) = \frac{1}{e_0^2}, \quad (3)$$

где e_0 — затравочная константа связи, которая не зависит от точки нормировки μ .

2. Двухпетлевая β -функция $N = 1$ суперсимметричной электродинамики

В используемых обозначениях β -функция и аномальная размерность определяются следующим образом:

$$\beta(\alpha) = \frac{d\alpha}{dt} \Big|_{t=0}, \quad \gamma(\alpha) = \frac{d \ln Z}{dt} \Big|_{t=0}, \quad (4)$$

где $\alpha = e^2/4\pi$, а $t = \ln(\mu/M)$.

Квантование рассматриваемой модели подробно описано в книге [12] и здесь не обсуждается. Необходимо только отметить, что калибровочная инвариантность фиксировалась добавлением слагаемых

$$S_{gf} = -\frac{1}{64e^2} \int d^4x d^4\theta (VD^2 \bar{D}^2 V + V \bar{D}^2 D^2 V),$$

где

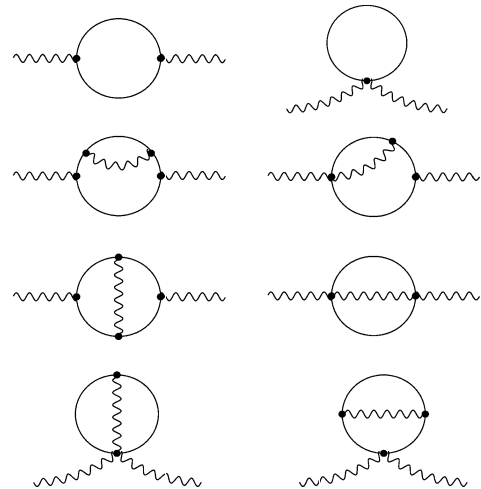
$$D^2 \equiv \frac{1}{2} \bar{D}(1 + \gamma_5) D, \quad \bar{D}^2 \equiv \frac{1}{2} \bar{D}(1 - \gamma_5) D.$$

После добавления таких членов, фиксирующих калибровку, кинетический член калибровочного поля записывается в наиболее простом виде:

$$S_{\text{gauge}} + S_{gf} = \frac{1}{4e^2} \int d^4x d^4\theta V \partial^2 V. \quad (5)$$

Поскольку в нашем случае калибровочной группой является $U(1)$, то диаграммы с духовыми петлями отсутствуют.

В двухпетлевом приближении нетривиальный вклад в β -функцию дают диаграммы, показанные на рисунке. При их вычислении мы использовали регуляризацию с помощью обрезания петлевого импульса. Однако такая регуляризация должна производиться с большой осторожностью, поскольку ее введение может нарушить калибровочную инвариантность результата.



Диаграммы Фейнмана, дающие вклад в двухпетлевую β -функцию $N = 1$ суперсимметричной электродинамики

Практически использовалась следующая схема вычислений. При вычислении каждой конкретной диаграммы регуляризация не вводилась, а размерность пространства считалась равной 4. С помощью ряда тождеств результат вычисления приводился к виду

$$\text{Диаграмма} = W_a C^{ab} W_b \cdot I_W + V^2 \cdot I_V,$$

где I_W и I_V — некоторые (нерегуляризованные) интегралы.

После этого выражения для всех фейнмановских диаграмм суммировались. Поскольку слагаемые с V^2 не являются калибровочно инвариантными, то они должны сократиться в конечном результате. Вычисления показали, что этого всегда можно добиться с помощью некоторых замен переменных*). (В частности, этот факт рассматривался в качестве одной из проверок правильности полученных выражений.) Поэтому на некотором этапе для двухточечной функции Грина калибровочного поля получалось выражение

$$\text{Сумма диаграмм} = W_a C^{ab} W_b \cdot \sum I_W.$$

И уже только после этого интегралы I_W вычислялись с использованием регуляризации обрезанием петлевых импульсов.

Применение описанной схемы к вычислению двухпетлевых ренормгрупповых функций привело к следующему результату:

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma_V^{(2)} = & \int d^2\theta \frac{d^4p}{(2\pi)^4} W_a(p) C^{ab} W_b(-p) \times \\ & \times \left\{ \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{2k^2(k+p)^2} + e^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{2}{k^2q^2(k+q)^2(q+p)^2} - \frac{1}{k^2(k+p)^2q^2(q+p)^2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

При этом с помощью перехода к четырехмерным сферическим координатам несложно убедиться, что

$$\begin{aligned} I_0 & \equiv \int d^4k \frac{1}{k^2(k+p)^2} = 2\pi^2 \left(\ln \frac{M}{p} + \frac{1}{2} \right), \\ I_1 & \equiv \int d^4k d^4q \frac{1}{k^2q^2(k+p)^2(q+p)^2} = \\ & = 4\pi^4 \left(\ln^2 \frac{M}{p} + \ln \frac{M}{p} + \frac{1}{4} \right), \quad (7) \\ I_2 & \equiv \int d^4k d^4q \frac{1}{k^2q^2(k+p)^2(q+k)^2} = \\ & = 4\pi^4 \left(\frac{1}{2} \ln^2 \frac{M}{p} + \ln \frac{M}{p} + \frac{1}{2} \right), \end{aligned}$$

*) Заметим, что такая операция, вообще говоря, должна проводиться достаточно аккуратно, поскольку сдвиги импульса в расходящихся интегралах могут приводить к некоторым дополнительным вкладом. Однако даже в случае появления таких вкладов они могут быть устранены при помощи некоторой модификации схемы вычитаний по аналогии с несуперсимметричным случаем, рассмотренным в работе [13].

где M — импульс ультрафиолетового обрезания. В частности, из формулы (7) следует, что

$$2I_2 - I_1 = 4\pi^4 \left(\ln \frac{M}{p} + \frac{3}{4} \right).$$

Поэтому в двухпетлевом приближении

$$\frac{4\pi^2}{e_0^2} = \frac{1}{\alpha} - \ln \frac{M}{\mu} - \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{M}{\mu},$$

откуда следует, что двухпетлевая β -функция для случая регуляризации с помощью обрезания петлевого импульса запишется как

$$\beta^{(2)} = \frac{\alpha^2}{\pi} \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} \right), \quad (8)$$

откуда следует, что во втором порядке теории возмущений справедливо тождество

$$\beta = \frac{\alpha^2}{\pi} (1 - \gamma(\alpha)),$$

которое известно в литературе как точная β -функция Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова [14, 15].

Заключение

Результаты данной работы свидетельствуют, что простейшее исследование квантовых свойств суперсимметричных теорий может быть выполнено при использовании регуляризации обрезанием петлевого импульса. В частности, результат вычисления двухпетлевой β -функции в рассмотренной модели совпал с результатом аналогичного вычисления при помощи метода размерной редукции. Однако важно заметить, что при этом использовалось каноническое условие нормировки для суперполей материи, благодаря которому в теории отсутствовали диаграммы со вставками однопетлевых контрчленов. В принципе благодаря аномалии Кониши [16] вклад таких диаграмм будет отличен от нуля, если используется стандартное условие нормировки [10]. Тем не менее при использовании регуляризации обрезанием петлевого импульса провести такое вычисление достаточно сложно. Наиболее простой метод для его проведения, использованный в работе [9], есть регуляризация при помощи высших производных, дополненный регуляризацией Паули-Вилларса на однопетлевом уровне. Поэтому при исследовании диаграмм с контрчленными вставками (если таковые имеются) метод регуляризации обрезанием петлевого импульса оказывается достаточно неудобным.

Кроме того, определенные проблемы вызываются тем, что для достижения калибровочной инвариантности результата необходимо проводить формальный сдвиг импульса в расходящихся интегралах. Однако такая проблема, по-видимому, может быть решена по аналогии с несуперсимметричным случаем при помощи построения специальной схемы вычитаний,

которая восстанавливает калибровочную инвариантность эффективного действия в случае использования регуляризации, нарушающей калибровочную инвариантность [13].

Поэтому, несмотря на многие имеющиеся недостатки, регуляризация обрезанием петлевого импульса может использоваться для простейшего исследования квантовых свойств суперсимметричных теорий.

Литература

1. Jack I., Jones D.R.T. // E-print: hep-ph/9707278.
2. Slavnov A. // Nucl. Phys. 1971. **B31**. P. 301.
3. 'tHooft G., Veltman M. // Nucl. Phys. 1972. **10**. P. 189.
4. Siegel W. // Phys. Lett. 1979. **B84**. P. 193.
5. Martin C., Ruiz Ruiz F. // Nucl. Phys. 1995. **B436**. P. 645.
6. Asorey M., Falceto F. // Phys. Rev. 1996. **D54**. P. 5290.

7. Pronin P., Stepanyantz K. // Phys. Lett. 1997. **B414**. P. 117.
8. Пронин П., Степаньянц К. // ТМФ. 1998. **114**. С. 137.
9. Солошенко А., Степаньянц К. // ТМФ. 2002. **131**. С. 135.
10. Arkani-Hamed N., Mirayama H. // E-print: hep-th/9707133.
11. Вайнштейн А., Захаров В., Шифман М. // Ядерная физика. 1986. **43**. С. 1596; Shifman M., Vainshtein A. // Nucl. Phys. 1986. **B277**. P. 456.
12. Уэст П. Введение в суперсимметрию и супергравитацию, М.: Мир, 1989.
13. Slavnov A. // Phys. Lett. 2001. **B518**. P. 195.
14. Novikov V., Shifman M., Vainshtein A., Zakharov V. // Nucl. Phys. 1983. **B229**. P. 381;
15. Shifman M., Vainshtein A. // Nucl. Phys. 1986. **B277**. P. 456.
16. Konishi K. // Phys. Lett. 1984. **B135**. P. 439.

Поступила в редакцию
29.03.02

УДК 530.12.01; 530.145

ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ $SU(3) \times U(1)$ МОДЕЛИ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

В. Ч. Жуковский, А. С. Разумовский

(кафедра теоретической физики)

E-mail: th180@phys.msu.su

Рассмотрен вклад в поляризацию вакуума кварков, взаимодействующих с интерферирующими электромагнитным полем и неабелевым калибровочным фоновым полем в $SU(3) \times U(1)$ модели КТП при конечной температуре. В однопетлевом приближении получено выражение для эффективного потенциала, описывающего интерференцию внешнего электромагнитного E , H и вакуумного хромомангнитного B полей. Проведен анализ влияния конечной температуры на вклад интерферирующих полей в вакуумную энергию модели.

Введение

Одним из наиболее важных вопросов в современной квантовой теории поля является вопрос о структуре физического вакуума. В связи с этим в последние годы появилось большое количество работ, посвященных исследованию этой структуры и вакуумных эффектов в различных моделях квантовых неабелевых полей. Отдельный интерес представляет изучение различных аспектов динамики вакуума. Примером может служить эффект поляризации вакуума, приводящий к изменению лагранжевой плотности \mathcal{L} , в результате чего возникает эффективная лагранжева плотность \mathcal{L}_{eff} , являющаяся сложной функцией инвариантов полей. Впервые выражение для эффективного лагранжиана было получено Гейзенбергом и Эйлером для случая квантовой электродинамики в 1936 г. [1].

Настоящая статья посвящена дальнейшему исследованию структуры вакуума и эффекта вакуумной поляризации с использованием модели постоянных фоновых полей. Она представляет собой

логическое продолжение ряда работ по изучению вакуумной поляризации для интерференции квантовой хромодинамики (КХД) и квантовой электродинамики (КЭД) [2–4].

Мы рассмотрим вклад в поляризацию вакуума кварков, обусловленный взаимодействием последних с внешним электромагнитным и вакуумным неабелевым калибровочным полями в $SU(3) \times U(1)$ -симметричной квантовой теории поля при конечной температуре, моделирующей КХД и КЭД. При этом вакуум КХД мы будем описывать в рамках стохастической вакуумной модели (СВМ) [5–7], которая успешно описывает цветовой конфайнмент, феноменологию кваркония, а также дает довольно хорошие результаты по рассеянию в области высоких энергий [8]. Однако сразу же следует заметить, что поскольку мы будем использовать метод постоянных фоновых полей, полагая глюонные вакуумные поля ковариантно постоянными, то это, строго говоря, выводит нас за рамки СВМ. Тем не менее мы сможем в некоторой мере учитывать стохастическую природу вакуумных полей, а именно их флуктуации