

УДК 551.465

О ТОНКОЙ СТРУКТУРЕ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ТЕЧЕНИЙ В ОКЕАНЕ

С. А. Арсеньев, В. Н. Николаевский, Н. К. Шелковников

(кафедра физики моря и вод суши)

На основе теории вихревой турбулентности показано, что тонкая структура поля скоростей течений в океане обусловлена наличием в потоке вращающихся вихрей и их взаимодействием с турбулентными напряжениями.

Явление тонкой структуры физических полей в океане и атмосфере наблюдается как разделение вертикальной толщи на тонкие слои глубиной от нескольких десятков метров до нескольких сантиметров в океане [1–5], а в атмосфере, например, Венеры до нескольких десятков километров [6]. Из существующих теорий можно выделить работы [1, 3, 5] по генерации тонкой структуры нелинейными внутренними волнами без учета турбулентности. Расчеты, проведенные в работах [3, 5], показывают, что образующаяся в поле нелинейных внутренних волн тонкая структура скоростей течений выражена слабо: амплитуды колебаний скоростей течений не превышают 0.5 см/с (рис. 40, 42 в [5]), а градиенты скорости имеют порядок 10^{-4} – 10^{-3} Гц (табл. 3 на с. 225 в [5]). В качестве примера на рис. 1 показана тонкая структура модуля скорости течений, измеренная авторами [2] акустическим зондом «Кроссбим» в

экваториальной зоне Индийского океана. На участках с постоянным направлением течения колебания скорости составляют 1–5 см/с, а при изменении направления течения колебания могут достигать до 25 см/с. Вычисленные по наблюдаемым профилям течений вертикальные градиенты скорости достигают 0.04 Гц, что на 1–2 порядка больше, чем предсказываемые теорией нелинейных внутренних волн [1, 3, 5]. Эта теория в принципе не может объяснить существование больших градиентов скоростей течений, так как при их наличии внутренние волны становятся неустойчивыми и разрушаются с образованием турбулентности. По наблюдениям [4], например, внутри структурных слоев четко проявляются турбулентные вихри с горизонтальными осями вращения.

Таким образом, мы приходим к необходимости построения теории образования тонкой структуры

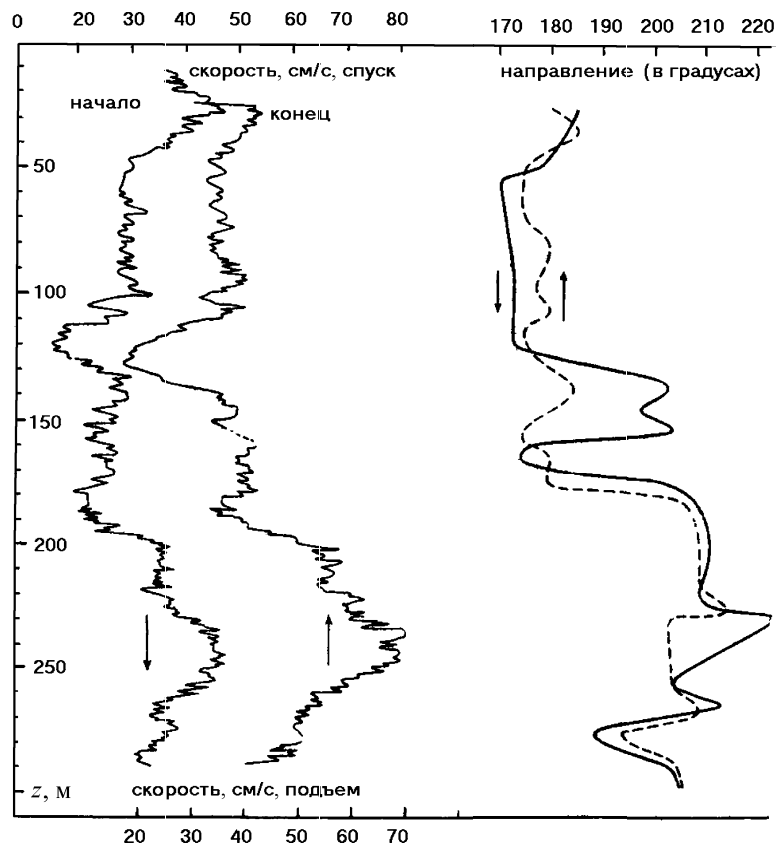


Рис. 1. Измерения модуля скорости и направления течений зондом «Кроссбим» при спуске и подъеме [2]

вихрями, всегда имеющимися в турбулентном потоке (в отличие от ламинарного течения). В настоящее время создана теория турбулентности, включающая в себя, помимо основных уравнений сохранения импульса и массы, дополнительные уравнения для момента импульса и эволюции момента инерции вращающихся вихрей, получающих энергию от среднего движения и взаимодействующих с ним [7–12]. Для стационарных дрейфовых и градиентных течений, типичных для океана и атмосферы, уравнения теории вихревой турбулентности [7–12] можно записать в виде

$$\frac{d}{dz} \left(A \frac{du}{dz} + 2N\omega_y \right) = g\gamma, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz} \left(2\eta \frac{d\omega_x}{dz} \right) + \frac{d}{dz} \left(\nu \omega_x \frac{dJ}{dz} \right) = 4N\omega_x, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dz} \left[2\eta J \frac{d}{dz} (\Omega_y + \omega_y) + \nu (\Omega_y + \omega_y) \frac{dJ}{dz} \right] = 4N\omega_y, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dz} \left(2\eta J \frac{d\omega_z}{dz} \right) + \frac{d}{dz} \left(\nu \omega_z \frac{dJ}{dz} \right) = 4N\omega_z, \quad (4)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\nu \frac{dJ}{dz} \right) = 0. \quad (5)$$

Здесь введены обозначения: A — суммарный коэффициент сдвиговой турбулентной и молекулярной вязкостей; N — коэффициент вращательной вязкости, появляющийся в турбулентном потоке; η — коэффициент моментной вязкости, связывающий градиент полной завихренности $\Pi_i = \Omega_i + \omega_i$ (Ω_i — завихренность среднего течения, ω_i — спиновая угловая скорость вращения вихрей, $i = x, y, z$ — координатный индекс) с моментными напряжениями M_{ij} ; ν — коэффициент инерционной вязкости, связывающий градиент момента инерции J с моментными напряжениями M_{ij} ; g — ускорение силы тяжести; $\gamma = \partial\zeta/\partial x$ — уклон поверхности воды, возникающий в градиентных течениях, который можно вычислить, зная, например, полный расход воды в данном течении [7]. Вертикальная координата z отсчитывается вниз от невозмущенной поверхности океана $z = 0$, буквой ζ обозначено возмущение этой поверхности, ось x направлена вдоль основного течения, имеющего скорость u . Ось y направлена перпендикулярно оси x , вправо. Буквой J обозначен отнесенный к массе момент инерции вихря, зависящий от его формы и размеров. Рассматриваются не зависящие от времени течения в океане. Коэффициенты A , N , η и ν являются постоянными во времени и пространстве. В дальнейшем будем считать, что $N > A$, полагая, что доминирует вихревая турбулентность, а сдвиговые эффекты являются более слабыми. В обратном случае, при $A > N$, решения уравнений (1)–(5) носят гладкий характер, без осцилляций. Этот случай изучался нами ранее в работах [7, 8], где было показано, что теоретические профили течений хорошо соответствуют наблюдениям, например, за

осредненными течениями Кромвелла и Ломоносова в экваториальной зоне океана.

Уравнение (5) легко интегрируется:

$$J = J_0 + (J_H - J_0)z/H. \quad (6)$$

Здесь H — полная глубина потока. Поскольку величина J пропорциональна r^2 , где r — размер вихрей, из решения (6) видно, что момент инерции J линейно зависит от глубины z , а размеры вихрей пропорциональны $z^{1/2}$. Однако имеются лабораторные наблюдения [7, 8], которые показывают, что из-за собственного вращения со скоростью ω_y вихри оказываются устойчивыми и их размер с глубиной не меняется. Это означает, что можно считать $J_0 = J_H = J = \text{const}$ и записать решение уравнений (2), (4) в виде

$$\omega_x = \omega_x^H \left[\frac{\text{sh}(\lambda z)}{\text{sh}(\lambda H)} \right] + \omega_y^0 \left\{ \frac{\text{sh}[\lambda(H-z)]}{\text{sh}(\lambda H)} \right\}, \quad (7)$$

$$\omega_z = \omega_z^H \left[\frac{\text{sh}(\lambda z)}{\text{sh}(\lambda H)} \right] + \omega_z^0 \left\{ \frac{\text{sh}[\lambda(H-z)]}{\text{sh}(\lambda H)} \right\}. \quad (8)$$

Здесь $\lambda = (2N/J\eta)^{1/2}$ — коэффициент изменения скорости вращения вихрей с глубиной, ω_i^0 и ω_i^H — значения спиновой скорости вращения вихрей у поверхности воды и у дна.

Остающиеся два уравнения (1) и (3) можно свести к одному, интегрируя уравнение (1) от поверхности океана $z = 0$ до текущего уровня z :

$$\omega_y = \frac{1}{2N} \left(T^0 - A \frac{du}{dz} - g\gamma z \right) \quad (9)$$

с учетом граничного условия на поверхности океана $z = 0$:

$$T^0 = -A \frac{du}{dz} - 2N\omega_y^0. \quad (10)$$

Здесь T^0 — отнесенное к плотности воды тангенциальное напряжение ветра на поверхности океана, связанное со скоростью ветра W на высоте флюгера известной формулой: $T^0 = \chi W^2$, где $\chi = 2 \cdot 10^{-6} = \text{const}$. Подставляя уравнение (9) в уравнение (3), получим

$$J\eta \left(1 - \frac{A}{N} \right) \frac{d^3 u}{dz^3} + 2A \frac{du}{dz} + 2g\gamma z + 2T^0 = 0. \quad (11)$$

Уравнение для скорости течения (11) содержит третью производную, поэтому помимо условия (10) мы должны задать еще два условия:

$$u = U \quad \text{при} \quad z = 0, \quad (12)$$

$$u = 0 \quad \text{при} \quad z = H, \quad (13)$$

где U — известная из наблюдений скорость течения на поверхности океана.

Рассмотрим чисто дрейфовое течение, считая в (11) $\gamma = 0$. Обозначая все величины, относящиеся к дрейфовому течению, индексом 1, из уравнения (11) получим

$$\frac{d^3 u_1}{dz^3} + \alpha_1^2 \frac{du_1}{dz} + \beta_1 = 0, \quad (14)$$

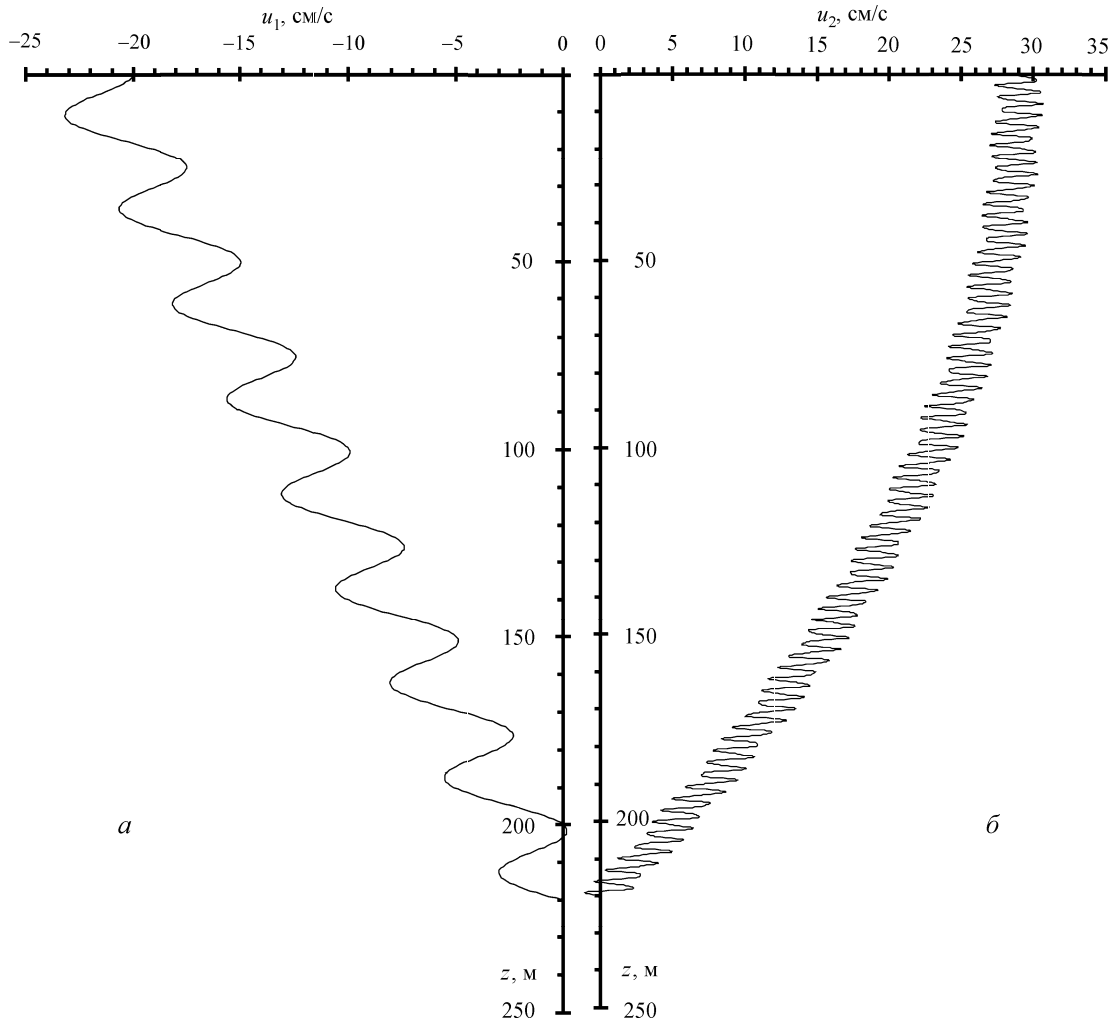


Рис. 2. Расчеты вертикальных профилей: (а) дрейфового течения u_1 ; (б) градиентного течения u_2 , связанного с крупномасштабной циркуляцией океана; (в) приливного течения u_3 (см. ниже)

где введены обозначения

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{2A_1}{J_1\eta_1[1 - (A_1/N_1)]}}, \quad (15)$$

$$\beta_1 = \frac{2T^0}{J_1\eta_1[1 - (A_1/N_1)]}.$$

Решая уравнение (14) с граничными условиями (11)–(13), получим

$$u_1 = \left(\frac{T^0}{A_1} - \frac{2N_1\omega_y^0}{A_1}\right) \frac{\sin \alpha_1 z}{\alpha_1} - \frac{(f_1 - \alpha_1 U) \cos \alpha_1 z}{(1 - \cos \alpha_1 H) \alpha_1} - \frac{\beta_1 z}{\alpha_1^2} + \frac{(f_1 - \alpha_1 U_1 \cos \alpha_1 H)}{\alpha_1(1 - \cos \alpha_1 H)}, \quad (16)$$

где

$$f_1 = \frac{\beta_1 H}{\alpha_1} - \left(\frac{T_0}{A_1} - \frac{2N_1\omega_y^0}{A_1}\right) \sin(\alpha_1 H). \quad (17)$$

Аналогично мы можем найти решение и для чисто градиентного течения, считая, что ветер отсутствует ($T^0 = 0$, $\omega_y^0 = 0$, $\beta_1 = 0$), но имеются уклоны

поверхности океана $\gamma \neq 0$. Обозначая все величины, отнесенные к градиентному течению индексом 2, из уравнения (10) найдем

$$\frac{d^3 u_2}{dz^3} + \alpha_2^2 \frac{du_2}{dz} + \delta_2 z = 0, \quad (18)$$

где

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{2A_2}{\eta_2 J_2 [1 - (A_2/N_2)]}}, \quad (19)$$

$$\delta_2 = \frac{2g\gamma_2}{J_2 \eta_2 [1 - (A_2/N_2)]}.$$

Решая уравнение (18) с граничными условиями (11)–(13) при $T^0 = 0$, $\omega_y^0 = 0$, получим

$$u_2 = \left(\frac{\alpha_2 U_2 - f_2}{1 - \cos \alpha_2 H}\right) \frac{\cos(\alpha_2 z)}{\alpha_2} - \frac{\delta_2 z^2}{2\alpha_2^2} + \frac{f_2 - \alpha_2 U_2 \cos \alpha_2 H}{\alpha_2(1 - \cos \alpha_2 H)}. \quad (20)$$

где $f_2 = \delta_2 H^2 / (2\alpha_2^2)$. Уклоны поверхности океана γ могут быть связаны не только с крупномасштабными течениями γ_2 , но и с приливообразующими

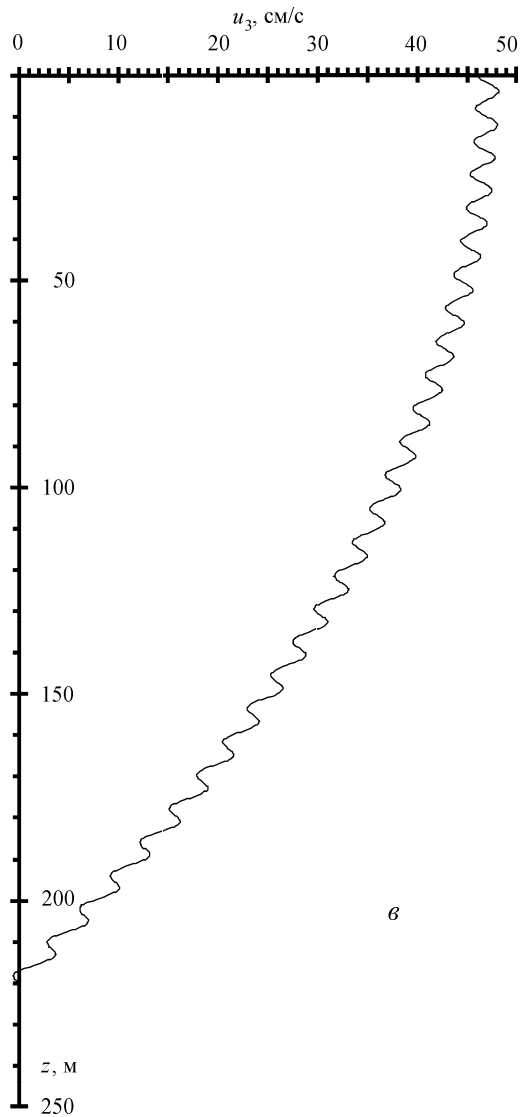


Рис. 2, б

силами γ_3 . В случае приливов возникает еще одно градиентное течение, которое можно описать с помощью формул (19), (20), заменяя значения γ_2 , A_2 , N_2 , U_2 , η_2 на значения γ_3 , A_3 , N_3 , U_3 , η_3 , типичные для приливного течения u_3 при отсутствии других факторов.

В качестве примера на рис. 2, а показаны результаты вычислений для дрейфового течения u_1 по формулам (15)–(17). Видно, что на его профиле возникли сглаженные ступеньки высотой около 20 м и амплитудой осцилляций скорости приблизительно 5 см/с. При расчетах были приняты следующие значения параметров: $H = 220$ м, $T^0 = -0.1$ см²/с, $A_1 = 100$ см²/с, $N_1 = 200$ см²/с, $\omega_y^0 = 10^{-3}$ Гц, $U_1 = -20$ см/с, $\eta_1 = 0.1$ см²/с. Ступеньки порождаются вытянутыми цилиндрическими вихрями длиной $L_1 = 880$ м и радиусом основания $r_1 = 4$ м, для которых отнесенный к массе момент инерции $J_1 = (L_1^2 + 3r_1^2)/12$. Расчеты осцилляций модуля сдвига $|G_1| = du_1/dz$ по формуле (16) для этого профиля дали диапазон амплитуд от 0.0014 до 0.1 Гц.

На рис. 2, б показаны результаты расчетов профи-

ля крупномасштабного градиентного течения u_2 по формулам (19), (20) при $H = 220$ м, $U_2 = 27.21$ см/с, $\gamma_2 = 1.1 \cdot 10^{-9}$, $A = 9$ см²/с, $N = 100$ см²/с, $\eta = 10$ см²/с. Образовавшаяся тонкая структура скорости имеет размеры по вертикали около 3 м и амплитуду колебаний 3 см/с. Порождающие ее вихри имеют форму горизонтальных цилиндров с радиусом основания $r_2 = 1$ м и длину $L_2 = 1.73$ м. Расчеты модуля сдвига скорости $|G_2| = du_2/dz$ по формуле (20) дали диапазон частот от $3.3 \cdot 10^{-4}$ до 0.034 Гц. На рис. 2, в показаны результаты расчетов профиля приливного течения u_3 по формулам (19), (20) при $H = 220$ м, $U_3 = 46$ см/с, $\gamma_3 = 10^{-8}$, $A_3 = 50$ см²/с, $N_3 = 100$ см²/с, $\eta_3 = 10$ см²/с. Вертикальные размеры возникших ступенек составляют 8–10 м, а амплитуда колебаний скорости 2–3 см/с. Вихри, генерирующие микроструктуру, имеют форму горизонтальных цилиндров с радиусом $r_3 = 35$ см и длиной $L_3 = 61$ см. Модуль сдвига скорости $|G_3| = du_3/dz$ колеблется от $4.9 \cdot 10^{-3}$ до 0.21 Гц.

Физический смысл возникающих пространственных осцилляций скоростей течений можно понять с помощью следующих рассуждений. Запишем уравнение (11) в виде

$$\frac{d^2 G}{dz^2} + \alpha^2 G = F(z, t), \quad (21)$$

где $F(z, t) = -\delta z - \beta$. Соотношение (21) представляет собой уравнение одномерного пространственного осциллятора, колеблющегося вокруг положения равновесия под действием вынуждающей силы F . Эта сила зависит не только от координаты z , но и от времени t , так как уклон γ и напряжение ветра T^0 изменяются со временем. Уравнение (21) описывает также и свободные пульсации, возникающие при внезапном появлении и исчезновении ветра T^0 или уклона γ . В этом случае в (21) можно считать $F = 0$ и записать решение для свободных осцилляций в виде

$$G = m \cos(\alpha z + \varphi), \quad m = \sqrt{C_1 + C_2}, \quad (22)$$

$$\varphi = -\arctg\left(\frac{C_2}{C_1}\right),$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, зависящие от граничных условий. Для условий (10), (12), (13) и при $T^0 = 0$, $\omega_y^0 = 0$ амплитуда и фаза пульсаций сдвига скорости есть $m = \alpha U / (1 - \cos \alpha H)$, $\varphi = \pi/2$, а свободные осцилляции самой скорости происходят по закону $u = U(\cos \alpha z - \cos \alpha H) / (1 - \cos \alpha H)$. Таким образом, мы видим, что вблизи положения равновесия скорость течения и ее вертикальный сдвиг осциллируют с пространственной частотой α , которая не зависит от конкретных граничных условий.

Функция Лагранжа, соответствующая уравнению (21), при $F = 0$ имеет вид

$$\Lambda = \frac{J}{2} \left(\frac{d^2 u}{dz^2} \right)^2 - \frac{k}{2} \left(\frac{du}{dz} \right)^2, \quad k \equiv \frac{2A}{\eta[1 - (A/N)]}. \quad (23)$$

Она содержит комбинацию k коэффициентов турбулентного обмена, входящих в реологические соотношения теории вихревой турбулентности [7–12]. Из (23) находим кинетическую $E_k = (J/2)(d^2u/dz^2)^2$ и потенциальную $E_p = (k/2)(du/dz)^2$ энергии пространственных пульсаций сдвига скорости течений. Полная энергия осцилляций $E = E_k + E_p$. Подставляя сюда решение (22), находим

$$E_k = \frac{J}{2}m^2\alpha^2 \sin^2(\alpha z + \varphi), \quad E_p = \frac{k}{2}m^2 \cos^2(\alpha z + \varphi),$$

$$E = \frac{J}{2}m^2\alpha^2,$$

т. е. потенциальная и кинетическая энергия осциллируют со сдвигом по фазе на $\pi/2$ относительно друг друга, хотя полная энергия остается постоянной. Это означает передачу кинетической энергии вихрями с моментом инерции J в потенциальную энергию вращательных и сдвиговых напряжений, определяемую коэффициентами турбулентного обмена A , N и η . Когда кинетическая энергия вихрей обращается в нуль, потенциальная энергия напряжений достигает максимума. Однако состояние с максимумом потенциальной энергии является неустойчивым. Поэтому далее начинается обратная передача энергии напряжений в кинетическую энергию движения вихрей. Энергетические переходы и вызывают осцилляции вертикальных сдвигов и скоростей течений. Таким образом, тонкая структура поля скорости течений в океане обусловлена наличием вихрей и их взаимодействием с турбулентными напряжениями.

В заключение статьи отметим, что реальные течения в океане сложны, изменяются со временем и часто состоят из течений нескольких классов. Пусть, например, в начальный момент времени имеется только градиентное течение, изображенное на рис. 2, б. В последующий момент появляется ветер и возникает дрейфовое течение, постепенно заполняющее поток сверху вниз, а также приливное течение, нарастающее во времени. Когда дрейфовое течение заполнит всю толщу верхнего слоя океана (рис. 2, а), а градиент приливного течения достигнет значения $\gamma_3 = 10^{-8}$, соответствующего рис. 2, в, мы увидим сложную картину, изображенную на рис. 3 и 4, где показан расчет полного течения u , квадрата его вертикального сдвига G^2 и скорости вращения цилиндрических вихрей ω_y . Для расчета величины ω_y использовалось уравнение (9) при максимальных значениях $A = 100 \text{ см}^2/\text{с}$, $N = 200 \text{ см}^2/\text{с}$ и $\gamma = 10^{-8}$. Сравнивая рис. 3 с результатами измерений, изображенными на рис. 1, отметим, что основные наблюдаемые черты тонкой структуры воспроизводятся теорией. Исключением являются те участки на рис. 1, где происходят колебания направления течения. Здесь наблюдаются большие осцилляции скорости, достигающие до 30% от максимальной скорости 70 см/с. В предлагаемой нами теоретической модели можно получить большие

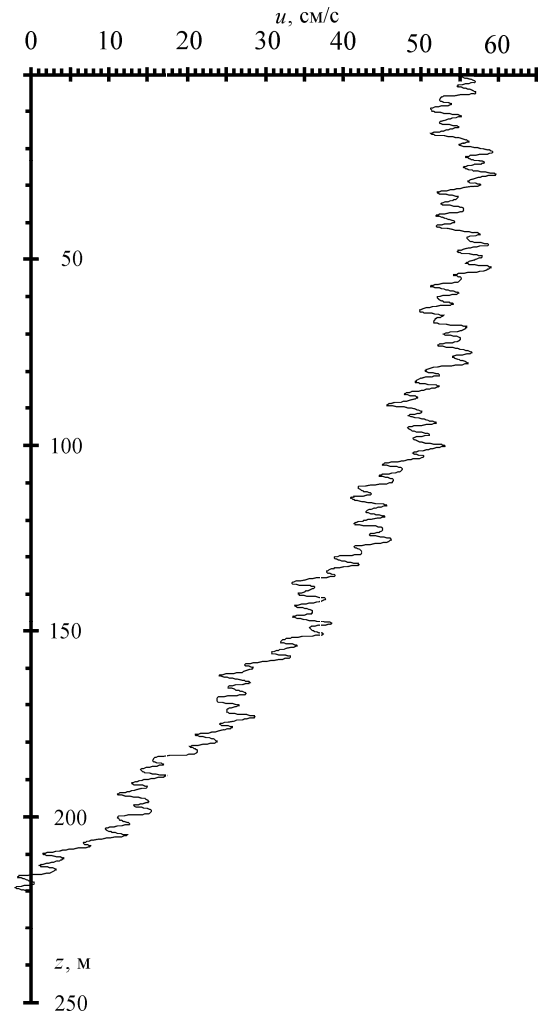


Рис. 3. Расчет вертикального профиля полного течения u в верхнем слое океана

осцилляции скорости, изменив, например, размеры вихрей. Однако, рассчитанные таким образом осцилляции оказываются не связанными с изменением направления полного течения, поэтому необходимо дальнейшее развитие теории, а также проведение специальных экспериментов.

Особый интерес представляют расчеты квадрата вертикального градиента (рис. 4, а) и скорости вращения вихрей (рис. 4, б), так как величина G^2 входит в уравнение баланса энергии турбулентности, определяя ее генерацию [9]. Толща океана имеет слоистую структуру, т. е. распадается на отдельные пласты с большими и малыми значениями G^2 и ω_y . В слоях с большими значениями G^2 происходит интенсивное перемешивание благодаря порождению турбулентности сдвиговой неустойчивостью течений, быстрому вращению вихрей и обрушению внутренних волн. Число Ричардсона $Ri = (Va)^2/G^2$, где Va — частота Вэйсяля–Брента, в этих слоях мало, так как G^2 велико. Наоборот, в слоях с малыми значениями G^2 турбулентность и перемешивание развиты слабо и связаны только с медленно вращающимися вихрями. Здесь могут существовать (при наличии стратификации плотности) короткопериод-

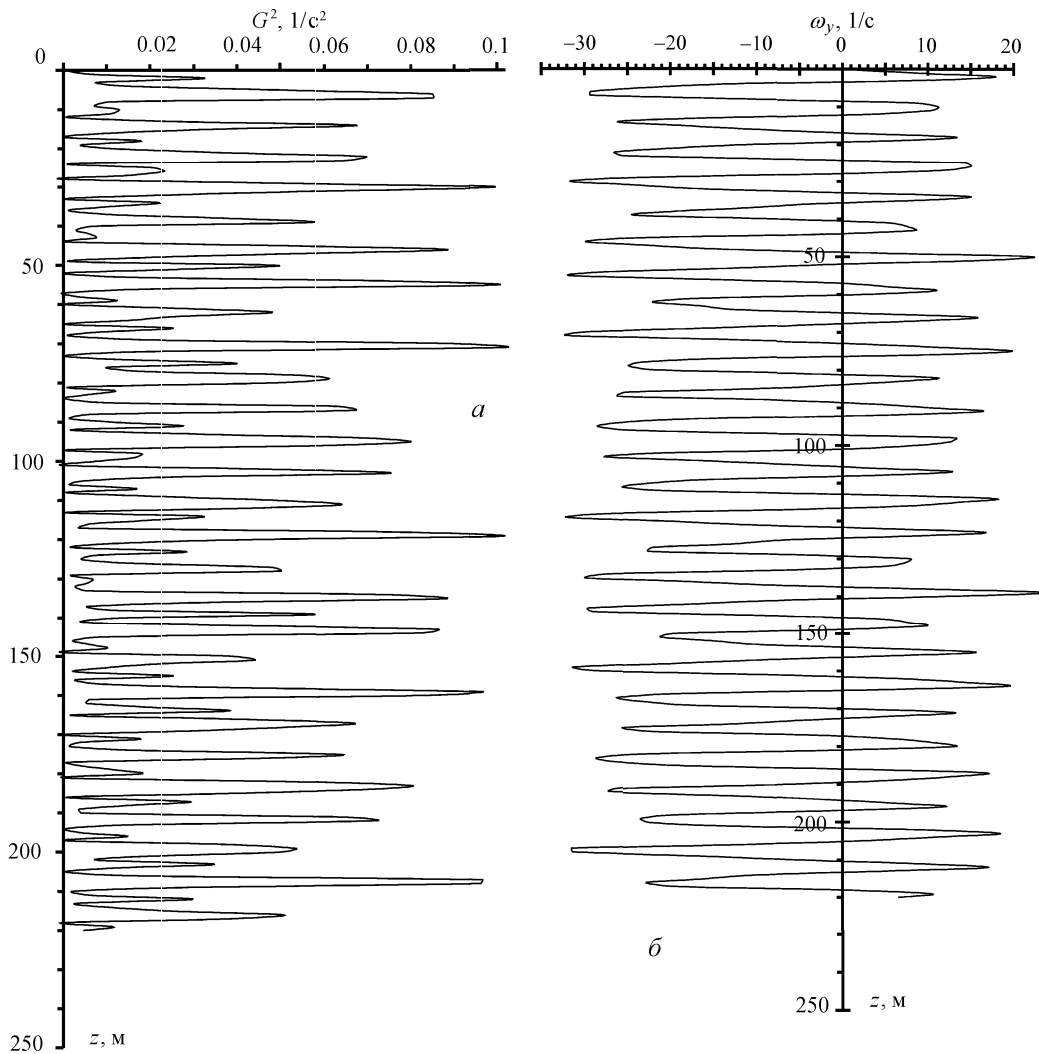


Рис. 4. Расчет вертикальных профилей: (а) квадрата сдвига G^2 полного течения u , изображенного на рис. 3; (б) скорости вращения вихрей ω_y

ные внутренние волны, так как значения числа Ричардсона здесь велики. Подобная картина согласуется с современными представлениями об океанской турбулентности [1–5].

Литература

1. Арсеньев С.А., Булгаков П.Г., Миропольский Ю.З., Пантелеев Н.А. // Океанология. 1978. **XVIII**, № 5. С. 208.
2. Волков А.П., Федоров К.Н., Шевцов В.П. // Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана. 1975. **11**, № 2. С. 186.
3. Воронович А.Г., Леонов А.И., Миропольский Ю.З. // Океанология. 1976. **XVI**, № 5. С. 490.
4. Киричек А.Д., Пака В.Т., Михайлов Ю.Д., Шкуренко В.И. // Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана. 1975. **11**, № 1. С. 99.
5. Миропольский Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Л., 1981.
6. Балебанов В.М., Мороз В.И., Мухин Л.М. // Природа. 1985. **840**, № 8. С. 3.
7. Арсеньев С.А., Николаевский В.Н. // Атомная энергия. 2001. **90**, № 5. С. 353.
8. Арсеньев С.А., Николаевский В.Н. // ДАН. 2001. **377**, № 5. С. 684.
9. Николаевский В.Н. // Прикладная математика и механика. 1970. **34**, № 3. С. 514.
10. Николаевский В.Н. // Прикладная математика и механика. 1973. **37**, № 1. С. 99.
11. Николаевский В.Н. // Вихри и волны. М., 1984. С. 266–335.
12. Nikolaevskiy V.N. Angular Momentum in Geophysical Turbulence. Dordrecht; Boston; London, 2003.

Поступила в редакцию
29.09.03