произволу в выборе единиц измерения величин $\mathbf{Z}_m$, φ_m, $\mathbf{A}_m$, $\mathbf{H}_m$ и $\mathbf{B}_m$, как это отмечено в формулах (1), (2). Аналогичное обстоятельство имеет место и при описании поля поляризованного диэлектрика. Таким образом, в педагогическом процессе в разделе «Электричество и магнетизм» курса физики применение системы СИ ограничивает логическое восприятие студентами физических моделей по сравнению с системами Гаусса или Хевисайда–Лоренца.

Детальное обсуждение представленных здесь научно-методических проблем выполнено в работах [15] и [19] (в более сжатом виде статья опубликована в журнале УФН. **173**, № 11. С. 1241).

Литература

1. *Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П.* Электродинамика. М., 1990.
2. *Можен Ж.* Механика электромагнитных сред. М., 1991.
3. *Матвеев А.Н.* Электричество и магнетизм. М., 1983.
4. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т. 7. М., 1977.
5. *Телеснин Р.В., Яковлев В.Ф.* Курс физики. Электричество. М., 1969.
6. Обозначения, единицы измерения и терминология в физике (документ UIP 20, 1978) // УФН. 1979. **129**, № 2. С. 328.
7. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М., 1989.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. Т. 8. М., 1982.
9. *Калашников С.Г.* Электричество и магнетизм. М., 1985.
10. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм. М., 1983.
11. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М., 2002.
12. *Зильберман Г.Е.* Электричество и магнетизм. М., 1976.
13. *Новожилов Ю.В., Яппа Ю.А.* Электродинамика. М., 1978.
14. *Зоммерфельд А.* Электродинамика. М., 1958.
15. *Антонов Л.И., Лукашева Е.В., Миронова Г.А., Скачков Д.Г.* // Препринт физ. ф-та МГУ № 3/2002.
16. Магнетизм и магнитные материалы: Терминологический справочник / Под ред. Ф.В. Лисовского, Л.И. Антонова. М., 1997.
17. *Антонов Л.И., Больных И.К., Лукашева Е.В.* и др. // Препринт физ. ф-та МГУ № 1/2002.
18. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М., 1999.
19. *Антонов Л.И., Больных И.К., Лукашева Е.В.* и др. // Препринт физ. ф-та МГУ № 3/2001.
20. *Антонов Л.И., Миронова Г.А., Лукашева Е.В., Селиверстов А.В.* // Препринт физ. ф-та МГУ № 6/1999.
21. *Антонов Л.И., Лукашева Е.В., Миронова Г.А., Малова Т.И.* // Препринт физ. ф-та МГУ № 5/1999.

Поступила в редакцию
03.03.03

УДК 530.12

ДВИЖЕНИЕ МАССИВНЫХ ЧАСТИЦ В СТАТИЧЕСКОЙ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОЙ МЕТРИКЕ В СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Х. Х. Эрнандес

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

E-mail: denisov@srd.sinp.msu.ru

Проведено исследование влияния скалярного заряда на траекторию движения массивных частиц в случае сферически симметричной модели. Показано как действует гравитационное поле скалярной звезды на смещение перицентра траектории массивных тел и согласованность данной теории с предсказаниями ОТО при отсутствии скалярного источника в пределах Солнечной системы.

Как показано в предыдущих работах [1, 2], гравитационному полю скалярной звезды соответствуют компоненты метрического тензора, разложение которых в случае $\xi \sim r_g^2$ и $wsQ^2/r^4 \sim \xi/r^2$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \widetilde{g}_{00} &= 1 - \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} - \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4}, \\ \widetilde{g}_{rr} &= -\left[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} + \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{Q^2}{r^4}(b+ws)\right], \qquad (1) \\ \widetilde{g}_{\varphi\varphi} &= -r^2\left[1 + \frac{r_g}{r} - \frac{\sqrt{\xi}}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} - \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4}\right], \end{aligned}$$

где r_g — гравитационный радиус центра тяготения (скалярной звезды зарядом Q), $\xi = 32\pi\lambda Q^2$, а b, p, s, w и λ — постоянные величины нашей теории.

Прежде чем приступать к изучению новых эффектов, которые будут проявляться в движении массивных пробных частиц из-за наличия скалярного гравитационного заряда, сделаем следующее замечание: так как переменная r псевдориманова пространства-времени (1) является координатной величиной, представляющей определенный выбор деления радиальной оси, то мы можем, не ограничивая общности, использовать и другие способы маркировки точек этой оси.

Для наших целей удобнее перейти от переменной r в выражениях (1) к радиальной переменной r' согласно подстановке

$$r' = r\sqrt{1 + \frac{r_g}{r} - \frac{\sqrt{\xi}}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} - \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4}}.$$

Такое преобразование не выводит нас из первоначальной системы отсчета и не сказывается на физически наблюдаемых величинах.

Переходя в выражениях (1) к новой радиальной координате и опуская в полученных соотношениях штрихи, будем иметь

$$\begin{aligned} \widetilde{g}_{00} &= 1 - \frac{r_g}{r} - \frac{wsQ^2}{r^4}, \\ \widetilde{g}_{rr} &= -\Big[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r^2} - \frac{\xi}{4r^2} - \frac{Q^2}{r^4}(b + 4ws)\Big], \\ \widetilde{g}_{\varphi\varphi} &= -r^2. \end{aligned} \tag{2}$$

Исходя из выражений (2) и уравнений геодезического движения:

$$\frac{du^i}{ds} + \Gamma^i_{nl}u^n u^l = 0$$

получим следующие дифференциальные уравнения:

$$\begin{aligned} &\frac{du^0}{ds} + \frac{\widetilde{g}'_{00}}{\widetilde{g}_{00}}u^0u^r = 0, \\ &\frac{du^r}{ds} - \frac{\widetilde{g}'_{00}}{2\widetilde{g}_{rr}} + \frac{r}{\widetilde{g}_{rr}}(u^\varphi)^2 + \frac{\widetilde{g}'_{rr}}{2\widetilde{g}_{rr}}(u^r)^2 = 0, \\ &\frac{du^\varphi}{ds} + \frac{2}{r}u^\varphi u^r = 0, \end{aligned} \tag{3}$$

где штрих обозначает производную по r.

Несложно убедиться, что первое и третье уравнения системы (3) дают

$$u^0 = \frac{E}{\widetilde{g}_{00}}, \quad u^\varphi = \frac{J}{r^2}, \tag{4}$$

где E и J — пока неизвестные константы интегрирования.

Подставляя условие движения массивных частиц $u^iu_i = 1$ и выражения (4) в уравнения (3), можно найти первый интеграл для второго уравнения системы (3):

$$(u^r)^2 = -\frac{1}{\widetilde{g}_{rr}}\Big\{\frac{E^2}{\widetilde{g}_{00}} - \frac{J^2}{r^2} - 1\Big\}. \tag{5}$$

Уравнения (3)–(5) позволяют провести полное исследование законов движения массивных частиц в гравитационном поле (2).

Комбинируя уравнение (5) и второе выражение системы (4) и исключая параметр s, получим уравнение траектории финитного движения массивной частицы в скалярном гравитационном поле (2):

$$\Big(\frac{dr}{d\varphi}\Big)^2 = -\frac{r^4}{J^2\widetilde{g}_{rr}}\Big\{\frac{E^2}{\widetilde{g}_{00}} - \frac{J^2}{r^2} - 1\Big\}. \tag{6}$$

Как известно, в перицентре расстояние массивного пробного тела минимально и равно $r_- = a(1-e)$, а в апоцентре максимально и равно $r_+ = a(1+e)$, где a и e — длина большой полуоси и эксцентриситет квазиэллиптической траектории $(e < 1)$ соответственно. Эти значения целесообразно использовать вместо E и J в качестве параметров орбиты. Поскольку в данных точках величина, определенная в (6), обращается в нуль, тогда исходя из этого условия и подставляя выражения метрического тензора (2), получим значения для постоянных E^2 и J^2:

$$E^2 = 1 - \frac{r_g}{2L}(1-e^2) + \frac{r_g^2}{4L^2}(1-e^2)^2 + \frac{wsQ^2}{L^4}(1-e^2)^2,$$

$$J^2 = \frac{r_gL}{2}[1 + \frac{r_g}{2L}(3+e^2)] + \frac{2wsQ^2}{L^2}(1+e^2).$$

В последних выражениях введено значение фокального параметра:

$$L = a(1-e^2).$$

Учитывая эти значения, получим уравнение траектории исходя из (6) и найденных значений для E и J при замене $u = r^{-1}$:

$$\begin{aligned} \Big(\frac{du}{d\varphi}\Big)^2 = &-\frac{(1-e^2)}{L^2}\Big[1 - \frac{2r_g}{L} + \frac{r_g^2}{L^2}(3+e^2) - \\ &- \frac{2wsQ^2}{r_gL^3}(3+e^2) + \frac{wsQ^2}{L^4}(17 + 14e^2 + e^4)\Big] + \\ &+ \frac{2}{L}\Big[1 - \frac{r_g}{2L}(3+e^2) + \frac{r_g^2}{4L^2}(3+e^2)^2 - \\ &- \frac{4wsQ^2}{r_gL^3}(1+e^2) + \frac{4wsQ^2}{L^4}(3 + 4e^2 + e^4)\Big]u - \\ &- \Big[1 + \frac{\xi}{4L^2}(1-e^2)\Big]u^2 + r_gu^3 - \\ &- \Big\{\frac{\xi}{4} - \frac{2wsQ^2}{r_gL} + \frac{Q^2}{L^2}[4ws(2-e^2) + b(1-e^2)]\Big\}u^4 - \\ &- (4ws + b)Q^2u^6. \end{aligned} \tag{7}$$

Решение этого уравнения будем искать в виде, использованном в работе [3]:

$$u = \frac{1}{L}[A + B\sin\Psi(\varphi)], \tag{8}$$

где A и B — некие пока неизвестные параметры.

Подставляя соотношение (8) в уравнение (7), несложно получить выражения для A и B:

$$\begin{aligned} A = 1 &+ \frac{r_g^2}{4L^2}(3+e^2)^2 - \frac{\xi}{4L^2}(3+e^2) - \\ &- \frac{Q^2}{L^4}[16ws(1+2e^2) + b(5 + 10e^2 + e^4)], \end{aligned}$$

$$B=\Big\{e^2+\frac{r_g^2}{2L^2}(3+10e^2+3e^4)-\frac{\xi}{2L^2}(1+3e^2)-$$
$$-\frac{Q^2}{L^4}[ws(5+69e^2+23e^4-e^6)+2b(1+10e^2+5e^4)]\Big\}^{\frac{1}{2}}.$$

Функция $\Psi(\varphi)$ имеет вид:

$$\Psi(\varphi)=\varphi+\varphi_0-\frac{r_g}{2L}[3(\varphi+\varphi_0)-e\cos(\varphi+\varphi_0)]+$$
$$+\frac{r_g^2}{32L^2}\Big\{6[6+e^2-4e\sin(\varphi+\varphi_0)](\varphi+\varphi_0)-$$
$$-48e\cos(\varphi+\varphi_0)+e^2\sin 2(\varphi+\varphi_0)\Big\}+$$
$$+\frac{\xi}{32L^2}[2(14+e^2)(\varphi+\varphi_0)-16e\cos(\varphi+\varphi_0)-$$
$$-e^2\sin 2(\varphi+\varphi_0)]-\frac{wsQ^2}{4r_gL^3}[6(4+e^2)(\varphi+\varphi_0)-$$
$$-16e\cos(\varphi+\varphi_0)-e^2\sin 2(\varphi+\varphi_0)]+$$
$$+\frac{wsQ^2}{48L^4}\Big\{12[252+161e^2+3e^4+3(12e+e^3)\times$$
$$\times\sin(\varphi+\varphi_0)-3e^2\cos 2(\varphi+\varphi_0)](\varphi+\varphi_0)-$$
$$-3(896e+205e^3)\cos(\varphi+\varphi_0)-24(20e^2+e^4)\times$$
$$\times\sin 2(\varphi+\varphi_0)+55e^3\cos 3(\varphi+\varphi_0)+$$
$$+3e^4\sin 4(\varphi+\varphi_0)\Big\}+\frac{bQ^2}{64L^4}[12(56+48e^2+e^4)\times$$
$$\times(\varphi+\varphi_0)-16(48e+13e^3)\cos(\varphi+\varphi_0)-$$
$$-8(16e^2+e^4)\sin 2(\varphi+\varphi_0)+16e^3\cos 3(\varphi+\varphi_0)+$$
$$+e^4\sin 4(\varphi+\varphi_0)],$$

где φ_0 — постоянная интегрирования.

Посредством изменения функции $\Psi(\varphi)$ за один полный оборот траектории финитного движения между двумя значениями φ соответствующими перицентра, найдем значение его смещения. Начальное значение точки перицентра обозначим $\varphi=\pi/2$, а следующему прохождению траектории через данную точку будет отвечать $\varphi=5\pi/2+\Delta\varphi$, тогда исходя из выражения

$$\Psi\Big(\frac{5\pi}{2}+\Delta\varphi\Big)=\Psi\Big(\frac{\pi}{2}\Big)+2\pi$$

находим значение смещения перицентра финитной траектории массивной частицы за один оборот:

$$\Delta\varphi=\frac{3\pi r_g}{L}+\frac{3\pi r_g^2}{8L^2}(18+e^2)-\frac{\pi\xi}{8L^2}(14+e^2)+$$
$$+\frac{3\pi wsQ^2}{r_gL^3}(4+e^2)-\frac{\pi Q^2}{8L^4}[4ws(72+104e^2+3e^4)+$$
$$+3b(56+48e^2+e^4)]. \qquad (9)$$

Данная формула демонстрирует непосредственный вклад скалярного гравитационного заряда в эффект смещения перицентра траектории массивной частицы при ее финитном движении. Естественно, что при отсутствии ($Q=0$) гравитационного заряда выражение (9) переходит в известную формулу общей теории относительности.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № 1450.2003.2

Литература

1. *Денисов В.И., Эрнандес Х.Х.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1999. № 2. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 1999. No. 2. P. 1).
2. *Денисов В.И., Эрнандес Х.Х.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 1. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 2002. No. 1. P. 1).
3. *Денисов В.И., Денисова И.П., Кривченков И.В.* // ЖЭТФ. 2002. **122**, № 8. С. 227.

Поступила в редакцию
03.04.03