

УДК 519.2:534

## МЕТОД РЕДУКЦИИ ИЗМЕРЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗА СРЕДНЕМЕСЯЧНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Ю. П. Пьяев, И. В. Мазаева

(кафедра компьютерных методов физики)

E-mail: prudnikov@phs.msu.ru

**Исследуется прогноз среднемесячных значений температуры теоретико-вероятностным методом редукции измерения динамической картины пространственно-временного изменения температуры на территории бывшего СССР. По динамике изменения изолиний фронтов распределения температуры определялось поле векторов господствующих потоков тепла и строилась модель динамики поля температур для каждого региона.**

На основе известных данных о температуре и осадках за период 1958–1990 гг. на 98 станциях, распределенных по всей территории бывшего СССР исследовался метод прогноза среднемесячных значений температуры.

Прогноз, в основе которого лежит метод редукции измерений [1], основан на данных о температуре и осадках за несколько предшествующих месяцев, а данные за 1958–1990 гг. использованы для построения теоретико-вероятностной модели прогнозирования. Рассмотрим теоретико-вероятностный метод редукции (интерпретации) измерения при наличии априорной информации о входных данных. Схема измерений в физических исследованиях имеет вид равенства:

$$\xi = Af + \nu, \quad (1)$$

в котором  $\xi$  интерпретируется как искаженный шумом  $\nu$  выходной сигнал прибора  $A$ , на вход которого поступил сигнал  $f$ . Погрешность измерения (шум)  $\nu$  — случайный вектор с ковариационным оператором  $\Sigma$  и математическим ожиданием, равным нулю, а  $f$  — не зависящий от  $\nu$  случайный вектор с известным ковариационным оператором  $F$  и математическим ожиданием  $Ff = f_0$ . Оператор  $A$  моделирует физические процессы, определяющие преобразование входного сигнала  $f$  прибора в выходной  $\xi$ . Задача интерпретации измерения  $\xi$  рассматривается как задача редукции  $\xi$  к виду, свойственному измерению на приборе  $U$ , где  $U$  — линейный оператор, задающий математическую модель прибора, на выходе которого мы получаем интересные нас характеристики исследуемого объекта, не возмущенного процессом измерения. Речь идет о задаче определения такого преобразования  $R$ , которое позволило бы интерпретировать сигнал  $R\xi$  как наиболее точную версию  $Uf$ .

Пусть заданы операторы  $A$  и  $\Sigma$ , а  $f$  — не зависящий от  $\nu$  случайный вектор с известным ковариационным оператором  $F \in \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ :  $Fx = \mathbf{E}f(x, f)$  и  $\mathbf{E}f = f_0$ ,  $f, x \in \mathfrak{R}$ , и шумом  $\nu$  с нулевым средним  $\mathbf{E}\nu = 0$ :  $\Sigma y = \mathbf{E}\nu(y, \nu)$ ,  $y, \xi \in \mathfrak{R}$ ,  $\mathfrak{R}$  и  $\mathfrak{R}$  — евклидовы пространства. В задаче редукции минимизируется среднеквадратичная погрешность:

$E \left\| R\xi_0 - Uf + r \right\|_{R,r}^2 \sim \min$ . Ее решение дается равенством  $R_0 = UFA^*(AFA^* + \Sigma)^{-1}$  и  $r_0 = Uf_0 - R_0Af_0$ , и вектор  $U(f_0 + FA^*(AFA^* + \Sigma)^{-1}(\xi - Af_0))$  является наилучшей в среднем квадратичном линейной оценкой  $f$  [1].

В настоящей работе этот формализм применен к задаче прогноза. На вход прибора  $A$  поступает сигнал  $f$ , содержащий прогнозируемую компоненту, и состоящий из таких климатических данных, как температура и осадки. На выходе прибора  $A$  измеряемый сигнал  $\xi$  содержит данные только за период, предшествующий времени прогноза. Прогнозируемую компоненту вектора  $f$  получим, подействовав на него оператором  $U$ .

Поскольку в задаче прогнозирования оператор  $A$  точно не известен, в работе использован общий принцип уточнения модели измерения (1) по измерениям тестовых сигналов.

Рассмотрим задачу определения оператора  $A$  в (1), заданного как элемент параметрического класса операторов в виде:  $A = \sum_{i=1}^N a_i A_i$  [2]. Линейные

операторы  $A_1, \dots, A_N$  известны, а вектор  $a = \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_N \end{pmatrix}$

параметров подлежит определению путем измерения известных (тестовых) сигналов  $g_1, \dots, g_s$ , которыми в рассматриваемой задаче являются данные о температуре и осадках, полученные за время, предшествующее прогнозу. На основании измерений  $z_i = Ag_i + u_i$ ,  $i = 1, \dots, s$ , и априорной информации об  $A$  требуется получить наиболее точную версию  $Af$ , что и определяет критерий качества определения  $A$ .

В рассматриваемой задаче

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ \dots \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 g_1 & \dots & A_N g_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ A_1 g_s & \dots & A_N g_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_N \end{pmatrix},$$

или короче  $z = Ta + u$ . Соответственно  $Af = U_f a$ , где  $U_f a = (A_1 f, \dots, A_N f)$ , и наиболее точной (в среднем квадратичном) линейной версией  $Af$  будет  $\hat{A}f = U_f F T^* (T F T^* + \Sigma)^{-1} z$ .

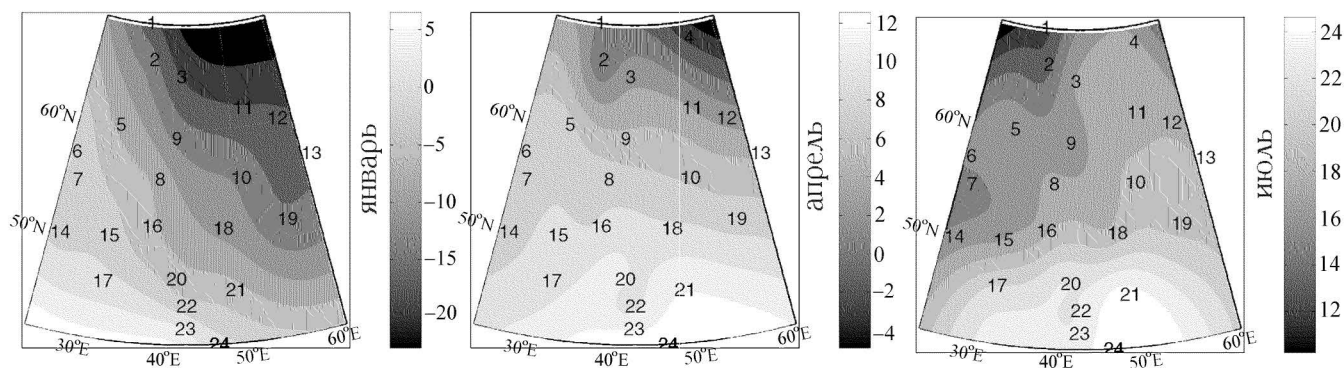


Рис. 1

При определении оператора  $A$  используются значения температуры и осадков, во-первых, за годы, предшествующие прогнозируемому, например по всем январям за 10 лет; во-вторых, за предыдущие месяцы, например декабрь и ноябрь, причем используются значения температуры и осадков на метеостанциях, выбранных определенным образом, что дает возможность уточнять результаты прогноза по климатическим связям между станциями. Подбор таких метеостанций осуществляется путем исследования динамики фронтов распределения температуры. Для построения динамической картины поля температур решается задача интерполяции данных, полученных на метеостанциях с помощью бигармонических сплайнов.

Поскольку площадь СССР была равна 22.4 млн км<sup>2</sup>, характерный размер ячеек сетки будет равен 478 × 478 км, а интервалы изменения широты и долготы соответственно будут равны [35 80] и [15 190]. Имеющиеся данные интерполируем с шагом не более чем 1° как по широте, так и по долготе. В результате мы получим распределение температур по всей территории.

На рис. 1 довольно четко видны изолинии значений температуры. По ним определяется динамика изменения температуры от месяца к месяцу, от года к году. Если исследовать положение изолиний за весь период для каждой станции и для одного и того же месяца, то становится очевидным, что положение (условно — наклон относительно оси абсцисс) изолиний относительно друг друга практически не меняется. Если же рассматривать динамику изменения их положения в течение всего года по разным месяцам, то можно заметить, что от месяца к месяцу происходит «поворот» изолиний с востока на запад, и далее, после летнего сезона, в обратную сторону. На основании этих данных определяется поле векторов господствующих потоков и метеостанции, на которых зарегистрированы предшествующие значения температуры этого потока.

Метод был также проверен на ежедневных данных о температуре и осадках. Построен график зависимости ошибки прогноза от количества дней, на которые разбивается год. Так, например, чтобы

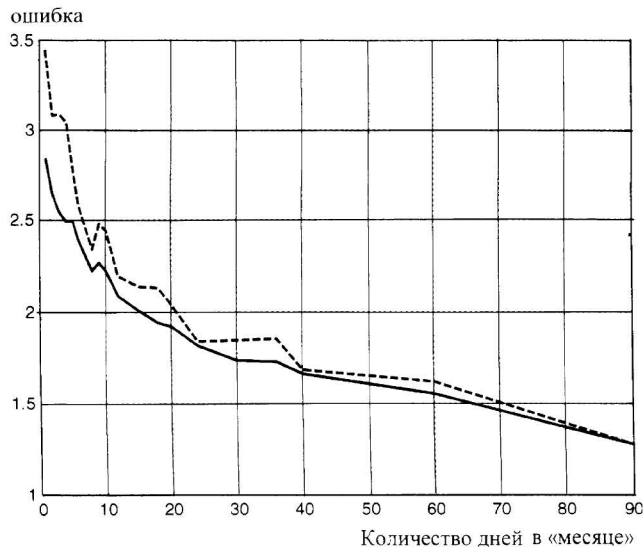


Рис. 2

получить 12 месяцев, год разбивается по тридцать дней (учитываются только 360 дней в году).

На рис. 2 видно, что чем меньше «месяцев» в году (т.е. больше количество дней в один условный месяц), тем меньше ошибка прогноза относительно прогнозируемого «месяца». На рисунке пунктирной линией показана ошибка прогноза с учетом данных об осадках и температуре, а сплошной — ошибка при использовании данных только по температуре.

Итак, оперируя этими данными, можно вывести характерную модель динамики температур для каждого региона. В работе для определения оператора  $A$  наилучший прогноз наблюдается при использовании от 4 до 6 лет. Численный анализ дает, что при учете динамики фронтов движения температуры есть определенная взаимосвязь между метеостанциями, т.е. для каждого прогнозируемого месяца используется различный набор метеостанций, причем для каждого региона этот набор различен.

**Литература**

1. *Пытьев Ю.П.* Математические методы интерпретации эксперимента. М.: Высшая школа, 1989.
2. *Пытьев Ю.П.* Математическое моделирование измерительно-вычислительных систем. М.: Наука 2002.

Поступила в редакцию 07.06.02