

В конечном счете при сравнении двух групп СРТК разработанным алгоритмом были выявлены следующие особенности.

1. У пациентов, имеющих склонность к замедленной моторике (1-я группа), ощущение тревоги выражено в большей степени: многим из них свойственны отчетливое чувство беспокойства, напряженность, интенсивное тревожное предчувствие, ожидание неприятности, беды. Пациентам со склонностью к ускоренной моторике (2-я группа) свойственно в основном ощущение легкого беспокойства, неуверенности.

2. 1-я группа больных в отличие от 2-й группы характеризуется частыми нарушениями сна (1–2 раза в неделю). Многие из опрошенных считают этот симптом основной жалобой.

3. Вегетативные нарушения ярче выражены у пациентов 1-й группы.

4. Боли в животе у пациентов 1-й группы чаще связаны с замедленной моторно-эвакуаторной деятельностью, с количеством и качеством пищи, а также с сильным эмоциональным возбуждением. Для пациентов 2-й группы более характерно появление болей после обильной еды и при изменении характера питания.

Полученные результаты позволяют описать симптоматику СРТК на начальном этапе обследования пациента, облегчают работу врача, так как значительная часть обработки и анализа информации

осуществляется компьютерным методом. Специфика психосоматических изменений у пациентов двух рассмотренных групп, выявленная разработанным алгоритмом, учитывается врачами-гастроэнтерологами клиники НИИ питания РАМН при лечении больных.

Литература

1. Фральнис А.В. Функциональные заболевания желудочно-кишечного тракта. Л.: Медицина, 1991.
2. Шаховская А.К., Есаулов В.И. Комплексная терапия синдрома раздраженной толстой кишки с учетом психоэмоционального статуса. Труды «Новое в гастроэнтерологии». М., 1996. Т. 2.
3. Шаховская А.К., Есаулов В.И., Лоранская Т.И. Многофакторный анализ состояния здоровья и схема терапии больных с функциональными заболеваниями толстой кишки. Матер. III Российской гастроэнтерологической недели. М., 1997.
4. Марилов В.В. Клинические варианты психосоматической патологии желудочно-кишечного тракта: Автореф. дис. ... д-ра. мед. наук. М., 1993. С. 25.
5. Бонгард М.М. Проблемы узнавания. М.: 1967.
6. Дюкова Е.В. Об одной параметрической модели алгоритмов распознавания типа «Кора». М.: ВЦ АН СССР, сер. Сообщения по прикладной математике, 1995.
7. Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. М., 2002.

Поступила в редакцию
04.09.02

УДК 517.9

О КАЧЕСТВЕННОМ ИССЛЕДОВАНИИ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ ПОТОКОВ В IP СЕТЯХ

О. В. Манько, Б. И. Садовников, А. Н. Сандалов, Н. А. Сухарева,
И. П. Павлоцкий, М. Стрианезе^{*)}

(кафедра квантовой статистики и теории поля; кафедра радиофизики)

E-mail: sadovnikov@phys.msu.ru

Исследован качественный фазовый портрет обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка на примере срывов сеанса в IP сетях. Теоретически рассмотрены и экспериментально подтверждены явные зависимости P_L от λ , при которых срыв имеет место. Предложены пути устранения указанной трудности.

Введение

Изучение достаточно широкого круга физических явлений приводит к исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, аналитическое решение которых представляет собой трудную, а иногда и невыполнимую задачу. Тогда приходится прибегать к качественному рассмотре-

нию уравнений, адекватно отражающих основные физические свойства процесса. В этой связи нами был предложен метод [1], позволяющий строить качественные интегральные кривые, исследуя уравнение на наличие сингулярностей. Хотя проблемы неоднозначности движения являются актуальными во

^{*)} Второй Неаполитанский университет, инженерный факультет, Италия.

многих разделах современной физики, в настоящей работе применим указанный выше метод к исследованию взрывного характера потоков в IP сетях.

Данная проблема встречается при рассмотрении сеансов передачи с большим объемом данных и при планировании широкополостных сеансов реального времени. Сильная неоднородность этих потоков частично связана с неоднородностью поступления запросов на проведение сеансов, но основная причина возникающих «взрывов» заложена в структуре обратной связи, контролирующей корректность сбора сегментированного объема передаваемых данных, т. е. резкое увеличение плотности передаваемого потока приводит к насыщению канала, переполнению динамических модулей обработки потоков и разрушению временной структуры потока.

Одним из наиболее известных методов предотвращения переполнения является RED (Random Early Detection) алгоритм. Хотя введение RED механизма в работу IP сетей часто приводит к образованию виртуальных автоколебательных систем, наличие которых, особенно в случае каскадных взаимодействий с другими подобными системами, часто приводит к катастрофическим последствиям. Все попытки его модификации RED так и не привели к желаемому результату. Поэтому на практике мы неизбежно столкнемся с разрушением структуры потоков при передаче больших объемов данных, с возникновением порогов в объемах передачи и срывами в сглаженных RED сеансах.

Свойства потока определяются параметрами обратной связи между передаваемыми и принятыми сигналами, без которой нельзя гарантировать корректной передачи всего объема данных. При ее наличии, действует механизм повторных передач утерянных фрагментов данных до полной компенсации вносимых потерь или до срыва сеанса (ТСР).

Основной проблемой ТСР потоков в присутствии RED является наличие срывов сеанса, которые до сих пор не удавалось прогнозировать. В данной работе мы покажем, что эти срывы не носят случайного характера, а наступают при определенном соотношении между параметрами сеанса.

В работе [2] выведено уравнение ТСР потока при наличии RED механизма:

$$\frac{d\bar{\lambda}(t)}{dt} = (1 - P_L(t)) \frac{m}{R^2} - P_L(t) \frac{\bar{\lambda}^2(t)}{2m}, \quad (1)$$

где $\bar{\lambda}$ — средняя плотность потока, R — характерное время прохождения сообщения, m — количество потоков, P_L — условная вероятность потери одного пакета (при условии, что он от источника дошел).

Ранее это уравнение исследовалось лишь численно, что не позволяло выявить закономерности в наличии срывов. В настоящей работе мы укажем на наличие срывов в сеансе передачи, исследуя особые поверхности уравнения (1), и покажем, что они прекрасно согласуются с экспериментом.

1. Локальные экстремумы интегральной кривой обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

Рассмотрим характерные особенности дифференциальных уравнений второго порядка вида:

$$\dot{y} = P(x, y), \quad \dot{x} = y, \quad (2)$$

не получая их аналитического решения.

Предположим, что $P(x, y)$ имеет непрерывные производные как по x , так и по y на всей плоскости $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, т. е. $P(x, y) \in C^{1,1}$.

Из уравнений (2) видно, что выражение

$$\frac{dx}{dy} = \frac{y}{P(x, y)}$$

стремится к бесконечности при $P(x, y) = 0$ (случай $y = 0$ будет иметь тривиальную физическую интерпретацию и нами не рассматривается). Таким образом, точки $(x, y) = \{S : P(x, y) = 0, y \neq 0\}$ образуют сингулярное множество для данного уравнения. Первый интеграл $I(x, y)$ очевидно не определен на сингулярном множестве S , но во многих случаях может быть продолжен в классе $C^{1,1}$ на S или его часть при условии $\mu(S) = 0$, где μ — лебегова мера в \mathbb{R}^2 . В работе [3] определено продолжение траектории на сингулярное множество через первый интеграл. Аналогичным образом будем говорить об интегральной кривой $x(y)$, продолженной на S через первый интеграл. Заметим, что в случае единственности интегральной кривой $x(y)$ это продолжение должно совпадать с аналитическим продолжением — по непрерывности справа и слева. Поведение интегральной кривой в окрестности сингулярного множества зависит от вида уравнения и будет рассмотрено при изучении уравнения изменения потока. Покажем, что в данном случае имеет место срыв в сеансе передачи информации.

При выводе уравнения (1) были сделаны некоторые допущения, как-то: при нахождении среднего значения ω^2 мы пренебрегали величиной $\frac{1}{27} \left(\frac{W}{m}\right)^2$ по сравнению с $\left(\frac{W}{m}\right)^2$, что в принципе может резко изменить характер интегральных кривых и траекторий. В связи с этим рассмотрим вопрос об устойчивости локальных экстремумов интегральной кривой обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, т. е. найдем условия, при которых исходное и возмущенное уравнения будут иметь одинаковое поведение (возрастание, убывание) вблизи особых точек. Подробно об этом см. работу [4]. Здесь приведем лишь основные результаты.

Рассмотрим возмущенное уравнение

$$\dot{y} = P(x, y) + \varepsilon\pi(x, y), \quad \dot{x} = y, \quad \pi(x, y) \in C^{1,1},$$

Его сингулярное множество:

$$S^* = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : P(x, y) + \varepsilon\pi(x, y) = 0, y \neq 0\}.$$

Предположим, что интегральная кривая этого уравнения $x^*(y)$ продолжена на множество S^* или некоторую его часть.

Наложим следующие условия на ε :

$$0 < |\varepsilon| < \min \left[\frac{\inf_k |P_y(x, y)|}{\sup_k |\pi_y(x, y)|}, \frac{\min \left(|\inf_k P(x, y)|, \sup_k P(x, y) \right)}{|\sup_k \pi(x, y)|} \right],$$

где

$$P_y(x, y) \equiv \frac{\partial P}{\partial y}, \quad \pi_y(x, y) \equiv \frac{\partial \pi}{\partial y},$$

а K — компакт, для которого выполнены условия: $K \cap Y = \emptyset$, Y — множество $y = 0$, $K \cap S \neq \emptyset$.

Тогда основным результатом, доказанным в цитируемых работах, будет тот факт, что переход от уравнения (2) к выражению (3) равномерно устойчив на $K \cap S$. Сразу оговоримся, что те возмущения, которые могут появиться в нашем уравнении из-за производимых усреднений, вполне укладываются в обозначенную окрестность.

2. Кривая остановки движения

Исследуем характер сингулярного множества уравнения

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = (1 - P_L(t)) \frac{m}{R^2} - P_L(t) \frac{\lambda^2(t)}{2m}. \quad (3)$$

Введем следующие обозначения:

P — вероятность прибытия одного пакета. Ее мы считаем фиксированной и не меняющейся во время испытаний. В большинстве реальных экспериментов она меняется слабо, хотя вопрос о возможностях специального моделирования поведения P для избежания срывов остается открытым;

$P(t)$ — вероятность того, что пакет от источника дошел. При этом, вероятность того, что дошел более чем один пакет, равна нулю.

Тогда условная вероятность, входящая в уравнение, определяется выражением

$$1 - P_L(t) = \frac{P}{P(t)},$$

а плотность потока

$$\lambda(t) = \frac{dP(t)}{dt} = \frac{P}{(1 - P_L(t))^2} \frac{dP_L(t)}{dt}.$$

Таким образом, данное уравнение имеет вид, аналогичный рассмотренному в предыдущем разделе с незначительными модификациями. Сингулярное множество, описанное там, определяется условием

$$\frac{d\lambda}{dt} = 0,$$

что совпадает с кривой

$$\lambda(t) = \pm \frac{m}{R} \sqrt{\frac{2(1 - P_L(t))}{P_L(t)}}.$$

Покажем, что происходит остановка движения.

Производная

$$\frac{dP_L}{d\lambda} = \frac{(1 - P_L)^2}{P} \frac{\lambda}{(1 - P_L(t))^{\frac{m}{R^2}} - P_L(t) \frac{\lambda^2(t)}{2m}}$$

обращается в бесконечность на сингулярном множестве. Так как при переходе через эту точку производная меняет знак с плюса на минус, то в ней имеет место экстремум (в данном случае максимум).

Остается объяснить направление траектории (λ, P_L) .

Пусть $\Delta t > 0$ (растущее время), $\lambda > 0$ — на всем сингулярном множестве. Однако предел

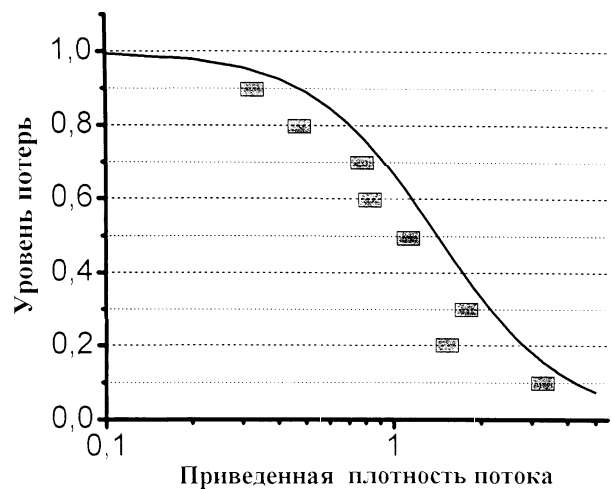
$$\lambda(t) = \frac{P}{(1 - P_L(t))^2} \frac{dP_L(t)}{dt}$$

положителен только в случае, если $\Delta P_L > 0$, что несовместимо с наличием максимума в точках сингулярного множества.

Таким образом, при достижении сингулярного множества происходит остановка движения.

3. Данные эксперимента

На рисунке линией показана теоретическая кривая срывов движения, а прямоугольниками — те значения P_L и λ , при которых экспериментально наблюдался срыв.



Видно, что экспериментальные данные легли очень близко к теоретической кривой, практически полностью сохраняя качественную зависимость.

4. Пути усовершенствования схемы

Из предыдущего раздела следует, что при использовании стандартной модели ТСР мы обязательно столкнемся со срывом в сеансе передачи информации. Чтобы избежать этого (по крайней мере для некоторых характерных значений параметров, входящих в уравнение (1)), необходимо модифицировать механизм изменения окна. А именно: пусть

1) в случае успешно переданного пакета увеличение происходит на величину

$$\approx \frac{1}{80} - \frac{1}{\omega}$$

(мы рассматриваем значения $\omega \approx 200$ и не меньше 80);

2) в случае потерянного пакета происходит уменьшение на величину

$$\frac{\omega}{2} - 1 + \frac{2}{\omega}.$$

Тогда, пренебрегая величинами второго порядка малости, приходим к уравнению

$$\frac{d\lambda}{dt} = -(1 + P_L(t)) \frac{m}{R^2} + \left(\frac{1}{80} + P_L(t) \right) \frac{\lambda}{R} - P_L(t) \frac{\lambda^2}{2m}.$$

Дискриминант этого уравнения больше 0 при $P_L < 0.001$, что вполне пригодно для эксперимента, так как характерная вероятность потерь — величина порядка 13%.

Заключение

Таким образом, предложенный нами метод позволил не только показать закономерность наблюдающихся срывов в сеансах, но и создать методику построения более устойчивых модификаций RED алгоритма. Фактически доказано, что в большинстве реализаций ТСР сеансов в контролируемых RED каналах, фазовые портреты имеют особые точки, избежать которые в рамках стандартных механизмов очень сложно. Учитывая практическую невозможность серьезных модификаций RED алгоритмов, выход из создавшегося положения следует, по-видимому, искать во введении дополнительных потерь, когда вероятность P уже нельзя считать постоянной величиной.

Литература

1. Pavlotsky I.P., Sadovnikov B.I., Strianese M. // Preprint Univ. of Salerno, D.M.I. 2002. No. 1.
2. Kuusela P., Lassila P., Virtamo J., Key P. Available from <http://www.tct.hut.fi/tutkimus/com2/publ>. 2002.
3. Павлоцкий И.П., Садовников Б.И., Стрианезе М. // Доклады РАН. Сер. Матем. 2002. **1**, № 2. С. 6.
4. Павлоцкий И.П., Садовников Б.И., Стрианезе М. // Дифф. уравнения. 2002. **38**, № 3. С. 1.

Поступила в редакцию
25.09.02

УДК 517.958:535.4

АНАЛИЗ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ РАССЕЙВАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Н. В. Гришина, Ю. А. Еремин, А. Г. Свешников

(кафедра математики)

E-mail: eremin@cs.msu.su

Сделано обобщение метода дискретных источников на случай рассеяния поляризованного светового излучения частицами с экстремальными параметрами. Проведен анализ рассеивающих свойств различных моделей волокон.

Введение

В последнее время возрос интерес к анализу рассеивающих свойств атмосферных частиц с экстремальными параметрами: высоким индексом рефракции, большим соотношением продольного и поперечного размера и пр. Это связано с расширением области применимости оптических средств для интерпретации результатов наблюдений в атмосфере Земли и других планет, а также космической пыли и газа [1]. У экологов большое беспокойство вызывают специфические типы загрязнений, содержащих стекловидные волокна. Наличие даже небольших

концентраций подобных частиц способно привести к серьезным последствиям для здоровья. При интерпретации результатов оптических наблюдений процессов рассеяния использование математического моделирования исследуемых явлений оказывается эффективным. До недавнего времени наиболее распространенным средством анализа рассеивающих свойств частиц являлся метод T -матриц [2]. Однако даже после многочисленных модификаций этот метод не позволяет проводить анализ рассеивающих свойств вытянутых частиц, если соотношение продольного и поперечного размеров превышает 20. Значительно более полные результаты математи-