при интенсивности 10^{14} Вт/см^2 молекула с вероятностью 85% оказывается динамически выстроенной вдоль и поперек лазерного поля при характерном угле, приблизительно равном 25°. При этом вероятность диссоциации оказывается пренебрежимо малой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 00-02-16046, 02-02-06249), а также ИНТАС (грант 99-1495).

Литература

1. *Corkum P.B., Ellert C., Mehendale M.* // Faraday Discuss. 1999. **113**. P. 47.
2. *Tsubouchi M., Whitaker B.J., Wang L.* // Phys. Rev. Lett. 2001. **86**. P. 4500.
3. *Fransinki L.J., Codling K., Hatherly P.A.* // Phys. Rev. Lett. 1987. **58**. P. 2424.
4. *Codling K., Frasinski L.J., Hatherly P.A.* // J. Phys. B. 1989. **22**. L321.
5. *Normand D., Lompre L.A., Cornaggia C.* // J. Phys. B. 1992. **25**. P. L497.
6. *Ellert Ch., Corkum P.B.* // Phys. Rev. 1999. **A59**. P. R3170.
7. *Волкова Е.А., Попов А.М., Рахимов А.Т.*, Квантовая механика на персональном компьютере. М.: URSS, 1995.
8. *Frasinski L.J., Plumridge J., Posthumus J.H.* // Phys. Rev. Lett. 2001. **86**. P. 2541.

Поступила в редакцию
03.04.02

РАДИОФИЗИКА

УДК 519.246; 524

О ВОЗМОЖНОСТИ ДОДЕТЕКТОРНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СЛАБЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ НОРМАЛИЗУЮЩЕЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЕМЕНТА

А. В. Гусев

(*ГАИШ*)

E-mail: avg@sai.msu.ru

Обсуждается возможность нормализации шума резонансной гравитационной антенны с трансформатором смещения при «быстрой» обработке выходного сигнала по схеме: «безынерционный нелинейный преобразователь — согласованный фильтр». Аддитивная помеха при наличии хаотических импульсных шумов рассматривается как аномально-засоренный случайный процесс с бигауссовой плотностью вероятности.

1. Теория криогенных резонансных гравитационных антенн типа «Explorer» [1] разрабатывалась для гауссовых шумов в системе и полезного сигнала в виде отдельных δ-импульсов. Шумы на выходе линейного тракта реальных (действующих) гравитационных антенн оказываются заметно негауссовыми. Наличие таких шумов проявляется в аномальном поведении крыльев выборочной плотности вероятности выходного сигнала по отношению к ожидаемой гауссовой кривой при додетекторном обнаружении (или экспоненциальной кривой при амплитудной обработке информации). Для защиты антенны от негауссовых воздействий (преимущественно от хаотических импульсных помех) предлагается: 1) применение схемы совпадений (например, «Explorer-Nautilus») для выделения гравитационных импульсов, 2) применение режима «минимальной моды» [1] при одноканальном приеме. Однако эти методы подавления негауссовых помех оказываются неэффективными при обнаружении слабых гравитационных импульсов. Поэтому представляет интерес поиск новых алгоритмов обработки выходного сигнала резонансных гравитационных антенн с учетом особенностей формирования «банка данных».

Узкополосный процесс $x(t)$ на выходе резонансных гравитационных антенн, в состав которых входит механический трансформатор смещения, можно представить в виде линейной суперпозиции двух квазигармонических колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant T,$$
$$x_1(t) = R_1(t)\cos\Psi_1(t), \quad x_2(t) = R_2(t)\cos\Psi_2(t),$$

где $R_1(t)$ и $R_2(t)$ — огибающие, $\Psi_1(t) = \omega_1 t + \psi_1(t)$ и $\Psi_2(t) = \omega_2 t + \psi_2(t)$ — случайные фазы, $\omega_1 = 2\pi\nu_1$ и $\omega_2 = 2\pi\nu_2$ — собственные частоты механической системы, $(\nu_2 - \nu_1) = 2\nu_B \gg \delta\nu_{1,2}$, ν_B — частота биений, $\delta\nu_1$ и $\delta\nu_2$ — ширина спектра квазигармонических колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Например, для резонансной гравитационной антенны «Explorer» (Швейцария, ЦЕРН) [1] $\nu_1 \approx 907.07$ Гц, $\nu_2 \approx 923.26$ Гц при $\delta\nu_1 \approx 0.14$ Гц и $\delta\nu_2 \approx 0.13$ Гц.

Используя комплексную форму записи квазигармонических колебаний, при $\nu_1 \approx \nu_2$ получим

$$x(t) = \mathrm{Re}\left[\widetilde{x}(t)\exp\{j\omega_0 t\}\right], \tag{1}$$

где $\widetilde{x}(t)$ — комплексная огибающая случайного процесса $x(t)$ на выходе линейного тракта резонансной гравитационной антенны с трансформатором смещения, $\omega_0 = 2\pi\nu_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2 \approx \omega_{1,2}$. Спектр комплексной огибающей $\widetilde{x}(t)$ ограничен полосой частот $(\nu_{\min}, \nu_{\max})$, где $\nu_{\min} = -[\nu_B + (\delta\nu_1/2)]$, $\nu_{\max} = [\nu_B + (\delta\nu_1/2)]$.

Обработку выходного сигнала гравитационной антенны в двухмодовом режиме можно осуществлять как в режиме «медленной фильтрации», так и в режиме «быстрой фильтрации». В режиме «медленной фильтрации» («slow filtration» [1]) выходной сигнал представляет собой векторный случайный процесс $\mathbf{E}(t) = [E_1(t)\ E_2(t)]^T$, где $E_1(t) = R_1^2(t)$, $E_2(t) = R_2^2(t)$. Для защиты антенны от негауссовых шумов при «медленной фильтрации» используется режим минимальной моды:

$$\mathbf{E} \to E_{\min}(t) = \min_t [E_1(t), E_2(t)],\ 0 < T < T.$$

В режиме «быстрой фильтрации» («fast filtration») обработке подвергается реализация скалярного случайного процесса

$$x_\Delta(t) = \operatorname{Re}\left[\widetilde{x}(t) \exp\{j\omega_\Delta t\}\right] = \lambda s_\Delta(t) + n_\Delta(t),$$

где $\omega_\Delta = 2\pi\nu_\Delta$ — промежуточная частота, $\nu_{\min} < \nu_\Delta \ll \nu_0$, $\lambda = (0,1)$ — параметр обнаружения, $s_\Delta(t)$ и $n_\Delta(t)$ — полезный сигнал и аддитивная негауссова помеха на выходе преобразователя частоты. Полезный сигнал $s_\Delta(t) = \sum_k s_k(t)$ представляет собой некогерентную последовательность слабых и редких гравитационных импульсов

$$s_k(t) = a_k \operatorname{Re}\left[\widetilde{g}(t - \tau_k) \exp\{j(\omega_\Delta t + \varphi_k)\}\right],$$

где a_k, τ_k и φ_k — амплитуда, момент прихода и начальная фаза, $\widetilde{g}(t)$ — комплексная огибающая импульсной характеристики линейного тракта гравитационной антенны в двухмодовом режиме. В условиях априорной неопределенности предполагается известной только одномерная плотность вероятности $W_{1\Delta}(n)$ $(-\infty < n < \infty)$ аддитивной помехи $n_\Delta(t)$.

При гауссовых шумах случайный процесс $x_\Delta(t)$ поступает на вход гауссового приемника — оптимального (по Вудворту) устройства для обнаружения слабого полезного сигнала $s_\Delta(t)$ на фоне аддитивной гауссовой помехи. В состав такого приемника входят [2, 3]: 1) обеляющий и согласованный линейные фильтры, 2) квадратичный детектор огибающей, 3) нелинейно-безынерционный преобразователь с экспоненциальной характеристикой, 4) интегратор, 5) сумматор. Для защиты гауссового приемника от реальных негауссовых помех в условиях априорной неопределенности воспользуемся амплитудно-частотным алгоритмом подавления коррелированных негауссовых шумов при обнаружении слабого полезного сигнала [3] и поместим на входе обеляющего фильтра дополнительный нелинейный безынерционный преобразователь. В настоящей работе рассматривается характеристика такого преобразователя при наличии хаотических импульсных помех в режиме «быстрой фильтрации».

2. В качестве преобразователя частоты на современных гравитационных антеннах используется аналого-цифровой преобразователь. Пусть $\nu_d \ll \nu_0$ — частота дискретизации (для гравитационной антенны «Explorer» ($\nu_d = 220$ Гц), U_0 и τ_0 — параметры тактовых импульсов. Тогда дискретизированный процесс $x_d(t)$ можно представить в виде [4]

$$x_d(t) = 2U_0 \frac{\tau_0}{T_d} x(t) \sum_{m=0}^{\infty} \in_m d_m \cos m\omega_d t, \tag{2}$$

где $d_m = \operatorname{sinc}(m\pi\tau_0/T_d)$, $T_d = \nu_d^{-1}$, $\in_m$ — символ Неймана: $\in_0 = 1/2$ и $\in_m = 1$ при $m = 1, 2, \ldots$.

Принимая во внимание выражения (1) и (2), получим

$$x_d(t) = \\ = 2U_0 \tfrac{\tau_0}{T_d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \in_m d_m \operatorname{Re}[\widetilde{x}(t)(\exp\{j(\omega_0 + m\omega_d)t\})].$$

Дискретизированный процесс $x_d(t)$ поступает на вход цифрового фильтра низких частот с П-образной характеристикой. Резонансная частота фильтра равна: $\nu_\Delta = \nu_0 - m^*\nu_d$, где $m^* = [[\nu_0/\nu_d]]$, $[[\ \cdot\ ]]$ — целая часть действительного числа (для гравитационной антенны «Explorer» $m^* = 4$), а полоса пропускания превышает наивысшую частоту $\nu_{\max}$ в спектре комплексной огибающей $\widetilde{x}(t)$. Тогда $x_f(t) \sim x_\Delta(t)$, где $x_f(t)$ — случайный процесс на выходе такого фильтра.

3. Основным источником негауссовых шумов на выходе линейного тракта криогенных резонансных гравитационных антенн является хаотическая импульсная помеха (наличие такой помехи проявляется в аномальном поведении крыльев выборочных плотностей вероятности случайных процессов $E_1(t)$ и $E_2(t)$). Это позволяет рассматривать аддитивную помеху $n_\Delta(t)$ [5] на выходе преобразователя частоты как аномально-засоренный случайный процесс [6] с бигауссовой плотностью вероятности:

$$W_{1\Delta}(n) = (1-p)W_1(n,\sigma_1^2) + pW_1(n,\sigma_2^2), \\ -\infty < n < \infty, \tag{3}$$

где p — вероятность появления аномалии в произвольный момент времени, $W_1(n,\sigma^2)$ — плотность вероятности гауссовой случайной величины с нулевым средним значением и дисперсией, σ^2, σ_0^2 и σ_1^2 — характерные параметры. При $p \neq 0$ и $\sigma_0 \neq \sigma_1$ плотность вероятности (3) существенно отличается от гауссовой.

Параметры σ_0^2, σ_1^2 и p априори неизвестны. В условиях априорной неопределенности эти параметры можно определить [6] по выборочным абсолютным моментам $m_k^* = (1/T_0)\int_0^T x_\Delta^k(t)dt$, $k = 1, 2, 3,$

где T_0 — период стационарности шумов на выходе линейного тракта гравитационной антенны.

При амплитудно-частотном подавлении коррелированной негауссовой помехи случайный процесс $x_\Delta(t)$ поступает на вход нелинейного безынерционного преобразователя с характеристикой $f[\,\cdot\,]$. Пусть $y(t)=f[x_\Delta(t)]$ — случайный процесс на выходе такого преобразователя. Тогда при обнаружении слабых гравитационных импульсов получим

$$y(t)\approx\lambda s_y(t)+n_y(t),\quad 0\leqslant t\leqslant T,$$

где $s_y(t)$ и $n_y(t)=f[n_\Delta(t)]$ — полезный сигнал и аддитивная помеха. Как и в [3], при дальнейшем анализе считаем, что среднее значение случайного процесса $n_y(t)$ равно нулю:

$$\langle n_y(t)\rangle=\langle F[x_\Delta(t)|\lambda=0\rangle=\int\limits_{-\infty}^{\infty}f[n]W_\Delta(n)\,dn=0,$$

где скобками $\langle\,\cdot\,\rangle$ обозначена символическая форма записи оператора статистического усреднения.

Пусть $\mathbf{l}$ — случайный векторный параметр полезного сигнала $s_\Delta(t)=s_\Delta(t,\mathbf{l})$, $W_{\mathrm{pr}}(\mathbf{l})$ — его априорная плотность вероятности. Тогда усреднение случайного процесса $y(t)$ при $\lambda=1$ можно провести следующим образом. Сначала вычисляется условное среднее значение

$$\begin{aligned}\langle y(t)|\lambda=1,\mathbf{l}\rangle&=\int\limits_{-\infty}^{\infty}f[z]W_{1\Delta}[z-s_\Delta(t,\mathbf{l})]\,dz=\\&=\sum_{i=1}^{\infty}c_m s_\Delta^i(t,\mathbf{l}),\end{aligned}\tag{4}$$

затем путем интегрирования по случайным параметрам $\mathbf{l}$ находим безусловное среднее значение

$$\begin{aligned}\langle y(t)|\lambda=1\rangle&=\int\langle y(t|\lambda=1,\mathbf{l})\rangle\,W_{\mathrm{pr}}(\mathbf{l})d\mathbf{l}=\\&=\sum_{i=1}^{\infty}c_m\left\langle s_\Delta^i(t,\mathbf{l})\right\rangle.\end{aligned}\tag{5}$$

Здесь

$$\begin{aligned}c_m&=\frac{(-1)^m}{m!}\int\limits_{-\infty}^{\infty}f[z]W_{1\Delta}^{(m)}(z)\,dz,\\ \langle s_\Delta^m(t,\mathbf{l})\rangle&=\int s_\Delta^m(t,\mathbf{l})W_{\mathrm{pr}}(\mathbf{l})\,d\mathbf{l}.\end{aligned}\tag{6}$$

Из выражений (4), (5) и (6) для слабых гравитационных импульсов со случайными начальными фазами φ_k (см. выше) получим

$$\langle y(t|\lambda=1\rangle\approx c_2\left\langle s_\Delta^2(t,\mathbf{l})\right\rangle,\quad\langle y(t|\lambda=1,\mathbf{l}\rangle\approx c_1 s_\Delta(t,\mathbf{l}).$$

При амплитудном подавлении аддитивной негауссовой коррелированной помехи [3] для расчета оптимальной характеристики нелинейного безынерционного преобразователя используется энергетический критерий максимума отношения сигнал–шум. При таком подходе полезный сигнал $s_y(t)=\langle y(t)|\lambda=1\rangle$. Размещение нелинейно-безынерционного преобразователя на входе гауссового приемника позволяет использовать вероятностный критерий и рассматривать полезный сигнал $s_y(t)$ на выходе преобразователя как условное среднее значение: $s_y(t)=\langle y(t)|\lambda=1,\mathbf{l}\rangle$. Форма полезного гравитационного сигнала при этом полностью сохраняется $s_y(t,\mathbf{l})\sim s_\Delta(t,\mathbf{l})$.

При наличии хаотических импульсных шумов нелинейный безынерционный преобразователь должен [3] обеспечивать «нормализацию» аддитивной помехи $n_y(t)$. При дальнейшем анализе характеристика такого преобразователя будет рассматриваться как нормализирующая. Одномерная плотность вероятности аддитивной помехи на выходе нелинейного безынерционного преобразователя с нормализующей характеристикой определяется следующей формулой:

$$W_{1y}(y)=W_1(y,\sigma_y^2),$$

где

$$\sigma_y^2=\int\limits_{-\infty}^{\infty}f^2[n]W_{1n}(n)\,dn$$

— дисперсия этого случайного процесса.

При расчете нормализующей характеристики нелинейного безынерционного преобразователя будем предполагать, что обратное преобразование $n_\Delta(t)=f^{-1}[n_y(t)]$ оказывается однозначным. Тогда можно показать [7], что

$$W_{1y}[f(n)]=W_1(f[n],\sigma_y^2)=W_{1\Delta}(n)\left(\frac{df[n]}{dn}\right)^{-1}.$$

Следовательно, нормализующая характеристика такого преобразователя определяется следующим нелинейным дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными:

$$W_1(f[n],\sigma_y^2)\,df[n]=W_{1\Delta}(n)\,dn.$$

Пусть

$$F_{1\Delta}(n)=\int\limits_{-\infty}^{n}W_{1\Delta}(n)\,dn=(1-p)\Phi(n/\sigma)+p\Phi(n/\sigma_2)\tag{7}$$

— интегральная функция распределения аномально-засоренной помехи на выходе преобразователя частоты, $F_1(\,\cdot\,)$ — интеграл вероятности. Тогда, предполагая, что $F(-\infty)=-\infty$, имеем $F_1(f[\,\times$ $\times\,]/\sigma_f)=F_{1\Delta}(\,\cdot\,)$. Окончательно нормализующая характеристика нелинейного безынерционного преобразователя при аномально-засоренной аддитивной помехе на выходе линейного тракта гравитационной антенны определяется следующим выражением:

$$f[\cdot]=\sigma_y u_{\gamma(\cdot)},\quad\gamma(\cdot)=F_{1\Delta}(\cdot),\tag{8}$$

где u_p — квантиль гауссового распределения: $F_1(u_p)=p$.

Формулу (8) можно также получить, используя [7] следующую схему обработки:

$$x_\Delta(t) \to \eta(t) = F_{1\Delta}[x_\Delta(t)] \to n_y(t) = \sigma_f u_{\eta(t)}.$$

На первом этапе формируется стационарный случайный процесс $\eta(t) = F_{1\Delta}[x_\Delta(t)]$ с равномерной на интервале $(0,1)$ плотностью вероятности. На втором этапе используется стандартная методика формирования случайных величин с заданной плотностью вероятности по дискретной последовательности независимых случайных величин, равномерно распределенных на интервале (a,b). Формулы (3), (7) и (8) полностью определяют нормализующую характеристику нелинейного безынерционного преобразователя при додетекторном обнаружении слабых и редких гравитационных импульсов $s_k(t)$ на фоне аномально-засоренных шумов с бигауссовым распределением (масштабный коэффициент σ_y^2 при обработке реальных данных можно положить равным 1).

Случайный процесс $y(t)$, представляющий собой смесь полезного сигнала $s_y(t)$ и аддитивной помехи $n_y(t)$ с гауссовой плотностью вероятности, поступает на вход гауссова приемника. Структура такого устройства подробно обсуждается в литературе (напр., [2, 3]) и в рамках настоящей статьи не рассматривается.

В заключение отметим следующее.

I. При обработке информации, полученной с помощью резонансных гравитационных антенн, необходимо учитывать, что полезный сигнал необходимо рассматривать как некогерентную последовательность слабых и редких гравитационных импульсов. Стандартные алгоритмы (схема совпадений, режим минимальной моды) обработки выходного сигнала таких антенн при обнаружении слабых гравитационных импульсов не эффективны (резко возрастает вероятность пропуска такого сигнала).

Характеристика нелинейно-безынерционного преобразователя при амплитудном и амплитудно-частотном алгоритмах [3] подавления негауссовых шумов определяется критерием максимума отношения сигнал–шум. При наличии импульсных шумов для выбора характеристики такого устройства целесообразно использовать критерий нормализации. В статье рассчитана «нормализующая» характеристика нелинейного безынерционного преобразователя в режиме «быстрой фильтрации» при аномально-засоренной аддитивной помехе, представляющей смесь гауссовых и хаотических импульсных шумов.

II. Случайный процесс $n_y(t)$ на выходе безынерционного нелинейного преобразователя с нормализующей характеристикой остается негауссовым — многомерная плотность вероятности этих шумов оказывается существенно негауссовой.

III. В состав гауссового приемника входит оптимальный фильтр, максимизирующий отношение сигнал–шум при обнаружении отдельного гравитационного импульса. Оптимальный фильтр можно рассматривать как последовательное соединение обеляющего и согласованного фильтров. Передаточная функция обеляющего фильтра определеется спектральной плотностью $N_y(\omega)$ аддитивной помехи $n_y(t)$. При синтезе гауссового приемника в условиях априорной неопределенности спектральная плотность $N_y(\omega)$ неизвестна и должна быть заменена соответствующей оценкой $\widehat{N}_y(\omega)$ [8].

Компьютерное моделирование показало высокую эффективность применения нелинейно-безынерционного преобразователя с нормализируюшей характеристикой для защиты гауссового приемника от импульсных шумов. Оно оказывается особенно эффективным при малой вероятности ложной тревоги.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 00-02-17884).

Литература

1. *Astone P., Buttiglione S., Frasca S., Pallottino G.V., Pizzella G.* // Il Nuovo Cimento. 1996. **20C**, №1. P. 9.
2. *Сосулин Ю.Г.* Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М.: Радио и связь, 1992.
3. *Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др.* Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984.
4. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986.
5. *Гусев А.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2001. № 6. С. 48 (Moscow University Phys. Bull. 2001. No. 6. P. 51).
6. *Шелухин О.И.* Негауссовские процессы в радиотехнике. М.: Радио и связь, 1999.
7. *Тихонов В.И.* Статистическа радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
8. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989.

Поступила в редакцию
05.06.02