ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.343.2;535:548

# МАТРИЧНОЕ ОПИСАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУРАХ С НЕЛОКАЛЬНЫМ ОТКЛИКОМ

**В. Г. Авраменко, А. А. Никулин**

(*кафедра квантовой электроники*)

**Формализм матриц распространения оптического излучения в слоистой среде обобщен на случай слоев с существенно нелокальным откликом в направлении, перпендикулярном границам раздела.**

Использование матриц распространения является наиболее эффективным способом описания линейных [1] и нелинейных [2] оптических свойств плоскослоистых сред с локальной диэлектрической проницаемостью, являющейся кусочно-постоянной функцией координаты в направлении нормали к слоям. В настоящей работе предложено обобщение метода матриц распространения на случай многослойных наноструктур, обладающих нелокальным оптическим откликом в направлении, перпендикулярном границам раздела. Типичный пример таких систем — полупроводниковые периодические квантовые ямы, интенсивно исследуемые в последнее десятилетие [3–5]. В дальнейшем для определенности мы будем называть слои с нелокальным откликом квантовыми ямами (КЯ).

Выберем декартову ось $z$ перпендикулярной плоскости КЯ. На систему, которую будем считать однородной и изотропной в плоскости $xy$, падает плоская линейно-поляризованная электромагнитная волна с частотой $\omega$ и тангенциальной к плоскости КЯ компонентой волнового вектора $\mathbf{q}_{\|} = q\mathbf{e}_x$ ($\mathbf{e}_x$ — орт в направлении оси $x$). В силу отмеченных свойств симметрии величины, характеризующие линейный оптический отклик системы (напряженность электрического поля, плотность индуцированного тока), имеют вид $\mathbf{Q}^{(\alpha)}(x,z,t) = \mathbf{Q}^{(\alpha)}(z)e^{i(qx-\omega t)}$, где $\alpha = p, s$, а индексы $p$ и $s$ обозначают величины, относящиеся к отклику на $p$- и $s$-поляризованное излучение соответственно. В дальнейшем для краткости будем опускать общий для всех величин множитель $e^{i(qx-\omega t)}$, интересуясь амплитудами $\mathbf{Q}^{(\alpha)}(z)$.

Рассмотрим вспомогательную задачу об отклике среды с одной КЯ. Будем считать, что последняя имеет толщину $d$ и занимает слой $-\frac{d}{2} \leqslant z \leqslant \frac{d}{2}$. Отклик КЯ на частоте $\omega$ характеризуется локальной фоновой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0$ и тензором нелокальной проводимости $\hat{\sigma}(z,z')$, причем $\hat{\sigma}(z,z')\big|_{|z|>d/2} = \hat{\sigma}(z,z')\big|_{|z'|>d/2} \equiv 0$. Кроме того, положим $\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} \equiv 0$. Полупространства $z < -\frac{d}{2}$ и $z > \frac{d}{2}$ заполнены диэлектриком с локальной проницаемостью $\varepsilon$. Вне КЯ поле $\mathbf{E}^{(\alpha)}(z)$ является суперпозицией волн, распространяющихся вдоль положительного и отрицательного направлений на оси $z$. Введем обозначения $\mathbf{E}^{(\alpha)}(z < -\frac{d}{2}) \equiv \mathbf{E}_l^{(\alpha)}(z)$ и $\mathbf{E}^{(\alpha)}(z > \frac{d}{2}) \equiv \mathbf{E}_r^{(\alpha)}(z)$. Тогда

$$\mathbf{E}_\beta^{(\alpha)}(z) = \mathbf{e}_+^{(\alpha)} E_\beta^{(\alpha)} e^{i\kappa(z-s_\beta\, d/2)} + \mathbf{e}_-^{(\alpha)} \bar{E}_\beta^{(\alpha)} e^{-i\kappa(z-s_\beta\, d/2)}, \quad \beta = l, r, \quad (1)$$

где $s_l = -1$, $s_r = 1$, $\kappa = \sqrt{\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2} - q^2}$, $\mathbf{e}_+^{(s)} = \mathbf{e}_-^{(s)} = \mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_\pm^{(p)} = \frac{c\sqrt{\varepsilon}}{\omega}(\kappa\mathbf{e}_x \mp q\mathbf{e}_z)$, $\mathbf{e}_y$ и $\mathbf{e}_z$ — орты в направлении осей $y$ и $z$, а $E_\beta^{(\alpha)}$ и $\bar{E}_\beta^{(\alpha)}$ — комплексные амплитуды. Сначала исследуем случай $\varepsilon = \varepsilon_0$. Поле $\mathbf{E}^{(\alpha)}(z)$ удовлетворяет интегральному уравнению [6]

$$\mathbf{E}^{(\alpha)}(z) = \mathbf{E}_0^{(\alpha)}(z) - \gamma \int\limits_{-d/2}^{d/2} \int\limits_{-d/2}^{d/2} \hat{G}^{(\alpha)}(z - z') \times \hat{\sigma}(z', z'')\, \mathbf{E}^{(\alpha)}(z'')\, dz'\, dz'', \quad (2)$$

где $\gamma = 4\pi i\omega\varepsilon_0/c^2$, $\mathbf{E}_0^{(\alpha)}(z)$ — поле в отсутствие нелокальности, $\hat{G}^{(s)}(z) = G_{yy}(z)\mathbf{e}_y\mathbf{e}_y$, $\hat{G}^{(p)}(z) = \hat{G}(z) - \hat{G}^{(s)}(z)$, а $\hat{G}(z)$ — тензорная функция Грина [6] электромагнитного поля с частотой $\omega$ и фиксированной компонентой волнового вектора $\mathbf{q}_{\|} = q\mathbf{e}_x$ в однородной среде с проницаемостью $\varepsilon_0$. Запись вида $\mathbf{ab}$ означает диадное представление тензора 2-го ранга. Учтем, что вне КЯ (т. е. при $|z| > \frac{d}{2}$) второе слагаемое в правой части (2) описывает лишь расходящиеся от КЯ волны, и выразим поле $\mathbf{E}_0^{(\alpha)}(z)$ через введенные соотношением (1) амплитуды:

$$\mathbf{E}_0^{(\alpha)}(z) = \mathbf{e}_+^{(\alpha)} E_l^{(\alpha)} e^{i\kappa(z+d/2)} + \mathbf{e}_-^{(\alpha)} \bar{E}_r^{(\alpha)} e^{-i\kappa(z-d/2)}.$$

Тогда при любом $z$ решение уравнения (2) представимо в следующем виде:

$$\mathbf{E}^{(\alpha)}(z) = \mathbf{T}_{+}{}^{(\alpha)}(z)E_l^{(\alpha)} + \mathbf{T}_{-}{}^{(\alpha)}(z)\bar{E}_r^{(\alpha)},$$
$$\mathbf{T}_{\pm}^{(\alpha)}(z) = e^{i\kappa\, d2} \int\limits_{-d/2}^{d/2} e^{\pm i\kappa z'}\hat{T}^{(\alpha)}(z,z')\, dz'\, \mathbf{e}_{\pm}^{(\alpha)}, \tag{3}$$

где тензор $\hat{T}^{(\alpha)}(z,z')$ удовлетворяет интегральному уравнению

$$\hat{T}^{(\alpha)}(z,z') + \gamma \int\limits_{-d/2}^{d/2}\int\limits_{-d/2}^{d/2} \hat{G}^{(\alpha)}(z,z'') \times$$
$$\times\, \hat{\sigma}(z'',z''')\,\hat{T}^{(\alpha)}(z''',z')\, dz''\, dz''' = \delta(z-z')\hat{I}, \tag{4}$$

$\hat{I}$ — единичный тензор, $\delta(z-z')$ — дельта-функция Дирака. Отметим, что при микроскопическом описании нелокального отклика КЯ учет размерного квантования движения носителей поперек КЯ приводит к факторизации зависимости тензора $\hat{\sigma}(z,z')$ от координат $z$ и $z'$ [5]: $\sigma_{\mu\nu}(z,z') = \sigma_{\mu\nu}\zeta_{\mu\nu}(z)\zeta_{\mu\nu}(z')$, где $\zeta_{\mu\nu}(z)$ — известные функции. В этом представляющем практический интерес случае уравнение (4) сводится к алгебраическому, что позволяет найти $\hat{T}^{(\alpha)}(z,z')$ в явном виде.

Из (3) следует искомое соотношение между амплитудами волн по обе стороны от области с нелокальным откликом

$$\begin{pmatrix} E_r^{(\alpha)} \\ \bar{E}_r^{(\alpha)} \end{pmatrix} = \mathsf{M}^{(\alpha)} \begin{pmatrix} E_l^{(\alpha)} \\ \bar{E}_l^{(\alpha)} \end{pmatrix}, \quad \alpha = s,p \tag{5}$$
$$\mathsf{M}^{(\alpha)} = \frac{1}{K_4^{(\alpha)}} \begin{pmatrix} K_1^{(\alpha)}K_4^{(\alpha)} + K_2^{(\alpha)}K_3^{(\alpha)} & K_2^{(\alpha)} \\ K_3^{(\alpha)} & 1 \end{pmatrix},$$

где $K_1^{(s)} = \mathbf{e}_y\,\mathbf{T}_+^{(s)}(\frac{d}{2})$, $K_2^{(s)} = \mathbf{e}_y\,\mathbf{T}_-^{(s)}(\frac{d}{2}) - 1$, $K_3^{(s)} = 1 - \mathbf{e}_y\,\mathbf{T}_+^{(s)}(-\frac{d}{2})$, $K_4^{(s)} = \mathbf{e}_y\,\mathbf{T}_-^{(s)}(-\frac{d}{2})$, $K_1^{(p)} = \xi\,\mathbf{e}_x\,\mathbf{T}_+^{(p)}(\frac{d}{2})$, $K_2^{(p)} = \xi\,\mathbf{e}_x\,\mathbf{T}_-^{(p)}(\frac{d}{2}) - 1$, $K_3^{(p)} = 1 - \xi\,\mathbf{e}_x\,\mathbf{T}_+^{(p)}(-\frac{d}{2})$, $K_4^{(p)} = \xi\,\mathbf{e}_x\,\mathbf{T}_-^{(p)}(-\frac{d}{2})$, $\xi = \sqrt{1+q^2/\kappa^2}$. Матрица $\mathsf{M}^{(\alpha)}$ является обобщением стандартной матрицы распространения на случай слоя с нелокальным откликом при $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Для $\varepsilon \neq \varepsilon_0$ соотношение (5) остается в силе при замене матрицы $\mathsf{M}^{(\alpha)}$ на матрицу $\tilde{\mathsf{M}}^{(\alpha)}$:

$$\tilde{\mathsf{M}}^{(\alpha)} = \left[\mathsf{m}_{\mathrm{d,w}}^{(\alpha)}\right]^{-1} \mathsf{M}^{(\alpha)}\, \mathsf{m}_{\mathrm{d,w}}^{(\alpha)}, \tag{6}$$

где $\mathsf{m}_{\mathrm{d,w}}^{(\alpha)}$ — введенная в [2] матрица распространения линейно поляризованного излучения через границу раздела сред с локальными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_{\mathrm{d}} = \varepsilon$ и $\varepsilon_{\mathrm{w}} = \varepsilon_0$.

Соотношения (5) и (6) позволяют описывать, перемножая соответствующие матрицы, распространение монохроматического излучения в слоистых структурах с произвольным числом чередующихся слоев с локальным и нелокальным откликом. Рассчитаем, например, коэффициент отражения нанесенной на полубесконечную подложку структуры из $N$ КЯ, чередующихся с $N+1$ диэлектрическим слоем (толщиной $D$ каждый). Области $z<0$ соответствует вакуум, а область $z > N(d+D)+D$ (подложка) заполнена средой с локальной проницаемостью $\bar{\varepsilon}$. В этом случае матрица распространения через всю структуру равна

$$\mathsf{T}^{(\alpha)} = \mathsf{m}_{\mathrm{s,d}}^{(\alpha)}\,\mathsf{t}_{\mathrm{d}}\,\left[\tilde{\mathsf{M}}^{(\alpha)}\,\mathsf{t}_{\mathrm{d}}\right]^N\,\mathsf{m}_{\mathrm{d,v}}^{(\alpha)},$$

где $\mathsf{t}_{\mathrm{d}}$ — матрица распространения через слой диэлектрика [2], а $\mathsf{m}_{\mathrm{d,v}}^{(\alpha)}$ и $\mathsf{m}_{\mathrm{s,d}}^{(\alpha)}$ — матрицы распространения через границы раздела диэлектрик–вакуум ($\varepsilon_{\mathrm{d}} = \varepsilon$, $\varepsilon_{\mathrm{v}} = 1$) и подложка–диэлектрик ($\varepsilon_{\mathrm{s}} = \bar{\varepsilon}$, $\varepsilon_{\mathrm{d}} = \varepsilon$) соответственно. Коэффициент отражения для падающей со стороны вакуума линейно поляризованной волны определяется элементами матрицы $\mathsf{T}^{(\alpha)}$:

$$r^{(\alpha)} = -\mathsf{T}_{21}^{(\alpha)}/\mathsf{T}_{22}^{(\alpha)}, \quad \alpha = s,p$$

по аналогии с выражением, полученным в [2] для сред с локальным откликом.

Таким образом, в работе показано, что оптическое поле внутри многослойных структур с нелокальным откликом может быть описано с помощью обобщенных матриц распространения $\mathsf{M}^{(\alpha)}$, выражаемых через векторы $\mathbf{T}_{\pm}^{(\alpha)}(z)$; последние рассчитываются на основе решения интегрального уравнения для поля внутри отдельного слоя структуры.

### Литература


1. *Born M., Wolf E.* Principles of Optics. 4th ed. Oxford, 1970.
2. *Bethune D.S.* // J. Opt. Soc. Am. B, 1989. **6**. P. 910.
3. *Keller O., Liu A., Zayats A.* // Opt. Commun. 1994. **110**. P. 604.
4. *Dolgova T.V., Avramenko V.G., Nikulin A.A.* et al. // Appl. Phys. B. 2002. **74**. P. 671.
5. *Liu A.* // Phys. Rev. B. 1994. **50**. P. 8569.
6. *Keller O.* // Phys. Rev. B. 1988. **37**. P. 10588.


Поступила в редакцию
16.01.06