

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНГАЛЯЦИОННОГО ПОСТУПЛЕНИЯ В ОРГАНИЗМ ЧЕЛОВЕКА ТОКСИЧНЫХ ВЕЩЕСТВ В УСЛОВИЯХ АВАРИЙНОЙ СИТУАЦИИ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ АТОМНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

С. П. Бабенко, А. В. Бадын

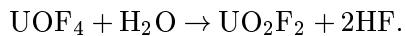
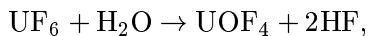
(кафедра математики)

В работе рассматривается ситуация аварийного выброса гексафторида урана (UF_6) в воздух рабочего помещения на предприятии атомной промышленности. Строится математическая модель, описывающая возникновение аэрозольных частиц UO_2F_2 и HF в воздухе рабочего помещения. Рассматриваемая математическая модель учитывает дрейфовое перемещение аэрозольных частиц под действием силы тяжести и силы вязкого трения. Проводится оценка доз токсичных веществ — урана и фтора, получаемых человеком в процессе дыхания.

Целый ряд предприятий атомной промышленности использует гексафторид урана UF_6 . На производствах это вещество содержится в емкостях в газообразном состоянии под давлением, превышающим атмосферное. В аварийной ситуации возможно поступление UF_6 в воздух рабочего помещения. Известно [1], что гексафторид урана легко гидролизуется, в результате чего в воздухе рабочего помещения появляются вещества UOF_4 , UO_2F_2 , HF. В процессе дыхания в организм человека вместе с веществами UF_6 , UOF_4 , UO_2F_2 , HF поступают токсичные уран и фтор. Большое значение имеет оценка массы токсичных веществ, поступивших в организм человека ингаляционным путем на заданном промежутке времени.

Мы рассматриваем следующую физическую ситуацию. В воздухе рабочего помещения находятся вещества: UF_6 (газ), UOF_4 (газ), UO_2F_2 (газ), HF (газ), UO_2F_2 (аэрозоль), HF (аэрозоль) и пары H_2O . Рассматриваются следующие физические и химические процессы.

1. Вещества UF_6 (газ) и UOF_4 (газ) взаимодействуют с парами H_2O в соответствии с уравнениями



2. Вещества UO_2F_2 и HF переходят из газообразного состояния в состояние аэрозоля.

3. Вещества UF_6 (газ), UOF_4 (газ), UO_2F_2 (газ), HF (газ), UO_2F_2 (аэрозоль), HF (аэрозоль) диффузионно осаждаются на пол, потолок и стены рабочего помещения.

4. Вещества UO_2F_2 (аэрозоль), HF (аэрозоль) оседают на пол рабочего помещения под действием силы тяжести и силы сопротивления среды.

Перейдем к составлению уравнений, описывающих поведение веществ UF_6 (газ), UOF_4 (газ), UO_2F_2 (газ), HF (газ). Так как нас интересуют концентрации молекул вблизи лица человека, т. е. вдали от пола, потолка и стенок рабочего помещения, то диффузией газов можно пренебречь. Пусть

$n_1(t)$, $n_2(t)$, $n_3(t)$, $n_4(t)$ — концентрации молекул веществ UF_6 (газ), UOF_4 (газ), UO_2F_2 (газ), HF (газ) в момент времени t . Тогда для газов можно записать следующую начальную задачу для системы уравнений непрерывности:

$$\frac{d}{dt}n_k = \sum_{m=1}^4 a_{k,m}n_m, \quad k = \overline{1,4}, \quad t \in (0, +\infty),$$

$$n_1(0) = n_{1,0}, \quad n_2(0) = 0, \quad n_3(0) = 0, \quad n_4(0) = 0.$$

Здесь $\{a_{k,m}\}$ — некоторая матрица, описывающая процессы гидролиза и коагуляции. Мы предполагаем, что матрица $\{a_{k,m}\}$ имеет четыре линейно независимых собственных вектора χ_1 , χ_2 , χ_3 , χ_4 и отрицательные собственные значения $-\delta_1$, $-\delta_2$, $-\delta_3$, $-\delta_4$.

Решая начальную задачу для газов, получаем

$$n_k(t) = \sum_{i=1}^4 \chi_{k,i} C_i e^{-\delta_i t}.$$

Здесь C_i — коэффициенты, определяемые из начальных условий.

Пусть $q = 3.922 \cdot 10^{-4}$ м³/с — объем воздуха, вдыхаемого в единицу времени. Тогда число молекул вещества с номером k , вдохнутых на временном промежутке $[0, t]$:

$$N_k(t) = q \int_0^t d\tilde{t} n_k(\tilde{t}) = q \sum_{i=1}^4 \chi_{k,i} C_i \frac{1}{\delta_i} \left(1 - e^{-\delta_i t} \right).$$

Далее отдельно рассмотрим урансодержащее вещество UO_2F_2 (аэрозоль) и фторсодержащее вещество HF (аэрозоль). Перейдем к составлению уравнений, описывающих поведение вещества UO_2F_2 (аэрозоль) (соответственно вещества HF (аэрозоль)). Предположим, что в процессе коагуляции с различной вероятностью образуются аэрозольные частицы различных радиусов. Обозначим через g_0 дифференциальную функцию распределения радиусов аэрозольных частиц, образующихся

в процессе коагуляции. В работе [2] показано, что для аэрозольных частиц UO_2F_2 функция g_0 описывается логарифмически нормальным законом

$$g_0(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \ln(\beta_g) r} \exp\left(-\left(\frac{\ln(r) - \ln(r_g)}{\sqrt{2} \ln(\beta_g)}\right)^2\right)$$

со следующими значениями параметров r_g, β_g : $r_g = 2.744 \cdot 10^{-6}$ м, $\beta_g = 2.18$. Предположим, что для аэрозольных частиц HF функция g_0 описывается логарифмически нормальным законом со следующими значениями параметров r_g, β_g : $r_g = 5.5 \cdot 10^{-7}$ м, $\beta_g = 2.18$.

Пусть $n_p(z, t)$ — полная концентрация молекул интересующего нас вещества в составе всех аэрозольных частиц на высоте z в момент времени t ; $n'(r, z, t)$ — удельная (по радиусам аэрозольных частиц) концентрация молекул интересующего нас вещества в составе аэрозольных частиц радиуса r на высоте z в момент времени t . Очевидно, $n_p(z, t) = \int_0^\infty d\tilde{r} n'(\tilde{r}, z, t)$.

Будем считать, что диффузией аэрозольных частиц можно пренебречь. Кроме того, предположим, что аэрозольные частицы движутся равномерно и прямолинейно под действием силы тяжести и силы вязкого трения. В рассматриваемой модели скорость аэрозольной частицы радиуса r определяется выражением $v(r) = \gamma r^2$. Здесь $\gamma = \frac{m_1 g}{6\pi\eta r_1^3}$; $m_1 = 308 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг — масса молекулы UO_2F_2 (соответственно $m_1 = 20 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг — масса молекулы HF); $r_1 \approx 3 \cdot 10^{-10}$ м — радиус молекулы интересующего нас вещества; $g = 9.81$ м/с² — ускорение свободного падения; $\eta = 1.84 \cdot 10^{-5}$ н·с/м² — коэффициент вязкости воздуха.

Теперь можно написать начальную задачу для уравнения непрерывности для удельной (по радиусам аэрозольных частиц) концентрации молекул интересующего нас вещества:

$$\frac{\partial}{\partial t} n'(r, z, t) = v(r) \frac{\partial}{\partial z} n'(r, z, t) + g_0(r) F(t),$$

$$z \in (0, h), \quad t \in (0, +\infty),$$

$$n'(r, z, 0) = 0, \quad z \in (0, h), \quad n'(r, h, t) = 0, \quad t \in (0, +\infty).$$

Здесь $h = 3$ м — высота комнаты; слагаемое $v(r) \frac{\partial}{\partial z} n'(r, z, t)$ описывает дрейф молекул интересующего нас вещества в составе аэрозольных частиц радиуса r под действием силы тяжести и силы вязкого трения; слагаемое $g_0(r) F(t)$ описывает появление молекул UO_2F_2 (HF) в составе аэрозольных частиц радиуса r за счет коагуляции газообразного UO_2F_2 (HF), $F(t) = \sum_{m=1}^4 b_m n_m(t)$, b_m — некоторые коэффициенты, описывающие процесс коагуляции.

Решая начальную задачу для аэрозолей методом характеристик, получаем

$$n'(r, z, t) = g_0(r) \int_0^t d\tilde{t} F(\tilde{t}) = \\ = g_0(r) \sum_{m=1}^4 b_m \sum_{i=1}^4 \chi_{m,i} C_i \frac{1}{\delta_i} \left(1 - e^{-\delta_i t}\right)$$

при $z + v(r)t \leq h$,

$$n'(r, z, t) = g_0(r) \int_{t - \frac{h-z}{v(r)}}^t d\tilde{t} F(\tilde{t}) = \\ = g_0(r) \sum_{m=1}^4 b_m \sum_{i=1}^4 \chi_{m,i} C_i \frac{1}{\delta_i} \left(e^{-\delta_i \left(t - \frac{h-z}{v(r)}\right)} - e^{-\delta_i t}\right)$$

при $z + v(r)t > h$. Обозначим $R(z, t) = \sqrt{\frac{h-z}{\gamma t}}$. Нетрудно подсчитать, что

$$n_p(z, t) = \int_0^{+\infty} d\tilde{r} n'(\tilde{r}, z, t) = \sum_{m=1}^4 b_m \sum_{i=1}^4 \chi_{m,i} C_i \varphi_1(z, t, \delta_i).$$

Здесь

$$\varphi_1(z, t, \delta) = \frac{1}{\delta} \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\ln(R(z, t)) - \ln(r_g)}{\sqrt{2} \ln(\beta_g)} \right) + 1 \right) - \\ - \frac{1}{\delta} e^{-\delta t} + \frac{1}{\delta} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\ln(R(z, t)) - \ln(r_g)}{\sqrt{2} \ln(\beta_g)}}^{+\infty} dx \exp \left(-x^2 - \right. \\ \left. - \delta \left(t - \frac{h-z}{\gamma r_g^2} \exp \left(-x 2 \sqrt{2} \ln(\beta_g) \right) \right) \right).$$

Удельное (по радиусам аэрозольных частиц) число молекул интересующего нас вещества в составе аэрозольных частиц радиуса r , вдохнутых на высоте z на временном промежутке $[0, t]$:

$$N'(r, z, t) = q \int_0^t d\tilde{t} n'(\tilde{r}, z, \tilde{t}),$$

$$N'(r, z, t) = q g_0(r) \sum_{m=1}^4 b_m \sum_{i=1}^4 \chi_{m,i} C_i \times \\ \times \left(\frac{1}{\delta_i} t - \frac{1}{\delta_i^2} \left(1 - e^{-\delta_i t}\right) \right) \quad \text{при } z + v(r)t \leq h,$$

$$N'(r, z, t) = q g_0(r) \sum_{m=1}^4 b_m \sum_{i=1}^4 \chi_{m,i} C_i \times \\ \times \left(\frac{1}{\delta_i} \frac{h-z}{v(r)} - \frac{1}{\delta_i^2} \left(e^{-\delta_i \left(t - \frac{h-z}{v(r)}\right)} - e^{-\delta_i t}\right) \right) \quad \text{при } z + v(r)t > h.$$

Полное число молекул интересующего нас вещества в составе всех аэрозольных частиц, вдохнутых на высоте z на временном промежутке $[0, t]$:

$$N_p(z, t) = \int_0^{+\infty} d\bar{r} N'(\bar{r}, z, t) = \\ = \sum_{m=1}^4 b_m \sum_{i=1}^4 \chi_{m,i} C_i \varphi_2(z, t, \delta_i).$$

Здесь

$$\varphi_2(z, t, \delta) = \left(\frac{1}{\delta} t - \frac{1}{\delta^2} \right) \frac{1}{2} \times \\ \times \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\ln(R(z, t)) - \ln(r_g)}{\sqrt{2} \ln(\beta_g)} \right) + 1 \right) + \\ + \frac{1}{\delta^2} e^{-\delta t} + \frac{1}{\delta} \frac{h-z}{\gamma r_g^2} \exp(2(\ln \beta_g)^2) \times \\ \times \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\ln(R(z, t)) - \ln(r_g) + 2(\ln \beta_g)^2}{\sqrt{2} \ln(\beta_g)} \right) \right) - \\ - \frac{1}{\delta^2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\ln(R(z, t)) - \ln(r_g)}{\sqrt{2} \ln(\beta_g)}}^{+\infty} dx \exp(-x^2 - \\ - \delta \left(t - \frac{h-z}{\gamma r_g^2} \exp(-x 2\sqrt{2} \ln(\beta_g)) \right)).$$

Было проведено вычисление следующих величин: $n_1(t) + n_2(t) + n_3(t)$ — концентрация атомов урана в составе газов; $4n_1(t) + 2n_2(t) + n_4(t)$ — концентрация «активных» атомов фтора в составе газов (имеются в виду те атомы фтора, которые рано или поздно перейдут в состав вещества HF и смогут причинить вред человеку); $m_{0,U}(N_1(t) + N_2(t) + N_3(t))$ — масса вдохнутых атомов урана в составе газов (здесь $m_{0,U} = 238 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг — масса атома урана), $m_{0,F}(4N_1(t) + 2N_2(t) + N_4(t))$ — масса вдохнутых «активных» атомов фтора в составе газов (здесь $m_{0,F} = 19 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг — масса атома фтора), $n_{p,U}(z, t)$ — концентрация атомов урана в составе аэрозольных частиц; $n_{p,F}(z, t)$ — концентрация атомов фтора в составе аэрозольных частиц; $m_{0,U}N_{p,U}(z, t)$ — масса вдохнутых атомов урана в составе аэрозолей; $m_{0,U}N_{p,F}(z, t)$ — масса вдохнутых «активных» атомов фтора в составе аэрозолей. Расчеты проводились для случая $n_{1,0} = 10^{21} \text{ м}^{-3}$; $\delta_1 = \frac{\ln(2)}{20} \text{ с}^{-1}$, $\delta_2 = \frac{\ln(2)}{20} \text{ с}^{-1}$, $\delta_3 = \frac{\ln(2)}{50} \text{ с}^{-1}$, $\delta_4 = \frac{\ln(2)}{50} \text{ с}^{-1}$; $b_1 = 0$, $b_2 = 0$, $b_3 = \frac{\ln(2)}{50} \text{ с}^{-1}$, $b_4 = 0$ для UO_2F_2 ; $b_1 = 0$, $b_2 = 0$, $b_3 = 0$, $b_4 = \frac{\ln(2)}{50} \text{ с}^{-1}$ для HF; $z = 1.5 \text{ м}$.

Результаты расчетов приведены в таблице. Из приведенных расчетных данных по урану видно следующее.

1. Концентрация атомов урана в составе всех газов быстро убывает со временем. Через 10 мин она уменьшается более, чем на два порядка, а через 30 мин становится ниже производственного фона на предприятиях, использующих гексафторид урана.

2. Концентрация атомов урана в составе аэрозолей растет в течение первых пяти минут, а далее медленно убывает так, что уровень производственного фона достигается только через несколько суток.

t	Уран. Аварийная ситуация. Пренебрежение диффузией. Полидисперсные аэрозоли, $r_g = 2.744 \text{ мкм}$, $r_v = 1.49 \text{ мкм}$					Фтор. Аварийная ситуация. Пренебрежение диффузией. Полидисперсные аэrozоли, $r_g = 0.55 \text{ мкм}$, $r_v = 0.3 \text{ мкм}$				
	$n_U \text{ 1/m}^3$		$m_U \text{ мг вдохнутая}$			$n_F \text{ 1/m}^3$		$m_F \text{ мг вдохнутая}$		
	Аэрозоли	Сумма газов	Аэрозоли	Сумма газов	Аэрозоли + сумма газов	Аэрозоли	Сумма газов	Аэрозоли	Сумма газов	Аэрозоли + сумма газов
10 с	$1.23 \cdot 10^{19}$	$9.88 \cdot 10^{20}$	$5.56 \cdot 10^{-3}$	1.55	1.56	$2.13 \cdot 10^{20}$	$3.79 \cdot 10^{21}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$4.9 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-1}$
20 с	$5.43 \cdot 10^{19}$	$9.45 \cdot 10^{20}$	$5.42 \cdot 10^{-2}$	3.06	3.12	$5.3 \cdot 10^{20}$	$3.47 \cdot 10^{21}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$9.4 \cdot 10^{-1}$	1
1 мин	$3.23 \cdot 10^{20}$	$6.63 \cdot 10^{20}$	1.21	8.11	9.32	$1.77 \cdot 10^{21}$	$2.23 \cdot 10^{21}$	$6.4 \cdot 10^{-1}$	2.35	2.99
5 мин	$6.41 \cdot 10^{20}$	$2.71 \cdot 10^{19}$	$2.46 \cdot 10^1$	$1.59 \cdot 10^1$	$4.05 \cdot 10^1$	$3.91 \cdot 10^{21}$	$8.68 \cdot 10^{19}$	$1.06 \cdot 10^1$	4.37	$1.49 \cdot 10^1$
10 мин	$4.29 \cdot 10^{20}$	$4.24 \cdot 10^{18}$	$4.92 \cdot 10^1$	$1.62 \cdot 10^1$	$6.54 \cdot 10^1$	$4 \cdot 10^{21}$	$1.36 \cdot 10^{18}$	$2.54 \cdot 10^1$	4.45	$2.99 \cdot 10^1$
20 мин	$2.44 \cdot 10^{20}$	$1.04 \cdot 10^{18}$	$7.92 \cdot 10^1$	$1.62 \cdot 10^1$	$9.54 \cdot 10^1$	$4 \cdot 10^{21}$	$3.31 \cdot 10^{14}$	$5.53 \cdot 10^1$	4.45	$5.97 \cdot 10^1$
30 мин	$1.65 \cdot 10^{20}$	$2.53 \cdot 10^{10}$	$9.78 \cdot 10^1$	$1.62 \cdot 10^1$	$1.14 \cdot 10^2$	$3.99 \cdot 10^{21}$	$8.08 \cdot 10^{10}$	$8.51 \cdot 10^1$	4.45	$8.95 \cdot 10^1$
40 мин	$1.21 \cdot 10^{20}$	$6.17 \cdot 10^6$	$1.11 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^1$	$1.27 \cdot 10^2$	$3.98 \cdot 10^{21}$	$1.97 \cdot 10^7$	$1.15 \cdot 10^2$	4.45	$1.19 \cdot 10^2$
50 мин	$9.34 \cdot 10^{19}$	$1.51 \cdot 10^3$	$1.21 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^1$	$1.37 \cdot 10^2$	$3.97 \cdot 10^{21}$	$4.82 \cdot 10^3$	$1.45 \cdot 10^2$	4.45	$1.49 \cdot 10^2$
1 ч	$7.48 \cdot 10^{19}$	0	$1.29 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^1$	$1.45 \cdot 10^2$	$3.96 \cdot 10^{21}$	1.18	$1.74 \cdot 10^2$	4.45	$1.78 \cdot 10^2$
1.5 ч	$4.38 \cdot 10^{19}$	0	$1.45 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^1$	$1.61 \cdot 10^2$	$3.93 \cdot 10^{21}$	0	$2.63 \cdot 10^2$	4.45	$2.67 \cdot 10^2$
2 ч	$2.9 \cdot 10^{19}$	0	$1.54 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^1$	$1.71 \cdot 10^2$	$3.89 \cdot 10^{21}$	0	$3.5 \cdot 10^2$	4.45	$3.54 \cdot 10^2$
6 ч	$4.57 \cdot 10^{18}$	0	$1.81 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^1$	$1.97 \cdot 10^2$	$3.55 \cdot 10^{21}$	0	$1.102 \cdot 10^3$	4.45	$1.02 \cdot 10^3$
1 сут	$2.34 \cdot 10^{17}$	0	$1.9 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^1$	$2.08 \cdot 10^2$	$2.5 \cdot 10^{21}$	0	$3.4 \cdot 10^3$	4.45	$3.4 \cdot 10^3$
10 сут	$3.24 \cdot 10^{14}$	0	$1.94 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^1$	$2.1 \cdot 10^2$	$4.91 \cdot 10^{20}$	0	$1.35 \cdot 10^4$	4.45	$1.35 \cdot 10^4$

3. Масса урана, вдохнутого с газами, с точностью до сотых долей миллиграмма растет первые 10 мин, а далее не меняется. Это объясняется быстрой процесса гидролиза и тем, что по истечении 10 мин практически весь уран сосредоточивается в аэрозолях.

4. Масса урана, вдохнутого с аэрозолями, в первую минуту сильно отстает от массы урана, вдохнутого с газами. Однако уже через 10 мин она становится в три раза больше, чем масса урана, вдохнутого с газами, и далее продолжает расти вплоть до 10 сут, хотя скорость роста со временем убывает.

Из приведенных расчетных данных по фтору видно следующее.

1. Качественно поведение фтора совпадает с поведением урана.

2. В количественном отношении нужно отметить

следующие различия. Фтор оседает медленнее, чем уран. Через сутки его концентрация в воздухе на четыре порядка больше, чем концентрация урана. При этом масса вдохнутого фтора в 16 раз больше, чем масса вдохнутого урана.

Приведенные данные позволяют оценить дозы, полученные человеком, попавшим в аварийную ситуацию и пробывшим там определенное время t .

Литература

1. Мирхайдаров А.Х. Метод и средство измерения гексафторида урана в воздухе // Радиоактивность при ядерных взрывах и авариях. СПб., 2000. С. 92.
2. Бабенко С.П., Бадын А.В., Бадын В.И. // Изв. Акад. пром. экологии. 2002. № 4. С. 70.

Поступила в редакцию
06.05.05