

АСТРОНОМИЯ

УДК 524.387

ГРАВИТАЦИОННОЕ МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ: НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

А. М. Черепашук

(ГАИШ)

E-mail: cher@sai.msu.ru

Гравитационное микролинзирование связано с искривлением лучей света далекой звезды фона в гравитационном поле более близкого объекта, что приводит к характерной переменности блеска звезды, длительность которой составляет порядка $\sim 1\text{--}1000$ дней.

Наблюдения эффектов гравитационного микролинзирования путем одновременной регистрации блеска миллионов звезд Большого и Малого Магеллановых Облаков, а также балджа нашей Галактики активно проводятся рядом групп на протяжении последнего десятилетия. Уже открыто несколько сот явлений микролинзирования. На основании того что длительность явления микролинзирования пропорциональна корню квадратному из массы гравитационной линзы, измерены массы темных тел в Галактике, которые в среднем лежат в диапазоне 0.15–0.90 масс Солнца. В трех случаях масса темных тел оказалась равной ~ 6 солнечных, что позволяет считать их одиночными черными дырами. По специфическим особенностям эффектов гравитационного микролинзирования можно темный объект — гравитационную линзу — отождествить с «кротовой норой», объектом, возможность существования которого предсказывается общей теорией относительности Эйнштейна. Сейчас поиски «кротовых нор» по эффектам гравитационного микролинзирования активно ведутся астрономами.

Введение

Открытие явления гравитационного микролинзирования звезд [1], предсказанного в работах Бялко [2] и Пачинского [3], положило начало новому направлению в наблюдательных исследованиях темных тел во Вселенной. В течение последнего десятилетия рядом групп (МАСНО, EROS, OGLE, PLANET и др.) ведутся интенсивные наблюдения явлений гравитационного микролинзирования главным образом с целью поиска носителей темной материи в Галактике. Зарегистрировано уже несколько сотен явлений микролинзирования звезд ближайших галактик — Большого и Малого Магеллановых Облаков, а также звезд балджа (центрального сферического скопления старых звезд) нашей Галактики. Природа темных объектов, играющих роль гравитационных линз, все еще остается до конца не выясненной.

Гравитационное микролинзирование звезд проявляется в результате искривления лучей света далекой звезды фона в гравитационном поле более близкого объекта. Это приводит к появлению кратных изображений звезды фона, угловое расстояние между которыми весьма мало ($\sim 10^{-3}$ секунды дуги для звездных масс и расстояния между звездой и линзой ~ 10 кпс). Наблюдать раздельно кратные изображения обычными способами не представляется возможным (поэтому эффект и называется микролинзированием). Однако, поскольку при микролинзировании яркость изображений звезды усиливается, а сама звезда фона и объект — линза —

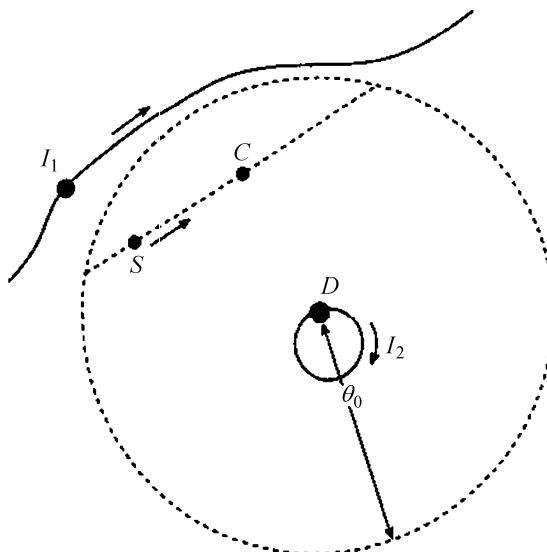


Рис. 1. Истинное движение звезды фона S (пунктир) и видимые движения изображений звезды I_1 и I_2 при гравитационном линзировании звезды шварцшильдовской точечной гравитационной линзой D. Здесь θ_0 — угловой радиус конуса Эйнштейна. Точка C показывает момент максимального сближения звезды и линзы (отрезок CD характеризует прицельный параметр явления)

перемещаются в пространстве (рис. 1), при микролинзировании наблюдается характерный подъем и последующий спад блеска линзирующей звезды. В случае точечной звезды фона кривая блеска при микролинзировании точечной гравитационной линзой (так называемой линзой Шварцшильда) должна быть строго симметричной относительно максимума и ее форма не зависит от длины волны в силу прин-

ципа эквивалентности для гравитационного поля. По этим критериям кривые блеска, обусловленные микролинзированием, обычно и отличают от кривых блеска классических переменных звезд. Однако если линзируемый объект является протяженным со сложным распределением температуры поверхности, кривая блеска при микролинзировании может показывать зависимость от длины волны λ [4]. Кроме того, если гравитационная линза неточечная и несферическая (например, является двойной системой), кривая блеска при микролинзировании может иметь сложную и несимметричную форму [5]. Несимметрия кривой блеска при микролинзировании появляется также при наличии эффекта годичного параллакса, обусловленного движением Земли по орбите вокруг Солнца (в случае когда длительность явления микролинзирования велика — более двух-трех месяцев), а также в том случае, когда линзируемый объект является двойной системой [6]. Подробное изложение проблем, связанных с гравитационным линзированием и микролинзированием, см. в монографии А.Ф. Захарова [7].

Основной характеристикой гравитационной линзы, которая может быть найдена из наблюдений, является ее масса: длительность процесса усиления и спада блеска при микролинзировании пропорциональна корню квадратному из массы гравитационной линзы. Для гравитационной линзы с массой $0.1 M_{\odot}$ (\odot — знак Солнца) эта длительность составляет порядка месяца.

По данным статистики группы МАСНО [8], измеренные массы гравитационных линз в гало Галактики лежат в пределах $0.15 \div 0.90 M_{\odot}$. Более точная оценка массы возможна для явлений микролинзирования, для которых важен годичный параллакс. Это влияние более заметно для массивных линз. Так, для явления EROS BLG-2000-5 масса линзы оказалась равной $M = 0.612 \pm 0.057 M_{\odot}$.

1. Кандидаты в черные дыры, обнаруженные по гравитационному микролинзированию

В случае точечной гравитационной линзы (линзы Шварцшильда) уравнение, определяющее угол отклонения θ_1 изображения звезды фона, записывается в виде [7]

$$\theta_1^2 - \theta\theta_1 - \theta_0^2 = 0, \quad (1)$$

где θ_0 — угол раствора конуса Эйнштейна:

$$\theta_0^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{sl}}{(D_{sl} + D_{ol})D_{ol}}, \quad (2)$$

где M — масса объекта — линзы, c — скорость света, G — гравитационная постоянная, D_{sl} — расстояние от звезды до линзы, D_{ol} — расстояние от наблюдателя до линзы, θ — угол между направлениями на звезду и линзу (характеризует прицельный параметр звезды относительно линзы при ее движении в картинной плоскости), θ_1 — угол, под которым видно изображение звезды относительно линзы.

Квадратное уравнение (1) имеет два действительных корня $\theta_1^{(1)}$ и $\theta_1^{(2)}$, соответствующих двум изображениям линзируемой звезды. Размеры и яркость этих двух изображений будут разными, но их суммарный блеск больше блеска нелинзированной звезды в A раз. Коэффициент усиления блеска A равен:

$$A = 0.5(u + u^{-1}), \quad (3)$$

где

$$u = \sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{\theta^2}}.$$

При больших значениях A можно приближенно записать:

$$A \approx \frac{\theta_0}{\theta},$$

т.е. в этом случае коэффициент усиления блеска линзируемой звезды равен отношению угла раствора конуса Эйнштейна θ_0 (для звездных масс и расстояний $\theta_0 \cong 10^{-3}$ секунды дуги) к текущему угловому расстоянию между линзой и истинным положением звезды на небе. При строго соосном расположении звезды фона и линзы вместо двух изображений линзируемой звезды в картинной плоскости образуется яркое кольцо радиусом θ_0 и толщиной φ_s , равной угловому размеру истинного изображения звезды. Коэффициент усиления A в этом случае записывается как

$$A \simeq \frac{2\theta_0}{\varphi_s}.$$

Наблюдаемая длительность t процесса гравитационного микролинзирования определяется временем пересечения диаметра конуса Эйнштейна $2R_E$, которое зависит от массы линзы M , расстояния от наблюдателя до линзы D_{ol} и скорости линзы v_{\perp} в направлении, перпендикулярном лучу зрения:

$$t = \frac{2R_E}{v_{\perp}} = \frac{4}{v_{\perp}c} \sqrt{\frac{GMD_{ol}(D_{os} - D_{ol})}{D_{os}}}. \quad (4)$$

Таким образом, зная из наблюдений длительность t , а также принимая гипотезу о значениях v_{\perp} , D_{ol} и D_{os} , можно из (4) найти M — массу гравитационной линзы. Для больших масс M длительность t составляет сотни дней, поэтому в данном случае наблюдается характерная асимметрия кривой микролинзирования, обусловленная влиянием годичного параллакса. В этом случае можно из анализа асимметрии кривой блеска оценить v_{\perp} , кроме того, используя кривую распределения скорости вращения Галактики, можно определить расстояние до линзы D_{ol} . Если линзируемая звезда расположена в балдже Галактики, то расстояние до нее известно: $D_{os} \simeq 8$ кпс. Если линзируемая звезда лежит в Большом Магеллановом Облаке, то расстояние до нее ~ 55 кпс. Тогда по формуле (4) находится масса M гравитационной линзы.

Вероятность того, что далекая звезда фона будет располагаться от гравитационной линзы на при-

цельном расстоянии $\sim 10^{-3}$ секунды дуги (типичный радиус конуса Эйнштейна для звезд) очень мала: $\sim 10^{-6} \div 10^{-7}$. Поэтому, чтобы зарегистрировать эффект гравитационного микролинзирования от одной звезды фона, нужно наблюдать ее очень долго — миллионы лет. В связи с этим, следуя идею Пачинского [3], астрономы с помощью современных панорамных приемников излучения на базе ПЗС — матриц с применением мощных компьютерных устройств исследуют звездные поля в Большом и Малом Магеллановых Облаках, а также в балдже Галактики, содержащие миллионы звезд. Тогда, по теореме сложения вероятностей, вероятность наблюдать эффект гравитационного микролинзирования хотя бы у одной из миллионов наблюдаемых звезд приближается к единице. Таким методом, как уже отмечалось выше, удалось зарегистрировать эффекты гравитационного микролинзирования у нескольких сотен звезд [8]. Главная цель таких исследований состоит в поиске носителей темной материи, находящейся в гало нашей Галактики, масса которого в несколько раз превышает массу звездной компоненты Галактики.

В наблюдениях группы МАСНО было выявлено значительное число явлений микролинзирования с большой продолжительностью: из 321 явлений 28 (т. е. 9%) имели длительность $t > 140$ сут. Столь продолжительные явления микролинзирования соответствуют значительным массам гравитационных линз ($M > 0.5 M_{\odot}$). Это говорит о том, что существенную часть в темную материю гало Галактики вносят массивные темные проэволюционировавшие объекты (остывшие белые карлики, нейтронные звезды, черные дыры и др.).

Для пяти из шести продолжительных явлений гравитационного микролинзирования, наблюдавшихся группой МАСНО в балдже Галактики [9], масса линзы превысила массу Солнца. Оказалось, что для двух из этих явлений длительность t превысила год, а массы линз близки к $\sim 6 M_{\odot}$ [9] (рис. 2): МАСНО-96-BLG-5, $t = 969$ сут, $M = 6^{+10}_{-3} M_{\odot}$; МАСНО-98-BLG-6, $t = 490$ сут, $M = 6^{+7}_{-3} M_{\odot}$. Специальные наблюдения показали, что верхний предел светимости каждой из этих двух линз не превосходит светимость Солнца ($4 \cdot 10^{33}$ эрг/с), что в ~ 100 раз меньше ожидаемой светимости нормальной звезды с термоядерным горением в центре массой $6 M_{\odot}$.

Сходные результаты были получены группой OGLE [10] по явлению микролинзирования OGLE-1999-BUL-32: длительность явления оказалась равной 640 сут, ожидаемая масса линзы составляет несколько солнечных масс ($4 \div 13 M_{\odot}$). Наблюдаемый верхний предел светимости этого объекта много меньше светимости обычной звезды такой массы.

Во всех этих трех случаях массы темных тел — гравитационных линз превышают верхний предел

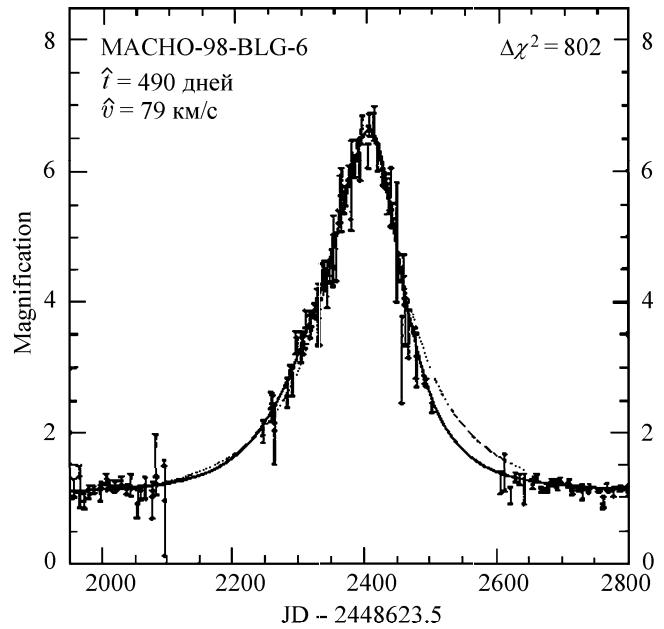


Рис. 2. Кривая блеска при микролинзировании звезды балджа Галактики более близким массивным ($M \simeq 6^{+7}_{-3} M_{\odot}$) темным телом — гравитационной линзой. Событие MACNO-98-BLG-6 [9]. Точки — наблюдения, жирная сплошная линия — теоретическая кривая блеска с учетом влияния годичного параллакса, тонкая линия — кривая блеска без учета параллакса. Рисунок из работы Беннетт и др. [9]

массы нейтронной звезды ($\sim 3 M_{\odot}$), предсказываемый Общей теорией относительности (ОТО) А. Эйнштейна. Поэтому эти три объекта могут считаться кандидатами в одиночные черные дыры.

Заметим, что до последнего времени черные дыры открывались в двойных звездных системах по движению оптической звезды и мощному рентгеновскому излучению, возникающему в процессе дисковой акреции вещества на черную дыру [11, 12]. К настоящему времени таким методом открыто около 20 черных дыр [13]. Наблюдения явлений микролинзирования звезд дают новую и уникальную возможность наблюдать одиночные черные дыры. Замечательно то, что три одиночные черные дыры, открытые по гравитационному микролинзированию, имеют массы, превышающие $4 M_{\odot}$. Таким образом, бимодальность в распределении масс нейтронных звезд и черных дыр (отсутствие релятивистских объектов в диапазоне масс $2 \div 4 M_{\odot}$ [13]), обнаруженная для релятивистских объектов в составе двойных систем, подтверждается новыми данными по одиночным черным дырам.

2. Возможность обнаружения «кротовой норы» по эффектам гравитационного микролинзирования

Неопределенность параметров гравитационных линз позволяет выдвигать на их роль самые разнообразные объекты звездных масс. Высказывались предположения, что значительная часть гравитационных линз в Галактике являются нормальными

звездами — карликами [14–16]. Наряду с упомянутыми выше черными дырами рассматривалась также возможность того, что линзы Галактики представляют собой компактные скопления массивных слабовзаимодействующих частиц (WIMP) [17–19]. Предлагались и более экзотические модели галактических гравитационных линз, так называемые «круговые норы» (пространственно-временные тоннели или мосты Эйнштейна–Розена), существование которых предсказывается ОТО для объектов, состоящих из экзотических форм материи [20, 21].

Как показано в работах [22–24], уравнения ОТО допускают решения в виде двух областей пространства–времени, соединенных так называемым пространственно-временным тоннелем («круговой норой»). Для существования такого тоннеля необходимо его заполнение особой экзотической, вакуумоподобной материи с отрицательным давлением (отрицательной эффективной гравитирующей энергией). Возможность наблюдательного проявления подобного объекта в качестве гравитационной линзы, способной создавать кратные изображения удаленного источника излучения, рассмотрена в работах [21, 25]. При определенных условиях угловое расстояние между изображениями источника может стать меньше разрешающей способности телескопа, и наблюдатель будет регистрировать только суммарный поток от всех изображений источника. Таким образом, «круговая нора» будет вести себя как гравитационная микролинза с отрицательной эффективной гравитирующей энергией. В работе [26] рассчитаны соответствующие наблюдаемые эффекты при гравитационном микролинзировании звезд «круговой норой». Как и у обычной, шварцшильдовской гравитационной линзы, основным параметром, характеризующим свойства «круговой норы», является угловой радиус конуса Эйнштейна θ_0 , который может быть определен как

$$\theta_0^2 = \frac{4G|M|}{c^2} \frac{D_{sl}}{(D_{sl} + D_{ol})D_{ol}}. \quad (5)$$

В отличие от формулы (2), здесь стоит модуль эффективной тяготеющей массы, соответствующей отрицательной эффективной гравитирующей энергии. Анализ уравнения такой линзы показал, что ее свойства резко отличаются от обычной шварцшильдовской линзы [7, 27] благодаря наличию круговой каустики в плоскости источника излучения с угловым радиусом $2\theta_0$. Когда точечный источник расположен на угловом расстоянии от линзы $\theta < 2\theta_0$, он перестает наблюдаться и регистрируемый поток уменьшается до нуля. При $\theta > 2\theta_0$ возникают два изображения источника, располагающиеся с одной стороны от линзы, между направлениями на линзу и на источник. Одно из этих изображений всегда находится внутри конуса Эйнштейна, а второе — вне его. При приближении источника к каустике с внешней стороны в момент, когда $\theta = 2\theta_0$, изображения сливаются и исчезают. Коэффициент усиления

потока от точечного источника в области $\theta > 2\theta_0$ оказывается равным

$$A\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) = \frac{(\theta/\theta_0)^2 - 2}{(\theta/\theta_0)\sqrt{(\theta/\theta_0)^2 - 4}} \quad (6)$$

и для источника, пересекающего каустику, формально стремится к бесконечности.

При микролинзировании источника конечных угловых размеров по мере его приближения к круговой каустике будет наблюдаться возрастание потока, сменяющееся его резким спадом до нуля. При выходе источника из внутренней области круговой каустики, наоборот, поток от источника резко возрастает и затем постепенно спадает до уровня невозмущенного потока от источника. Для источника с распределением яркости, обладающим круговой симметрией, кривая изменения потока в зависимости от времени (кривая микролинзирования) будет всегда симметрична относительно момента наибольшего сближения источника и линзы. Если при своем относительном движении источник не пересекает каустику, то кривая микролинзирования имеет один максимум, и ее вид качественно подобен кривой микролинзирования в случае шварцшильдовской гравитационной линзы. В работе [26] изучены фотометрические, хроматические и поляризационные эффекты, обусловленные микролинзированием «круговой норой». На рис. 3 приведено сравнение кривой микролинзирования «круговой норой» звезды с угловым радиусом R , равным 0.1 радиуса конуса Эйнштейна θ_0 в случае, когда прицельный параметр $p = \theta_{\min}/\theta_0 = 2.1$, с кривой микролинзирования точечного источника линзой Шварцшильда. Видно, что различие кривых микролинзирования невелико, в среднем не превышает $\sim 5\%$, и его трудно обнаружить. В случае, когда прицельный параметр $p < 2$ (линзируемая звезда пересекает круговую каустику), возникают характерные симметричные кривые микролинзирования с провалом в центре (рис. 4). Они резко отличаются

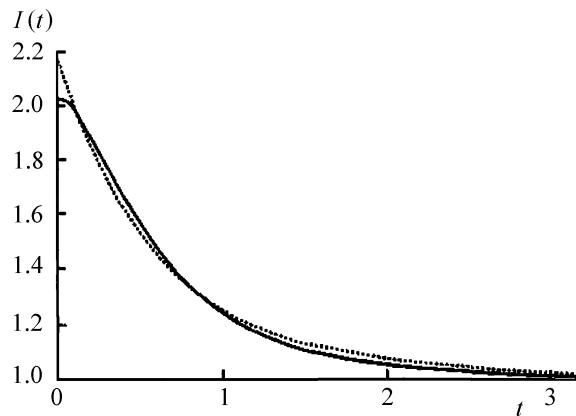


Рис. 3. Сравнение кривой микролинзирования звезды радиусом $R = 0.1\theta_0$ «круговой норой» для прицельного параметра $p = \theta_{\min}/\theta_0 = 2.1$ (сплошная линия) с наиболее близкой кривой микролинзирования точечного источника линзой Шварцшильда (штриховая линия). Здесь время выражено в единицах времени прохождения радиуса конуса Эйнштейна

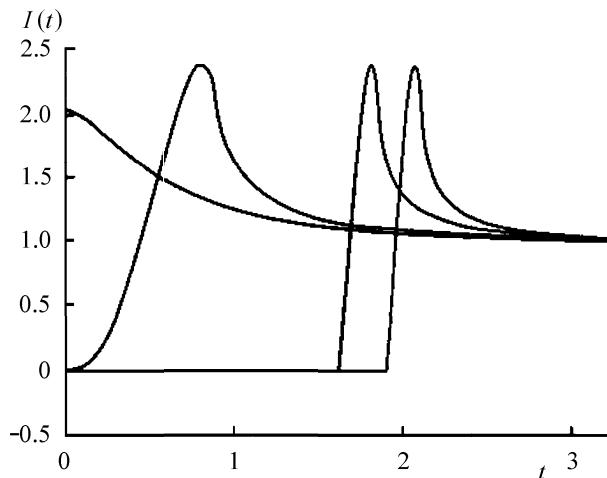


Рис. 4. Изменения потока при микролинзировании звезды фона с $R = 0.1\theta_0$ «круговой норой» как функции времени, рассчитанные теоретически. По оси абсцисс отложено время, выраженное в периодах прохождения радиуса конуса Эйнштейна. Показаны положительные ветви кривых для значений прицельного параметра $p = \theta_{\min}/\theta_0 = 2.1, 1.9, 1.0$ и 0 (слева направо)

от наблюдавшихся до настоящего времени кривых микролинзирования звезд (см. рис. 2).

Если угловой радиус звезды фона сравним с радиусом конуса Эйнштейна, во время микролинзирования могут наблюдаться характерные изменения показателя цвета и степени линейной поляризации излучения. Это связано с тем, что реальная звезда имеет потемнение к краю диска (температура излучения, идущего с краев диска, ниже температуры излучения, идущего из его центра). Кроме того, на краю диска излучение звезды имеет линейную поляризацию до 12% для горячих звезд (излучение от всего диска звезды в силу круговой симметрии не-поляризовано). При гравитационном микролинзировании излучение, идущее с края диска, усиливается сильнее, чем излучение, идущее из его центра. Это приводит к изменению показателя цвета во время микролинзирования [4]. Кроме того, поскольку при микролинзировании излучение разных частей диска звезды, расположенных на разных расстояниях от линзы, усиливается по-разному, теряется круговая симметрия на диске линзируемой звезды, что приводит к появлению переменной линейной поляризации излучения при микролинзировании [28, 29]. В работе [26] рассчитаны изменения показателя цвета и степени линейной поляризации звезды фона при ее микролинзировании «круговой норой» (рис. 5, 6).

Как видно из рис. 5, максимальное изменение показателя цвета $\Delta(V - I)$, носящее характер покраснения, имеет место, когда диск звезды почти скрывается внутри круговой каустики. Однако в этом случае наблюдаемый поток излучения очень мал, и эти изменения $\Delta(V - I)$ трудно зарегистрировать. В области, где наблюдаемый поток заметно отличен от нуля, величина хроматического эффекта невелика, и для его регистрации требуется достаточно высокая точность фотометрии (лучше 1%). В случае, когда звезда не пересекает круговую каустику,

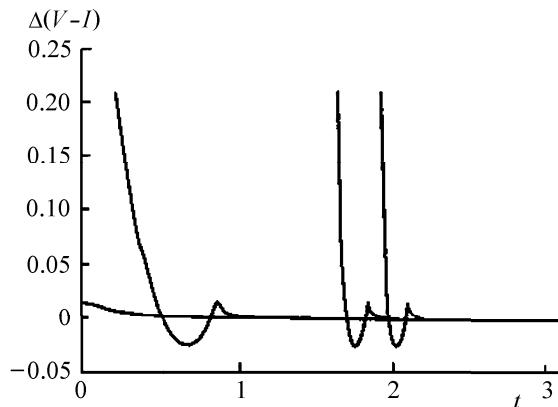


Рис. 5. Изменения показателя цвета излучения звезды фона $V - I$ для кривых микролинзирования звезды «круговой норой», приведенных на рис. 4. Единицы по оси абсцисс — как на рис. 4

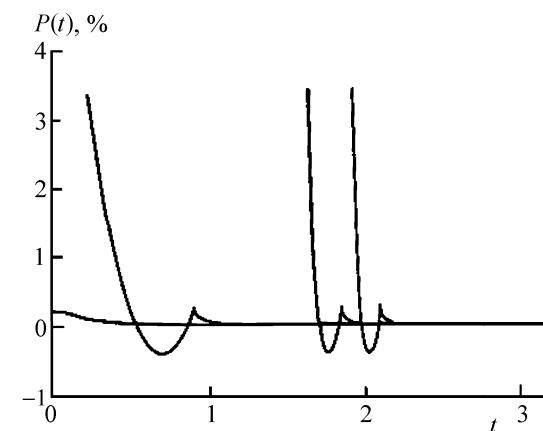


Рис. 6. Изменения степени линейной поляризации излучения для кривых микролинзирования звезды фона «круговой норой», показанных на рис. 4. Единицы по оси абсцисс — как на рис. 4

изменение показателя цвета происходит аналогично его изменению для линзы Шварцшильда [4] и всегда имеет характер покраснения (так как звезда фона имеет потемнение к краю по диску).

Положительные ветви кривых изменения линейной поляризации при микролинзировании звезды фона с атмосферой, рассеивающей излучение по рэлеевскому закону (рассматривается звезда спектрального класса K0 с эффективной температурой $T_{\text{eff}} = 4750$ К и угловым радиусом $R = 0.1\theta_0$), рассчитанные для тех же параметров, что в предыдущих разделах, приведены на рис. 6. Поскольку поляризационные эффекты, как и хроматические, связаны с различием характеристик излучения центральной и краевых областей диска звезды, форма кривых изменения степени поляризации качественно подобна форме кривых изменения показателей цвета (рис. 5). По мере прохождения круговой каустики по диску звезды степень поляризации дважды меняет знак. Это означает, что плоскость преимущественных колебаний электрического вектора электромагнитной волны сначала перпендикулярна направлению на линзу ($P > 0$), затем совпадает с ним ($P < 0$), а потом вновь становится перпендикулярной ($P > 0$).

В случае, когда звезда не пересекает круговую каустику (прицельный параметр p превышает значение $2\theta_0$), степень поляризации все время положительна, и плоскость преимущественных колебаний электрического вектора всегда перпендикулярна направлению от центра звезды к гравитационной линзе. Таким образом, при достаточной точности поляризационных наблюдений (лучше 0.1%) можно зарегистрировать специфичный для явления микролинзирования поворот плоскости поляризации при движении звезды относительно линзы. Аналогичная картина наблюдается и для линзы Шварцшильда [29].

Таким образом, характерными признаками микролинзирования звезды фона «кротовой норой» являются резкое падение потока излучения от звезды до уровня много ниже первоначального, сопровождающее пересечение звездой круговой каустики, а также симметрия кривой микролинзирования. При этом анализ специфических хроматических и поляризационных эффектов микролинзирования дает возможность отличить явление микролинзирования «кротовой норой» от случая микролинзирования системой из двух шварцшильдовских гравитационных линз, при котором также наблюдается двугорбая кривая микролинзирования с провалом в окрестностях максимума блеска [5].

Заключение

Длительные и систематические наблюдения эффектов гравитационного микролинзирования звезд фона открывают новые перспективы в исследовании одиночных черных дыр, а также таких экзотических компактных объектов, как «кротовые норы», у которых горизонт событий и сингулярность в центре отсутствуют. Звезды фона в данном случае выступают в роли своеобразных пробных тел, лучи света от которых, искривляясь в гравитационном поле более близкого объекта — гравитационной линзы, несут ценную информацию о фундаментальных свойствах линзирующего объекта. Поэтому даже в том случае, когда линзирующий объект является темным и сам ничего не излучает, исследования эффектов гравитационного микролинзирования далекой звезды фона помогают в выяснении природы этого объекта.

В данной статье мы ограничились рассмотрением лишь двух примеров эффективного использования явления гравитационного микролинзирования для выяснения природы темных компактных тел в нашей Галактике. Возможности изучения эффектов гравитационного микролинзирования очень широки (см. в связи с этим обзор [30]). Например, исследования явлений микролинзирования далеких квазаров звездами более близких галактик позволяют восстановливать фотометрическую структуру аккреционных дисков вокруг сверх массивных черных дыр с очень высоким угловым разрешением ($\sim 10^{-6}$ секунды дуги) [31, 32].

Автор благодарит М. Б. Богданова за ценные обсуждения.

Литература

1. Alcock C., Akerlof C.W., Allsman R.A. et al. // Nature. 1993. **365**. P. 621.
2. Бялко А.В. // Астрон. журн. 1969. **46**. С. 998.
3. Paczynski B. // Astrophys. J. 1986. **304**. Р. 1.
4. Богданов М.Б., Черепашук А.М. // Письма в Астрон. журн. 1995. **21**. С. 570.
5. Mao S., Paczynski B. // Astrophys. J. 1991. **347**. Р. L37.
6. Сажин М.В., Черепашук А.М. // Письма в Астрон. журн. 1994. **20**. С. 613.
7. Захаров А.Ф. Гравитационные линзы и микролинзы. М., 1997.
8. Alcock C., Allsman R.A., Alves D.R. et al. // Astrophys. J. 2000. **542**. Р. 281.
9. Bennett D.P., Becker A.C., Quinn J.L. et al. // Astrophys. J. 2002. **579**. Р. 639.
10. Mao S., Smith M.C., Wozniak P. et al. // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 2002. **329**. Р. 349.
11. Зельдович Я.Б. // Докл. АН СССР. 1964. **155**. С. 67.
12. Salpeter E.E. // Astrophys. J. 1964. **140**. Р. 796.
13. Черепашук А.М. // УФН. 2003. **173**. С. 345.
14. Комберг Б.В., Компанеец Д.А., Лукаш В.Н. // Астрон. журн. 1995. **72**. С. 457.
15. Kerins E.J. // Astron. Astrophys. 1997. **322**. Р. 709.
16. Богданов М.Б., Черепашук А.М. // Астрон. журн. 1998. **75**. С. 261.
17. Гуревич А.В., Зыбин К.П., Сирота В.А. // УФН. 1997. **167**. С. 913.
18. Sazhin M.V., Yagola A.G., Yakubov A. V. // Phys. Lett. A. 1996. **219**. Р. 199.
19. Захаров А.Ф. // Астрон. журн. 1999. **76**. С. 379.
20. Einstein A., Rosen N. // Phys. Rev. 1935. **48**. Р. 73.
21. Шацкий А.А. // Астрон. журн. 2004. **81**. С. 579.
22. Morris M.S., Thorne K.S. // Am. J. Phys. 1988. **56**. Р. 395.
23. Hochberg D., Visser M. // Phys. Rev. D. 1997. **56**. Р. 4745.
24. Hochberg D., Popov A., Sushkov S. V. // Phys. Rev. Lett. 1997. **78**. Р. 2050.
25. Kim S.-W., Cho Y.M. // Proc. Seventh. Marcel Grossman Meeting Held at Stanford Univ. 24–30 July 1994 (River Edge, N.J., World Scientific, 1996). Р. 1147.
26. Богданов М.Б., Черепашук А.М. // Астрон. журн. 2002. **79**. С. 1109.
27. Schneider P., Ehlers J., Falco E.E. Gravitational Lenses. Berlin, 1992.
28. Simmons J.E.L., Willis J.P., Newsam A.M. Astron. Astrophys. 1995. **293**. Р. L46.
29. Bogdanov M.B., Cherepashchuk A.M., Sazhin M. V. // Astrophys. Space Sci. 1996. **235**. Р. 219.
30. Захаров А.Ф., Сажин М.В. // УФН. 1998. **168**. С. 1041.
31. Богданов М.Б., Черепашук А.М. // Астрон. журн. 2002. **79**. С. 693.
32. Богданов М.Б., Черепашук А.М. // Астрон. журн. 2004. **81**. С. 291.