ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

УДК 530.12:550.831

О СТАТЬЕ «СЦЕНАРИЙ НЕПРЕРЫВНО ПУЛЬСИРУЮЩЕЙ ВСЕЛЕННОЙ», ОПУБЛИКОВАННОЙ В ЖУРНАЛЕ «ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ»

В. И. Денисов, К. А. Свешников, П. К. Силаев

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

Недавно в журнале «Вестник Московского университета» была опубликована статья [1], в которой автор утверждает, что предложенная им система уравнений теории гравитации приводит к сценарию непрерывно пульсирующей Вселенной. Однако данный вывод из этой работы не следует, так как используемая в статье [1] система уравнений (3), (17) и (18)*) является противоречивой. Наши основные аргументы состоят в следующем.

В статье [1] автор исходит из уравнения (3)

$$\tilde{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\tilde{R} = 8\pi T^{\mu\nu} + 16\pi\Lambda^{\mu\nu}\delta(\sin\alpha), \tag{3}$$

где

$$T^{\mu\nu} = \sqrt{-g}\left[(\rho+p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}\right], \tag{4}$$

а дополнительный член в правой части уравнения (3) обусловлен введенным автором условием цикличности. К этим уравнениям добавляется условие гармоничности

$$\partial_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{5}$$

После ряда тождественных преобразований уравнение (3) приводится к виду

$$g^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\tilde{g}^{\epsilon\lambda} = 16\pi(T^{\epsilon\lambda}+\tau^{\epsilon\lambda}) + 32\pi\Lambda^{\epsilon\lambda}\delta(\sin\alpha), \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned} 16\pi\sqrt{-g}\tau^{\epsilon\lambda} \equiv{}& \frac{1}{2}\left(\tilde{g}^{\epsilon\alpha}\tilde{g}^{\lambda\beta} - \frac{1}{2}\tilde{g}^{\epsilon\lambda}\tilde{g}^{\alpha\beta}\right)\times \\ &\times\left(\tilde{g}_{\nu\sigma}\tilde{g}_{\tau\mu} - \frac{1}{2}\tilde{g}_{\tau\sigma}\tilde{g}_{\nu\mu}\right)\partial_\alpha\tilde{g}^{\tau\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\nu\mu} + \\ &+\tilde{g}^{\alpha\beta}\tilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\epsilon\tau}\partial_\beta\tilde{g}^{\lambda\sigma} - \tilde{g}^{\epsilon\beta}\tilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\lambda\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\alpha\tau} - \\ &-\tilde{g}^{\lambda\alpha}\tilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\beta\sigma}\partial_\beta\tilde{g}^{\epsilon\tau} + \frac{1}{2}\tilde{g}^{\epsilon\lambda}\tilde{g}_{\tau\sigma}\partial_\alpha\tilde{g}^{\sigma\beta}\partial_\beta\tilde{g}^{\alpha\tau} + \\ &+\partial_\alpha\tilde{g}^{\epsilon\beta}\partial_\beta\tilde{g}^{\lambda\alpha}, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\tilde{g}_{\epsilon\lambda} \equiv g_{\epsilon\lambda}/\sqrt{-g}.$$

Далее автор рассматривает развитие Вселенной и, учитывая условие гармоничности, полагает

$$\Lambda^{00} = 0, \quad \Lambda^{0i} = 0, \quad i = 1,2,3. \tag{A}$$

*) Здесь и далее в формулах, имеющих цифровой номер, мы сохраняем нумерацию, принятую в статье [1].

Из уравнений (3), (6), учитывая (A), он получает уравнение (17)

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi}{3}\rho. \tag{17}$$

К этому уравнению автор добавляет уравнение (18)

$$\dot{\rho} = -3(\rho+p)\frac{\dot{R}}{R}. \tag{18}$$

Об этих уравнениях он пишет: «Уравнения (17), (18) не могут вызывать никаких сомнений, ибо первое из них представляет собой бесспорный закон сохранения совокупной плотности энергии всей материи, а второй — вытекающий из общих принципов закон изменения плотности тензора энергии-импульса вещества. Свойство полноты указанной системы уравнений первого порядка дает основание «забыть» об оставшемся в (6) еще одном уравнении, поскольку оно должно быть следствием полной системы».

Будем следовать логике автора и проверим последнее утверждение.

Из уравнений (3), (6) автор совершенно правильно получает «забытое» уравнение (23)

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi}{3}(\rho+3p) + 8\pi\frac{\Lambda}{R^4}\delta(\sin\alpha). \tag{23}$$

Однако уравнение (23) противоречит уравнениям (17) и (18). Действительно, продифференцировав уравнение (17), получим

$$\ddot{R}\dot{R} = \frac{8\pi}{3}\dot{R}R\rho + \frac{4\pi}{3}R^2\dot{\rho}.$$

Подставляя в это уравнение выражение для $\dot{\rho}$ (18), находим

$$\dot{R}\left(\frac{\ddot{R}}{R} + \frac{4\pi}{3}(\rho+3p)\right) = 0. \tag{B}$$

Поскольку плотность ρ нигде не равна нулю, то в силу соотношения (17) имеем

$$\dot{R} \neq 0.$$

На этом основании уравнение (B) можно записать в форме

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi}{3}(\rho+3p). \tag{C}$$

Это уравнение есть точное следствие уравнений (17) и (18).

Легко видеть, что выражения (23) и (C) не совпадают, поскольку автор полагает $\Lambda \neq 0$.

Итак, из уравнений (17) и (18) для величины $\ddot{R}/R$ следует одно выражение, а уравнение (23) дает для той же величины $\ddot{R}/R$ другое, не совпадающее с ним выражение. Поэтому уравнения (3), (6) и их следствие (23), с одной стороны, и уравнения (17) и (18), с другой стороны, противоречат друг другу*).

Для того чтобы избежать противоречия, необходимо положить $\Lambda = 0$, но тогда мы возвращаемся в точности к системе уравнений Гильберта–Эйнштейна

$$\tilde{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \tilde{R} = 8\pi T^{\mu\nu},$$

согласно которой функция $\dot{R}$ непрерывна. Непрерывность $\dot{R}$ вытекает при этом из непрерывности p, ρ и соотношения (C). Это означает, что никакого скачка у функции $\dot{R}$ быть не может и, следовательно, циклического решения для эволюции Вселенной из уравнений (17) и (18) получить нельзя (см., напр., [2, 3]).

Таким образом, приведенное в статье [1] выражение (21) для $\dot{R}/R$ в виде такой разрывной функции времени, производная от которой совместна с (23), в действительности решением уравнений (17, 18) не является, так как последние допускают только решения, в которых непрерывны как R, так и $\dot{R}$.

*) Противоречивость уравнений статьи [1] проявляется и при вычислении ковариантной дивергенции от системы (3). Именно, прямое вычисление с учетом уравнения (17) дает $\nabla_\nu \Lambda^{0\nu} \delta(\sin\alpha) \neq 0$, поэтому утверждение статьи [1], что член с $\Lambda^{\mu\nu}$ в (3) удовлетворяет уравнению $\nabla_\nu \Lambda^{\mu\nu} \delta(\sin\alpha) = 0$, является ошибочным.

Кроме того, уравнение (17) противоречит и введенному в [1] условию симметрии решения относительно обращения времени. При наличии такой симметрии функция R должна быть четной относительно точек поворота $\alpha = \pi n$, а $\dot{R}$ — соответственно нечетной (только тогда при дифференцировании в $\ddot{R}$ может возникнуть член с четной δ-функцией). Но в силу (17) $\dot{R}(\alpha = \pi n) \neq 0$, поскольку $\rho \neq 0$ для всех α, поэтому в контексте статьи [1] $\dot{R}$ не может быть нечетной относительно $\alpha = \pi n$ функцией.

Литература

1. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2005. №2. С. 7.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М., 1988.
3. *Логунов А.А.* Теория гравитационного поля. М., 2000.

Поступила в редакцию
14.12.05