

УДК 551.511

## ГЕНЕРАЦИЯ ТАЙФУНОВ И УРАГАНОВ МЕЗОМАСШТАБНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

С. А. Арсеньев, А. Ю. Губарь, Н. К. Шелковников

(кафедра физики моря и вод суши)

E-mail: shelkovnikov@phys.msu.ru

**На основании развитой теории и проведенных численных расчетов делается вывод о возможности возникновения ураганов и тайфунов из области, заполненной турбулентными мезовихрями конвективного происхождения.**

Необыкновенная активность ураганов в Атлантике в течение 2005 г. вновь привлекла внимание исследователей к проблеме прогноза их возникновения и эволюционного развития. В настоящей работе представлены результаты численного моделирования процессов генерации ураганов и тайфунов на основе асимметричной гидродинамики турбулентных течений [1–7]. Она позволяет в явном виде учесть влияние на среднее атмосферное течение турбулентных конвективных вихрей, возникающих над перегретой поверхностью океана. Будем моделировать ураган (тайфун) осесимметричной вращающейся колонной, все параметры которой не зависят от вертикальной координаты  $z$  и азимутального угла  $\varphi$ , но изменяются в зависимости от радиальной координаты  $r$ , направленной от центра изучаемой области к периферии. В этом случае имеется только одна, азимутальная (окружная) составляющая скорости ветра  $v$ , а оси векторов средней  $\Omega_i$  и турбулентной  $\omega_i$  завихренности ориентированы вдоль вертикали. Уравнение неразрывности  $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$  удовлетворяется тождественно, уравнение сохранения импульса для радиальной компоненты имеет вид циклострофического баланса

$$\frac{v^2}{R} = \frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial R}, \quad (1)$$

уравнение для момента инерции турбулентных мезовихрей  $J$ :

$$\frac{\partial J}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \zeta \frac{\partial J}{\partial R} \right), \quad (2)$$

уравнение для  $z$ -составляющей углового момента  $M = J\Phi$  ( $\Phi = \Omega_i + \omega_i$  — общая завихренность):

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \eta J \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \zeta \frac{\partial J}{\partial R} \right) - 4\gamma\omega. \quad (3)$$

Уравнение сохранения импульса для  $z$ -составляющей скорости ветра сводится к гидростатическому закону  $g\rho = \partial p / \partial z$ , а для азимутальной составляющей

шей имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \alpha \frac{\partial v}{\partial R} \right) - \frac{v}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (\alpha R) + \frac{2}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \gamma \omega). \quad (4)$$

Средняя макрозавихренность имеет только одну  $z$ -компоненту

$$\Omega = \Omega_z = \frac{1}{2R} \frac{\partial}{\partial R} (Rv). \quad (5)$$

Система пяти уравнений (1)–(5) для пяти неизвестных: скорости ветра  $v$ , давления воздуха  $p$ , момента инерции мезовихрей  $J$ , средней  $\Omega$  и турбулентной  $\omega$  завихренности — замкнута, если известны коэффициенты турбулентного переноса  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ .

В асимметричной гидродинамике [1–7] все характеристики движения и их связи получаются в результате пространственного осреднения уравнений Навье–Стокса и их первых моментов по элементарному макромасштабу движения  $dL$ :

$$\lambda_0 \ll l \ll \delta \ll dL < L, \quad (6)$$

где  $\lambda_0 = (\alpha_m^3 / \varepsilon)^{1/4}$  — внутренний размер мелкомасштабной турбулентности, на котором вся энергия диссипирует в тепло;  $l$  — внешний масштаб этой подсеточной турбулентности;  $\delta$  — масштаб энергоносущих мезомасштабных вихрей;  $L$  — внешний, глобальный масштаб задачи;  $\varepsilon$  — скорость диссипации энергии. Очевидно, что  $J \sim \delta^2$ , например в случае мезовихря в форме шарового волчка радиуса  $\delta$  имеем  $J = (2/5)\delta^2$ .

Если отождествить мезовихри с вращающимися молями в теории турбулентности Прандля [8], то для коэффициента сдвиговой вязкости  $\alpha$ , коэффициента  $\eta$  диффузии углового момента  $M$  и коэффициента  $\zeta$  диффузии момента инерции  $J$  имеем оценку

$$\alpha, \eta, \zeta \sim \delta^2 |\Delta v / \Delta M|, \quad (7)$$

где  $\Delta M$  — сдвиг поперечного масштаба, по которому происходит сдвиг скорости  $\Delta v$ . Аналогично для коэффициента спиновой (вращательной) вязкости  $\gamma$ , который описывает передачу углового момента импульса среднему турбулентному потоку за счет

антисимметричной части напряжений Рейнольдса, имеем оценку

$$\gamma \sim \omega J. \quad (8)$$

В задаче об урагане (тайфуне) сдвигу  $\Delta M$  соответствует градиент азимутальной скорости  $v(R)$  и мезохарактеристик  $J(R)$ . Градиент скорости в масштабе  $(J)^{1/2}$  самого мезовихря можно оценить как

$$|\Delta v / \Delta M| \sim |v / (J)^{1/2}| \sim |v / \delta| \sim \omega. \quad (9)$$

Следовательно, (7) переходит в соотношение типа (9)

$$\alpha, \eta, \zeta \sim \omega J. \quad (10)$$

С другой стороны, в режиме локально-изотропной турбулентности Колмогорова–Обухова [9] имеем

$$\alpha, \eta, \zeta \sim (J^4 \varepsilon)^{1/3} \sim (J^2 \varepsilon)^{1/3}. \quad (11)$$

Кроме того,

$$\varepsilon \sim J \omega^2 / T_0 \sim J \omega^3, \quad (12)$$

где  $T_0$  — масштаб времени. Поскольку  $T_0 \sim 1/\omega$ , то при подстановке (12) в (11) мы снова получаем соотношение (10). Сохраняя эффекты диссипации в тепло на молекулярном уровне, примем

$$\alpha = \alpha_m + \alpha_t, \quad \gamma = \gamma_m + \gamma_t, \quad \eta = \eta_m + \eta_t, \quad \zeta = \zeta_m + \zeta_t, \quad (13)$$

где индекс  $m$  относится к молекулярным значениям, а  $t$  — к турбулентным значениям коэффициентов переноса.

При исчезновении турбулентности (ламинаризации движения)  $\omega \rightarrow 0$ ,  $\Phi \rightarrow \Omega$ , уравнения (1)–(5) превращаются в два уравнения для одной неизвестной  $v$ . Условие совместности есть

$$\alpha = \text{const}, \quad \eta = \alpha, \quad \zeta = -\eta. \quad (14)$$

Отсюда и из (13) следует, что

$$\alpha = \alpha_m, \quad \eta = \alpha_m, \quad \zeta = -\alpha_m, \quad (\alpha_t, \eta_t, \zeta_t) \rightarrow 0 \quad \text{при } \omega \rightarrow 0. \quad (15)$$

Кроме того,

$$\gamma_t = 0, \quad \gamma \rightarrow 0 \quad \text{при } \omega \rightarrow 0, \quad (16)$$

т. е. спиновая вязкость, отвечающая за асимметрию тензора напряжений Рейнольдса, при ламинаризации исчезает. Отрицательность коэффициента турбулентного переноса момента инерции  $\zeta$  не противоречит энергетическим балансам. Она означает, что момент инерции переносится из областей с малыми значениями  $J$  (малые размеры вихрей) в область больших значений  $J$  (большие размеры вихрей), т. е. происходит процесс укрупнения мезовихрей за счет их диффузии и интеграции (слияния). Аналогичный процесс имеет место и в теории вихревой турбулентности Тейлора [10], где радиус вихрей растет со временем, как  $t^{1/2}$  (см. также [11]).

В случае развитой турбулентности  $|\omega| \gg \Omega$  угловая частота вращения мезовихрей хотя и велика,

но остается конечной и меньшей верхней частоты спектра турбулентности  $\omega_H \sim v_0/\lambda_0$ , внутри которой вся энергия диссипирует в тепло. Здесь применима формула Обухова (11), которая в виде  $\alpha \sim J^{4/3}$  известна как эмпирический закон Ричардсона, хорошо удовлетворяющий данным наблюдений [9]. Гладким по частоте  $\omega$  согласованием обоих представлений (11) и (14), (15) является следующая зависимость:

$$A_t = c_1 (J^2 \varepsilon)^{1/3} \left[ \frac{(\omega/\omega_*)^n}{c_2 + (\omega/\omega_*)^n} \right], \quad (17)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — универсальные безразмерные постоянные,  $\omega_* = (\varepsilon/J)^{1/3}$  — характерная частота развитой турбулентности,  $A$  — любой из коэффициентов сдвигового турбулентного обмена  $\alpha, \eta$  или  $\zeta$ . Показатель степени  $n$  выберем из условия, согласно которому в промежуточном режиме  $\Omega \ll |\omega| \ll \omega_*$ . В этом случае турбулентность является не локально-изотропной, а сдвиговой, т. е. основную роль играет поперечный сдвиг скорости и формула (17) должна переходить в закон Прандтля в форме (10), что дает  $n = 1$ . Это касается и спиновой вязкости  $\gamma = \gamma_t$  в данном диапазоне частот  $\omega$ .

Для полного определения спиновой вязкости рассмотрим предел больших угловых скоростей вращения вихрей  $\omega \rightarrow \infty$ . В этом случае вся энергия сосредоточена в мезомасштабных вихрях  $E_{\text{мес}} \approx J \omega^2 / 2$ . Для скорости диссипации  $\varepsilon = -dE_{\text{мес}}/dt$  имеем соотношение

$$\varepsilon \cong -J \omega \frac{d\omega}{dt} = 4\gamma \omega^2, \quad (18)$$

поскольку в приближении  $\omega \rightarrow \infty$  уравнения (3), (4) сводятся к соотношениям  $d\omega/dt = -4\gamma \omega/J$ ,  $J \approx \text{const}$ . Из (18) следует, что

$$\gamma \cong \frac{\varepsilon}{4\omega^2}. \quad (19)$$

Гладко связывая (19) и (8) в обратном пределе  $\omega \rightarrow 0$ , получим

$$\gamma = \frac{1}{4} \left[ \frac{J \omega}{G + (\omega^3 J / \varepsilon)} \right], \quad (20)$$

где  $G$  — универсальная постоянная среды. Окончательные выражения для коэффициентов турбулентности получаются после преобразований формул (20) и (17):

$$A_t = c_1 \left( \frac{\omega J \omega_*}{c_2 \omega_* + \omega} \right), \quad \omega_* = \left( \frac{\varepsilon}{J} \right)^{1/3}, \quad (21)$$

$$\gamma = \gamma_t = \frac{1}{4} \left( \frac{\omega \omega_*^3 J}{G \omega_*^3 + \omega^3} \right). \quad (22)$$

Соотношения (21), (22) объединяют две основные теории, позволяющие определить коэффициенты турбулентного переноса — теорию Прандтля и теорию Колмогорова–Обухова. Это оказалось возможным благодаря введению двух характеристик

турбулентности  $J$  и  $\omega$ , которые в теории турбулентности Николаевского [1–7] являются строго определенными величинами. Их динамика совместно со средней скоростью течения описывается уравнениями (1)–(5). Существенно, что в совокупности с (15), (16) полученные представления сочетаются с теорией вихревой турбулентности Тейлора [10].

Численные расчеты проводились для мезомасштабного режима турбулентности (8)–(10), который соответствует теории Прандтля

$$\{\alpha, \gamma, \eta, \zeta\} = \{\alpha_m, 0, \eta_m, -\zeta_m\} + \kappa J_0(\omega_{bk} + |\omega|). \quad (23)$$

Здесь  $J$  — характерный момент инерции,  $\kappa = \text{const}$ . Фоновую турбулентную мезозавихренность  $\omega_{bk}$  разумно соотносить с масштабом начальной мезозавихренности  $\omega_0$ :  $\omega_{bk} = a_\omega \omega_0$ , где  $a_\omega = \text{const} \ll 1$ . Поскольку  $\{\alpha_m, 0, \eta_m, -\zeta_m\} \ll \kappa J_0(\omega_{bk} + |\omega|)$ , считаем, что все коэффициенты турбулентности пропорциональны и параметры подобия  $Mv, Iv, Sv$  постоянны. Детали численного алгоритма описаны в работах [4, 5, 12]. Граничные условия выбирались как нулевые второго рода (отсутствие потоков) в центре материнской области и на бесконечности, а для скорости ветра  $v$  в центре области — как нулевые первого рода (равенство нулю самой скорости). Удобно ввести аномалию давления  $dP$  как разность между нормальным (1013.25 мбар) и текущим давлением. Тогда граничное условие для давления есть  $dP(\infty, t) = 0$ .

Масштабный анализ системы уравнений (1)–(5), (23) показывает, что ее решение зависит от пяти критериев подобия:

$$Pv = Sv \left( 1 + \frac{\omega_0}{\Omega_0} \right) = Sv \left( \frac{\Phi_0}{\Omega_0} \right), \quad (24)$$

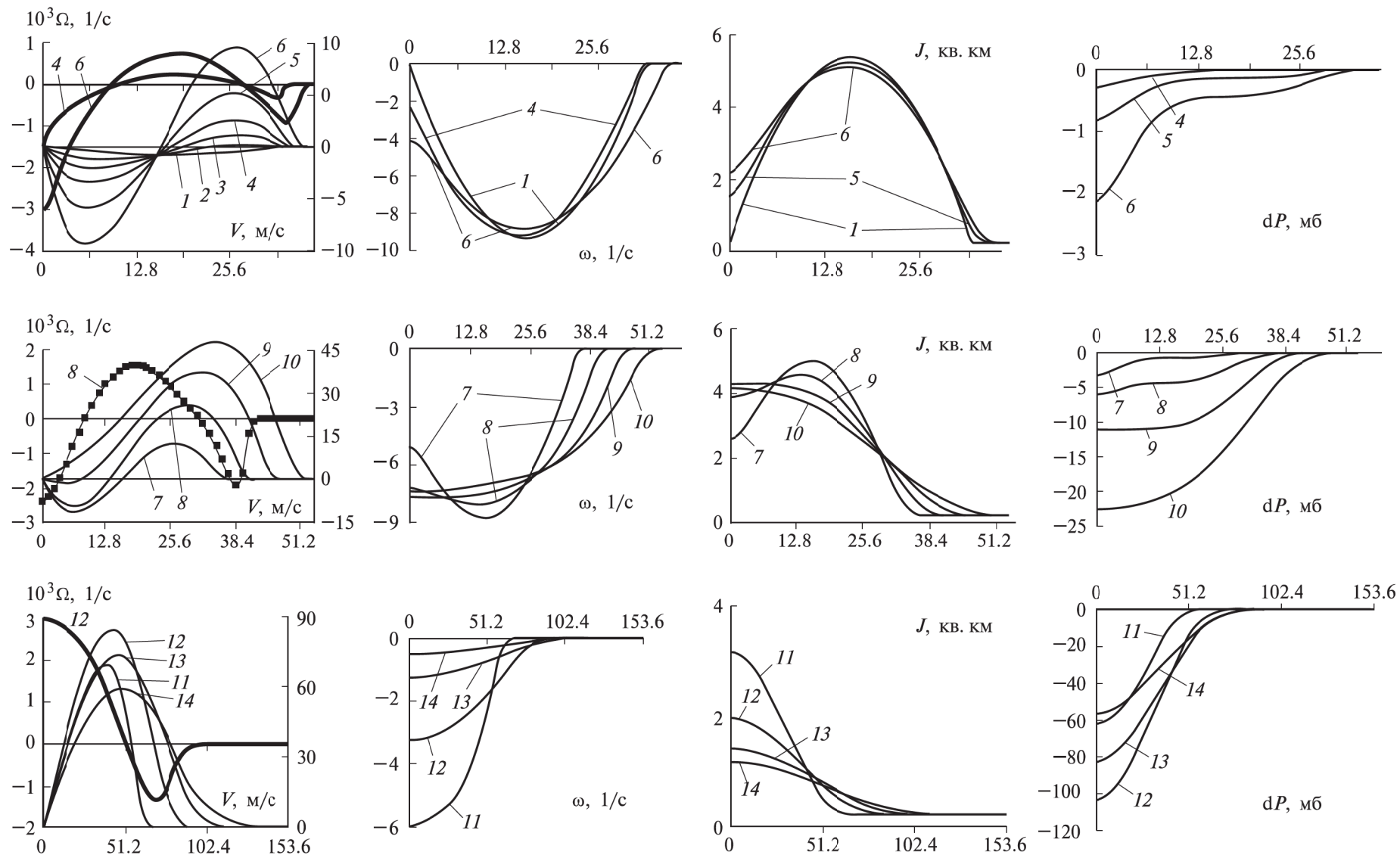
$$Pm = \frac{1}{4}(Mv + Iv) \frac{\Phi_0}{\Omega_0} \frac{J_0}{R_0^2},$$

$$Mv = \frac{\eta}{\alpha_0}, \quad Iv = \frac{\zeta}{\alpha_0}, \quad Sv = \frac{\gamma}{\alpha_0}, \quad (25)$$

где индекс 0 относится к характерным заданным начальным значениям соответствующих величин. В частности, в работах [4, 5] установлено, что коэффициент усиления скорости ветра  $K = \max\{v(r, t)/v_0\}$  растет с увеличением чисел  $Pv$  и  $Pm$ , причем при  $Pv < 1$  имеет место затухание процесса,  $K < 1$ . Коэффициент усиления  $K$  возрастает также при уменьшении чисел  $Mv$  и  $Iv$ , что соответствует уменьшению коэффициентов переноса углового момента и момента инерции (масштаба) турбовихрей. Критерии подобия  $Pv$  и  $Pm$  пропорциональны отношению энергии и момента импульса на мезоуровне к энергии и моменту импульса на макроуровне. Таким образом, условие усиления  $K > 1$  означает, что начальная концентрация энергии и момента на уровне турбулентных вихрей может порождать сильнее движения на макроуровне средних скоростей ветра, т. е. циклон, торнадо, ураган или тайфун.

На рисунке представлены результаты расчета процесса возникновения и эволюции урагана (тайфуна) в последовательные моменты времени при следующих начальных данных (начальные профили соответствуют кривой 1 на рисунке). Радиус материнской области (по радиусу максимальных ветров  $V = -0.75$  м/с) равен 16 км, максимальное начальное значение сдвиговой турбулентной вязкости  $\alpha_0 = 3000$  м<sup>2</sup>/с (по данным [13], горизонтальная турбулентная вязкость для ураганов может достигать  $10^4$  м<sup>2</sup>/с), максимум модуля мезозавихренности  $\omega_0 = 9.4$  с<sup>-1</sup> (начальная завихренность материнской области  $\Omega_0 = 1.6 \cdot 10^{-5}$  с), характерный размер мезовихря  $l_0 = (J)^{1/2} = 2.26$  км. Это соответствует критериям подобия  $Pv = 400$ ,  $Pm = 1000$ ,  $a_\omega = 0.125$ ,  $Mv = 1$ ,  $Iv = 1$ ,  $Sv = 0.001$ . Из рисунка видно, что незначительное ( $1.6 \cdot 10^{-5}$  с<sup>-1</sup>) начальное антициклоническое вращение достаточно крупного (диаметр 32 км) ядра среди гораздо более мелких (порядка 1 км), но намного более интенсивных ( $9.4$  с<sup>-1</sup>) мезомасштабных вихрей за считанные часы становится быстро растущим циклоном. На периферии начального слабого антициклона начинается изменение знака средней скорости ветра, рост ее значений со временем при одновременном увеличении размеров формирующегося циклона. Максимальная скорость ветра и размеры циклона растут со временем, и уже через 10 ч (кривая 10) формируется типичный ураган размером 110 км, сохраняющий начальное затишье в центральной области (глаз бури), рост скорости ветра до максимального значения 48 м/с и затухание скорости ветра на окраине по закону, близкому к  $1/r$ . В последующие моменты времени рост скорости ветра продолжается, и через трое суток (кривая 10) достигает максимального значения около 90 м/с при аномалии давления до 105 мбар. В стадии максимального развития рассчитанный ураган имеет твердотельное вращение внутри глаза (скорость ветра пропорциональна радиусу) и радиус максимальных ветров 45–50 км. Общий размер урагана достигает 210 км. Мезовихревые процессы на стадии усиления урагана также интенсифицируются, приближаясь к ядру и охватывая все большую площадь на периферии. Это согласуется с данными лабораторных экспериментов и космических наблюдений ураганов [14]. Согласуются с данными наблюдений и рассчитанные значения глобальной завихренности  $\Omega$ , которые в стадии максимального развития урагана достигают  $2 \cdot 10^{-3}$  с<sup>-1</sup>. Это примерно в 100 раз больше начальных значений  $\Omega_0$  и примерно в 10 раз больше скорости вращения Земли.

Кривые 13, 14 иллюстрируют процесс затухания урагана в модели (1)–(5). Если сравнивать профили скорости ветра на кривой 13 с наблюдениями урагана Целия, который пронесся над г. Грегори (штат Техас, США) в ночь на 4 августа 1970 г. [13],



Расчет радиальных профилей сильного урагана в последовательные моменты времени. Кривая 1 соответствует моменту времени 0 сут 0 ч 0 мин 0 с, кривая 2 — 2 мин 1 с, кривая 3 — 5 мин 4 с, кривая 4 — 10 мин 7 с, кривая 5 — 20 мин 9 с, кривая 6 — 40 мин, кривая 7 — 57 мин 6 с, кривая 8 — 2 ч 51 мин, кривая 9 — 5 ч 43 мин, кривая 10 — 9 ч 31 мин, кривая 11 — 23 ч 48 мин, кривая 12 — 2 сут 23 ч, кривая 13 — 6 сут 23 ч, кривая 14 — 11 сут 21 ч. По осям абсцисс отложено расстояние  $R$ , км. Приведены только правые части графиков вследствие их симметрии относительно глаза урагана, который находится в начале координат. Жирными линиями отмечены профили макровихренности  $\Omega$

то получим замечательное согласие с расчетом. Полученная аномалия давления в 105 мбар является типичной для сильных ураганов и супертайфунов. Например, в мощном урагане Катрина, затопившем г. Новый Орлеан (США) 29 августа 2005 г., скорость ветра превышала 78 м/с, а падение давления достигло 902 мбар, что соответствует аномалии давления в 111 мбар. В тихоокеанском супертайфуне Тип 12 октября 1979 г. скорость ветра у поверхности Земли превышала 85 м/с, а давление упало до 870 мбар, т.е. аномалия составила около 143 мбар. Убытки страховых компаний от урагана Катрина оцениваются в 60 млрд долл США. В целом в 2005 г. от ураганов пострадало свыше 350 тыс. человек, а ущерб превысил 200 млрд долл. Общее число ураганов в Атлантике в 2005 г. достигло 25, в то время как в другие годы оно обычно не превышает 10.

В заключение отметим, что характерные размеры и периоды турбулентных вихрей, питающих энергией ураган или тайфун, по нашим расчетам, лежат в диапазоне от 2 км (6 мин) до 100 м (11 с). По данным Каллистратовой [15], этот диапазон относится к мезомасштабным турбулентным флуктуациям скорости ветра в атмосферном пограничном слое (АПС). Соответствующий мезомасштабный максимум в спектрах скорости ветра отделен глубоким минимумом от синоптического максимума и мелкомасштабных турбулентных процессов в АПС. Это позволяет считать условие (6) выполненным. По своей физической сущности мезовихри являются вращающимися конвективными ячейками, термиками или вихрями турбулентных конвективных столбов и струй, возникающих над перегретой поверхностью океана. Они уверенно различаются на космических снимках внутри ураганов [14]. Энергия мезовихрей и их угловой момент растет по мере роста температуры поверхности океана, а турбулентная конвекция усиливается при вторжении холодных масс воздуха в район формирования урагана или тайфуна. Таким образом, ураганная активность 2005 г. скорее всего связана с аномальным потеплением верхнего слоя океана. Соответствующие корреляционные связи изучаются

по результатам статического анализа наблюдений ураганов и тайфунов [16]. В будущем если произойдет прогнозируемое некоторыми учеными потепление климата Земли, то следует ожидать существенного увеличения числа и интенсивности ураганов и тайфунов.

### Литература

1. *Nikolaevskiy V.N.* Angular Momentum in Geophysical Turbulence: Continuum Spatial Averaging Method. Dordrecht; London; Boston, 2003.
2. *Арсеньев С.А.* // РАЕН. Известия секции наук о Земле. 2002. № 9. С. 126.
3. *Арсеньев С.А., Николаевский В.Н.* // РАЕН. Известия секции наук о Земле. 2003. № 10. С. 59.
4. *Арсеньев С.А., Губарь А.Ю., Николаевский В.Н.* // Докл. Росс. Акад. Наук. 2004. **396**, № 4. С. 541.
5. *Арсеньев С.А., Губарь А.Ю., Николаевский В.Н.* // Исследования в области геофизики: К 75-летию Объединенного института физики Земли им. О.Ю. Шмидта. М., 2004. С. 365.
6. *Николаевский В.Н.* // ПММ. 1970. **34**, № 3. С. 514.
7. *Николаевский В.Н.* // ПММ. 1973. **37**, № 1. С. 94.
8. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М., 1974.
9. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидродинамика. Ч. 2. М., 1967.
10. *Taylor G.I.* // Proc. Roy. Soc. 1932. **A135**, N 828. P. 685.
11. *Ferrary C.* // Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа (к 80-летию академика Н.И. Мусхелишвили). М., 1972. С. 555.
12. *Arsenyev S., Gubar' A., Nikolaevskiy V.* // SIAM Conference on Computational Sciences and Engineering. Orlando, Florida, USA, 2005. P. 69.
13. *Хржан А.Х.* Физика атмосферы. М., 1986.
14. *Montgomery M.T., Vladimirov V.A., Denissenko P.V.* // J. Fluid Mech. 2002. **471**. P. 1.
15. *Kallistratova M.A.* // International Conference «Fluxes and Structures in Fluids». M.V. Lomonosov Moscow State University, Russia, 2005. P. 47.
16. *Голицын Г.С.* // Докл. Росс. Акад. Наук. 1997. **354**, № 4. С. 535.

Поступила в редакцию  
31.03.06