УДК 621.396.22.029.7

НАПРАВЛЯЕМЫЕ МОДЫ АНИЗОТРОПНОГО ГРАДИЕНТНОГО СВЕТОВОДА

В. И. Кривенков

(*Московская государственная академия приборостроения и информатики*)

Сформулирован строгий метод решения задачи о собственных волнах анизотропного градиентного световода. Для всех направляемых мод этого световода получены точные выражения для составляющих поля, дисперсионные уравнения и уравнения для критических длин волн.

В связи с проблемой создания световодов с оптимальными волноводными характеристиками, сохраняющих состояние поляризации передаваемого излучения, задача о собственных волнах анизотропных световодов является одной из самых актуальных в настоящее время задач волоконной оптики. Достаточно эффективных методов ее решения пока нет. Известные подходы к решению этой задачи, в основе которых лежат методы формул сдвига [1], эквивалентного световода [2], функций Грина [3], конечных элементов [4], имеют ряд серьезных недостатков. Они, как правило, сложны с точки зрения практической реализации, требуют значительных вычислительных ресурсов и, что более существенно, не могут обеспечить высокой точности.

В настоящей работе представлен строгий метод решения задачи о собственных волнах градиентного световода с анизотропной сердцевиной, у которой одна из главных осей тензора диэлектрической проницаемости направлена вдоль оси световода. Для всех направляемых мод этого световода получены точные выражения для составляющих поля, дисперсионные уравнения и уравнения для критических длин волн. Дисперсионные уравнения и уравнения для критических длин волн представлены в виде равенства нулю определителя, порядок которого при заданной точности зависит только от относительной разности $\xi = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{\varepsilon_x + \varepsilon_y}$ главных значений тензора диэлектрической проницаемости сердцевины световода ε_x и ε_y в плоскости поперечного сечения. В случае $\xi = 0$ указанный порядок равен двум независимо от вида профиля показателя преломления световода [5–7].

В качестве модели анизотропного градиентного световода рассмотрим однородную вдоль некоторой оси z бесконечно протяженную диэлектрическую структуру, состоящую из анизотропной градиентной сердцевины в виде цилиндра радиуса a и бесконечно толстой изотропной оболочки с постоянной диэлектрической проницаемостью ε_{00}. Тензор диэлектрической проницаемости сердцевины в цилиндрической системе координат r, φ, z можно представить в виде

$$\varepsilon(r,\varphi) = \\ = \varepsilon(r) \begin{pmatrix} 1+\xi(r)\cos 2\varphi & -\xi(r)\sin 2\varphi & 0 \\ -\xi(r)\sin 2\varphi & 1-\xi(r)\cos 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z(r)\varepsilon^{-1}(r) \end{pmatrix},$$

где $\varepsilon(r) = \frac{\varepsilon_x(r)+\varepsilon_y(r)}{2}, \varepsilon^{-1}(r), \varepsilon_z(r), \xi(r)$ в общем случае кусочно-непрерывные функции, которые, определив точки разрыва $r_1, r_2, \ldots, r_{L-1}$, не ограничивая общности, учитывая [7], представим в виде

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon^i(r) &= \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^i_{lk} \left(\frac{r-r_{l-1}}{r_l - r_{l-1}}\right)^{(1+\delta^l_1)k}, \\ \varepsilon^i_z(r) &= \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{zi}_{lk} \left(\frac{r-r_{l-1}}{r_l - r_{l-1}}\right)^{(1+\delta^l_1)k}, \end{aligned}\right\} \quad i = 0, \pm 1,$$

$$\xi(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \xi_{lk} \left(\frac{r-r_{l-1}}{r_l - r_{l-1}}\right)^{(1+\delta^l_1)k},$$

$$r_{l-1} \leqslant r < r_l, \quad l = 1, 2, \ldots, L, \quad r_0 = 0, \quad r_L = a,$$

где δ^n_m — символ Кронекера.

Полагая зависимость составляющих векторов напряженности электрического поля $\mathbf{E} = (E_r, E_\varphi, E_z)$ и магнитного поля $\mathbf{H} = (H_r, H_\varphi, H_z)$ направляемой моды рассматриваемого световода от времени t и продольной координаты z в виде $\exp[j(\omega t - \beta z)]$, где ω и β — круговая частота и постоянная продольного распространения моды, из уравнений Максвелла для немагнитной анизотропной диэлектрической среды получим следующую систему уравнений в частных производных первого порядка:

$$r\left(I^{10}_{01} + \xi(r)\cos 2\varphi I^{10}_{00}\right)\frac{\partial h^\alpha}{\partial r} = \\ = \xi(r)\sin 2\varphi \left(I^{10}_{00}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \gamma^\alpha I^{01}_{00}\right) h^\alpha + \\ + \left(A^\alpha(r,\varphi) - (-\gamma)^\alpha \xi(r)\cos 2\varphi I^{01}_{00}\right) h^{1-\alpha}, \quad \alpha = 0, 1,$$

где

$$h^0 = \begin{pmatrix} j\sqrt{\varepsilon_0}E_z \\ k_0 r\sqrt{\mu_0}H_r \end{pmatrix}, \quad h^1 = \sqrt{\mu_0}\begin{pmatrix} jH_z \\ k_0 r H_\varphi \end{pmatrix},$$

$$I_{kl}^{ij} = \begin{pmatrix} i & j \\ k & l \end{pmatrix},$$

$$A^{\alpha}(r,\varphi) =$$
$$= \begin{pmatrix} (-1)^{1-\alpha}(1-\alpha\xi^2(r)) \times \\ \times \left(\dfrac{\varepsilon(r)}{\gamma}\right)^{2\alpha-1} \dfrac{\partial}{\partial\varphi} & \dfrac{\gamma^2 - \varepsilon(r)(1-\alpha\xi^2(r))}{\gamma^{\alpha}\varepsilon^{1-\alpha}(r)} \\ k_0^2 r^2 \gamma^{1-\alpha}\varepsilon_z^{\alpha}(r) & (-1)^{1-\alpha}\dfrac{\partial}{\partial\varphi} \end{pmatrix},$$

$\gamma = \beta k_0^{-1}$, $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные.

Посредством подстановки

$$h^{\alpha}(r,\varphi) = (-1)^{\mu\alpha}\sum_{m=0}^{\infty} S_{2m+\nu}^{|\alpha-\mu|}(\varphi)h_m^{\alpha}(r),$$
$$\alpha = 0,1, \quad \mu,\nu \in \{0,1\},$$

где

$$S_m^{\alpha}(\varphi) = \begin{pmatrix} \sin\left(m\varphi + \alpha\dfrac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & \sin\left[m\varphi + (\alpha-1)\dfrac{\pi}{2}\right] \end{pmatrix},$$

μ и ν — параметры, определяющие тип направляемой моды, эта система уравнений может быть преобразована в бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$r\frac{dh_m^{\alpha}}{dr} + \frac{r\xi(r)}{2}I_{00}^{10}\frac{d^{00}h_m^{\alpha}}{dr} = A_m^{\alpha}(r)h_m^{1-\alpha} +$$
$$+ \frac{\xi(r)}{2}\left[I_{00}^{10}\,{}^{11}h_m^{\alpha} + \gamma^{\alpha}I_{00}^{01}\left({}^{10}h_m^{\alpha} - {}^{00}h_m^{1-\alpha}\right)\right],$$
$$\alpha = 0,1, \quad m = 0,1,\ldots,$$

где

$$A_m^{\alpha}(r) =$$
$$= \begin{pmatrix} (2m+\nu)(1-\alpha\xi^2(r)) \times \\ \times \left(\dfrac{\varepsilon(r)}{\gamma}\right)^{2\alpha-1} & \dfrac{\gamma^2-\varepsilon(r)(1-\alpha\xi^2(r))}{(-\gamma)^{\alpha}\varepsilon^{1-\alpha}(r)} \\ k_0^2 r^2(-\gamma)^{1-\alpha}\varepsilon_z^{\alpha}(r) & 2m+\nu \end{pmatrix},$$

$${}^{sf}h_m^{\alpha}(r) = g_m^{|s-|\alpha-\mu||}|2m-2+\nu|^f h_{m-1+\delta_0^m}^{\alpha}(r) +$$
$$+ (-1)^s(2m+2+\nu)^f h_{m+1}^{\alpha}(r),$$
$$g_m^{\alpha} = 1 - \delta_0^m - (-1)^{\alpha}\delta_1^{m+\nu} \quad (0^0 = 1).$$

Непрерывное решение последней системы уравнений, убывающее при $r \to \infty$ быстрее, чем r^{-1}, представим в виде

$$h_m^{\alpha}(r) = \sum_{i=0}^{1}\sum_{n,k=0}^{\infty} a_n^i h_{mnk}^{\alpha il}\left(\frac{r-r_{l-1}}{r_l-r_{l-1}}\right)^{\delta_1^l(2n+\nu+k)+k},$$
$$r_{l-1} \leqslant r < r_l, \quad l = 1,2,\ldots,L,$$

$$\begin{pmatrix} h_m^0(r) \\ \cdots\cdots \\ h_m^1(r) \end{pmatrix} = b_m^0 \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_{00}(2m+\nu)u^{-2} \\ 0 \\ \varepsilon_{00}F_{2m+\nu}(r) \end{pmatrix} +$$
$$+ b_m^1 \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma F_{2m+\nu}(r) \\ -1 \\ \gamma(2m+\nu)u^{-2} \end{pmatrix},$$
$$r_L \leqslant r < \infty, \quad \alpha = 0,1, \quad m = 0,1,\ldots,$$

где $a_0^1 = b_0^{\mu} = 0$, если $\nu = 0$,

$$\begin{pmatrix} h_{mnk}^{0i1} \\ \cdots\cdot \\ h_{mnk}^{1i1} \end{pmatrix} = C_{m,n+k}\left[\begin{pmatrix} B_{mnk}^{0i} \\ \cdots\cdots \\ B_{mnk}^{1i} \end{pmatrix} - \right.$$
$$\left. -\xi_{10}(n+k+m+\nu+1)\begin{pmatrix} h_{m+1,n,k}^{0i1} \\ \cdots\cdots\cdots \\ h_{m+1,n,k}^{1i1} \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} I_{01}^{00}h_{mnk}^{0i1} \\ \cdots\cdots\cdots \\ I_{01}^{00}h_{mnk}^{1i1} \end{pmatrix},$$

$$I_{01}^{00}h_{mnk}^{\alpha i1} =$$
$$= \frac{I_{01}^{00}\sum\limits_{j=0}^{k-1}\sum\limits_{l=0}^{1}(2n+2k+\nu)^{1-l}(2m+\nu)^l A_{m,k-j}^{|\alpha-l|,1}h_{mnj}^{|1-\alpha-l|,i,1}}{4(n+k-m)(n+k+m+\nu)},$$
$$\alpha = 0,1, \quad i = \delta_0^k,1, \quad m = n+k-1, n+k-2,\ldots,0,$$
$$n,k = 0,1,\ldots \quad (n+k>0),$$

$$h_{mn0}^{\alpha 01} = \delta_m^n\begin{pmatrix} (1-\delta_0^{n+\nu}\delta_{\alpha}^{\mu})\gamma^{\alpha} \\ -2n-\nu \end{pmatrix},$$
$$m,n = 0,1,\ldots,$$
$$h_{nn0}^{\alpha 11} = \begin{pmatrix} \gamma^{1-\alpha}(\varepsilon_{10}^1)^{\alpha}c_{0,1-\alpha}^{nn} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$h_{n+k,n,k}^{\alpha i1} = \sum_{j=0}^{1}\gamma^j\varepsilon_{10}^{1-j}\left[C_{\alpha j}^{n+k}I_{00}^{10} + \right.$$
$$\left. + (-g_{n+k}^{1-\mu})^{1-j}c_{0j}^{n+k-1,n+k}I_{01}^{00}\right]B_{n+k,n,k}^{ji} \times$$
$$\times\left[(c_{01}^{n+k,n+k})^{-1}c_{11}^{n+k,n+k}c_0^{n+k}\varepsilon_{10}^1 + c_1^{n+k}\gamma^2\right]^{-1},$$
$$k = 1,2,\ldots,$$

$$h_{mnk}^{\alpha i1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (m > n+k),$$

$$C_{\alpha i}^n = \frac{(-1)^{\alpha+i}\gamma^{\alpha}\varepsilon_{10}^{2-\alpha}c_{0\alpha}^{nn}c_{0i}^{nn}c_{1-i}^n}{c_{01}^{nn}\left[\left(\varepsilon_{10}^1c_{00}^{nn}\right)^2 + \left(\gamma c_{01}^{nn}\right)^2\right]},$$

$$c_i^n = c_{01}^{n-1,n} + g_n^{|i-\mu|}c_{1-i,1-i}^{n-1,n},$$

$$B_{0nk}^{\alpha i} = \Phi_{0nk}^{\alpha i},$$

$$\begin{pmatrix} B^{0i}_{m+1,n,k}\\ \cdots\cdots\cdots \\ B^{1i}_{m+1,n,k}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\Phi^{0i}_{m+1,n,k}\\ \cdots\cdots\cdots \\ \Phi^{1i}_{m+1,n,k}\end{pmatrix} -$$

$$- \begin{pmatrix} g^{\mu}_{m+1} I^{10}_{00} & \vdots & I^{00}_{00}\\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ I^{00}_{00} & \vdots & g^{1-\mu}_{m+1} I^{10}_{00}\end{pmatrix} \frac{\xi_{10} C_{m,n+k}}{(n+k-m)^{-1}} \begin{pmatrix}B^{0i}_{mnk}\\ \cdots\cdots \\ B^{1i}_{mnk}\end{pmatrix},$$

$$m=0,1,\dots,n+k-1,$$

$$\Phi^{\alpha i}_{mnk} = (1-\delta^{n+k}_m) A^{\alpha 1}_{m0} I^{00}_{01} h^{1-\alpha,i,1}_{mnk} +$$

$$+\frac{1}{2}\Bigg[\xi_{10}\gamma^{\alpha} I^{01}_{00} I^{00}_{01}\left({}^{10}h^{\alpha i1}_{mnk} - {}^{00}h^{1-\alpha,i,1}_{mnk}\right) +$$

$$+\Psi^{\alpha i1}_{mnk} - \sum_{j=0}^{k-1}\xi_{1,k-j}(2j+2n+\nu) I^{10}_{00}\, {}^{00}h^{\alpha i1}_{mnj}\Bigg],$$

$$\alpha, i = 0,1,$$

$$c^{0n}_{ii} = 2n+\nu-\nu(-1)^{\mu+i}\xi_{10}(n+1), \quad i=0,1, \quad c^{0n}_{01}=\nu,$$

$$c^{m+1,n}_{ii} = 2n+\nu-\xi^2_{10}\delta^{|i-\mu|}_{m+1}(n+m+\nu+1)(n-m)d^{-1}_{mn}c^{mn}_{01},$$

$$i=0,1,$$

$$c^{m+1,n}_{01} = 2(m+1)+\nu+\xi^2_{10}(n+m+\nu+1)(n-m)d^{-1}_{mn}c^{mn}_{01},$$

$$m=0,1,\dots,n-1,$$

$$C_{mn} = \frac{1}{d_{mn}}\begin{pmatrix} c^{mn}_{11} I^{10}_{00} & \vdots & c^{mn}_{01}\gamma\varepsilon^{-1}_{10} I^{10}_{00}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ c^{mn}_{01}\gamma^{-1}\varepsilon^{1}_{10}(1-\xi^2_{10}) I^{10}_{00} & \vdots & c^{mn}_{00} I^{10}_{00}\end{pmatrix},$$

$$d_{mn} = c^{mn}_{00}c^{mn}_{11} - (c^{mn}_{01})^2(1-\xi^2_{10}),$$

$$h^{\alpha il}_{m,n,k+1} + \frac{\xi_{l0}}{2} I^{10}_{00}\,{}^{00}h^{\alpha il}_{m,n,k+1} =$$

$$= \frac{-2k h^{\alpha il}_{mnk} + \Psi^{\alpha il}_{mnk} - \sum\limits_{j=0}^{k}\sum\limits_{p=0}^{1} j\rho^p_l \xi_{l,k+p-j} I^{10}_{00}\,{}^{00}h^{\alpha il}_{mnj}}{2\rho_l(k+1)},$$

$$h^{\alpha il}_{mn0} = \sum_{k=0}^{\infty} h^{\alpha,i,l-1}_{mnk}, \quad \alpha,i=0,1, \quad l=2,3,\dots,L,$$

$$m,n,k=0,1,\dots,$$

$$\Psi^{\alpha il}_{mnk} = \sum_{j=0}^{k-\delta^l_1}\Big\{2A^{\alpha l}_{m,k-j} h^{1-\alpha,i,l}_{mnj} +$$

$$+\xi_{l,k-j}\left[I^{10}_{00}\,{}^{11}h^{\alpha il}_{mnj} + \gamma^{\alpha} I^{01}_{00}\left({}^{10}h^{\alpha il}_{mnj} - {}^{00}h^{1-\alpha,i,l}_{mnj}\right)\right]\Big\},$$

$${}^{sf}h^{\alpha il}_{mnj} = g^{|s-|\alpha-\mu||}_m |2m-2+\nu|\,{}^f h^{\alpha il}_{m-1+\delta^m_0,n,j} +$$

$$+(-1)^s(2m+2+\nu)\,{}^f h^{\alpha il}_{m+1,n,j},$$

$$A^{\alpha l}_{mk} = \begin{pmatrix} \dfrac{(2m+\nu)\zeta^{\alpha}_{lk}}{\gamma^{2\alpha-1}} & \gamma^{\alpha}\left(\dfrac{\zeta^{\alpha}_{lk}}{\gamma^{2(2\alpha-1)}} - \delta^k_0\right) \\ (-\gamma)^{1-\alpha}k_0^2(r_l-r_{l-1})^2\times & \\ \times\sum\limits_{j=0}^{2} 2^{\delta^j_1}\rho_l^{2-j}\varepsilon^{z\alpha}_{l,k-j+\delta^l_1} & (2m+\nu)\delta^k_0 \end{pmatrix},$$

$$\zeta^{\alpha}_{lk} = \varepsilon^{2\alpha-1}_{lk} - \alpha\sum_{j=0}^{k}\sum_{i=0}^{j}\varepsilon^1_{l,k-j}\xi_{l,j-i}\xi_{li},$$

$$F_m(r) = \frac{r\frac{d}{dr}[K_m(k_0 u r)]}{u^2 K_m(k_0 u r_L)},$$

$$u^2 = \gamma^2 - \varepsilon_{00} > 0, \quad \rho_l = r_{l-1}(r_l - r_{l-1})^{-1}$$

$$(\varepsilon^{z\alpha}_{l,-1} = \varepsilon^{z\alpha}_{l,-2} = 0),$$

$K_m(x)$ — функция Макдональда, постоянные a^i_n, b^i_n, $i=0,1$, $n=0,1,\dots,$ — нетривиальное решение однородной линейной системы уравнений

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{n,k=0}^{\infty} a^i_n h^{\alpha iL}_{mnk} = \sum_{i=0}^{1} b^i_m h^{\alpha i}_m, \quad \alpha=0,1, \quad m=0,1,\dots,$$

где

$$h^{ii}_m = \begin{pmatrix} (-1)^i \\ \varepsilon^{1-i}_{00}\gamma^i(2m+\nu)u^{-2}\end{pmatrix}, \qquad h^{i,1-i}_m = \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon^{i}_{00}\gamma^{1-i}F_{2m+\nu}(r_L)\end{pmatrix}, \qquad i=0,1.$$

Приравняв определитель этой системы уравнений к нулю, получим уравнение относительно неизвестной фазовой постоянной γ

$$\det(PQ) = 0,$$

где

$$P = (P_{mn}), \quad Q = (Q_{mn}), \quad m,n=0,1,\dots,$$

$$Q_{mn} = \sum_{k=0}^{\infty}\begin{pmatrix} h^{00L}_{mnk} & \vdots & h^{01L}_{mnk} \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ h^{10L}_{mnk} & \vdots & h^{11L}_{mnk}\end{pmatrix} \quad (n+\nu\neq 0),$$

$$Q_{m0} = \sum_{k=0}^{\infty}\begin{pmatrix} h^{00L}_{m0k} \\ \cdots \\ h^{10L}_{m0k}\end{pmatrix} \quad (\nu=0),$$

$$P_{mn} = \delta^n_m\begin{pmatrix} -\varepsilon_{00}F_{2m+\nu}(r_L) & 0 & \gamma(2m+\nu)u^{-2} & 1 \\ -\varepsilon_{00}(2m+\nu)u^{-2} & 1 & \gamma F_{2m+\nu}(r_L) & 0\end{pmatrix}$$

$$(m+\nu\neq 0),$$

$$P_{0n} = \delta^n_0\begin{pmatrix} -\mu\varepsilon_{00}F_0(r_L) & 1-\mu & (1-\mu)\gamma F_0(r_L) & \mu\end{pmatrix}$$

$$(\nu=0), \quad \mu,\nu\in\{0,1\},$$

которое является дисперсионным уравнением для четных мод $_{\mathrm{e}}\mathrm{HE}_{\mathrm{mn}}$ и $_{\mathrm{e}}\mathrm{EH}_{\mathrm{mn}}$, если $\mu=0$, или для нечетных мод $_{\mathrm{o}}\mathrm{HE}_{\mathrm{mn}}$ и $_{\mathrm{o}}\mathrm{EH}_{\mathrm{mn}}$, если $\mu=1$, с азимутальным индексом $m=2k+\nu$, $k=0,1,\dots$.

В предельном случае $\gamma\to\sqrt{\varepsilon_{00}}$ имеем уравнение относительно неизвестной длины волны $\lambda = 2\pi k_0^{-1}$

$$\det\left[RQ\left(\gamma=\sqrt{\varepsilon_{00}}\right)\right] = 0,$$

где

$$R = (R_{mn}), \quad m, n = 0, 1, \ldots,$$

$$R_{mn} = \delta_m^n \begin{pmatrix} \sqrt{\varepsilon_{00}} & 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{4\pi^2 \varepsilon_{00} r_L^2}{\lambda^2(2m+\nu-1)} & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (m \neq 0),$$

$$R_{0n} = \delta_0^n \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\nu = 1),$$

$$R_{0n} = \delta_0^n \begin{pmatrix} \mu & 0 & 1-\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (\nu = 0), \quad \mu, \nu \in \{0, 1\},$$

которое является уравнением для критических длин волн для четных ($\mu = 0$) или нечетных ($\mu = 1$) направляемых мод с четным ($\nu = 0$) или нечетным ($\nu = 1$) азимутальным индексом.

Порядок определителей в левой части полученных уравнений при заданной точности зависит только от вида функции $\xi(r)$ и равен удвоенному количеству членов в разложении в ряд Фурье, составляющих поля моды.

Литература

1. *Шевченко В.В.* // Радиотехника и электроника. 1986. **31**, № 5. С. 849.
2. *Black R.J., Pask C.* // J. Lightwave Tech. 1984. **LT-2**, N 3. P. 268.
3. *Ruhl R., Snyder A.W.* // J. Lightwave Tech. 1984. **LT-2**, N 3. P. 284.
4. *Okamoto K., Okoshi T.* // IEEE. Trans. Mic. Theory Tech. 1978. **MTT-26**, N 2. P. 109.
5. *Беланов А.С., Кривенков В.И.* // Радиотехника и электроника. 1994. **39**, №1. С. 31.
6. *Беланов А.С., Дианов Е.М., Кривенков В.И.* // ДАН. 1999. **364**, №1. С. 37.
7. *Кривенков В.И.* // ДАН. 2001. **378**, №6. С. 751.

Поступила в редакцию
15.12.03