ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 535.12.01

УСЛОЖНЕНИЕ СПЕКТРА РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЗАРЯЖЕННЫХ НАНОЧАСТИЦАХ ПРИ УЧЕТЕ РАДИАЦИОННОЙ ОТДАЧИ

А. А. Власов

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

Выявлены особенности рассеяния электромагнитных волн на заряженных наночастицах с учетом корректного выражения для силы радиационной отдачи. Эти особенности (изменение максимальной величины интенсивности, появление дополнительных пиков в спектре и другие) могут быть использованы в частности в физике околоземной плазмы и в физике заряженных наночастиц.

Проблема учета влияния собственного электромагнитного поля излучающего заряженного тела малых размеров (микро- или наночастицы) на траекторию движения самого тела в рамках классической электродинамики Максвелла является актуальной и по сей день. Известно, что при попытке учета такого самодействия уравнения Максвелла из линейных становятся нелинейными, что существенно усложняет их анализ. В традиционном к этой проблеме подходе, восходящем к классическим работам Абрагама, Лоренца и Дирака, излучающее тело полагается точечным (дельта-образным), а получаемые на этом пути уравнения движения тела с учетом радиационной отдачи, после процедуры перенормировки расходящихся членов, имеют вид [1]:

$$\boldsymbol{F}_{\text{rad}} = (2Q^2/3c^3)d^2\boldsymbol{v}/dt^2 \tag{1}$$

(здесь Q — заряд пылинки, $\boldsymbol{v}$ — скорость ее движения).

Уравнения Абрагама–Лоренца–Дирака (1), если их рассматривать как точные, имеют много нефизических решений (среди которых обычно отмечаются саморазгон и предускорение), из-за чего в литературе они часто подвергаются критике и предлагаются другие способы решения проблемы самодействия. Эти способы можно условно разделить на квантовые (рассматривая на квантово-полевом уровне взаимодействие излучающей электрически заряженной элементарной частицы с квантами собственного электромагнитного поля) и неквантовые (вводя тем или иным способом ненулевой размер источника поля).

В работах [2–5] автор последовательно развивает неквантовый подход к проблеме радиационной отдачи. В этом подходе для изучения явлений, связанных с радиационной отдачей движущихся заряженных классических (не квантовых) частиц малой протяженности, предлагается отказаться от традиционной модели «точечности» Абрагама–Лоренца–Дирака (и соответственно от вытекающего из нее традиционного уравнения движения «точечной» излучающей частицы с учетом радиационной отдачи) и рассматривать заряженные частицы малых, но конечных размеров (например, пылевую плазму, заряженные броуновские частицы, заряженные микро- и наночастицы околоземной плазмы и т. п.), получая для них каждый раз свои (в общем виде зависящие от конкретного вида распределения заряда) уравнения движения с радиационной отдачей. Понятие малости размера микрочастицы устанавливается для каждой конкретной задачи свое исходя из характерных длин такой задачи. Тем не менее на этом пути, как показано в [2–5], расширяя область применимости известного в литературе метода Джексона [6] разложения силы самодействия в ряд по обратным степеням скорости света и оставляя только линейные члены по скорости и ее производным, можно вывести некоторые достаточно общие соотношения, которые приводят к новым уравнениям движения с учетом силы радиационной отдачи, из которых следует, что модели микрочастиц с конечными размерами оказываются свободными от недостатков традиционного подхода Лоренца и дают новые интересные результаты.

В результате для силы радиационной отдачи движущегося по траектории $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}(t)$ заряженного с плотностью $\rho = \rho(t, \boldsymbol{r})$ тела получается простое выражение (в рамках линейного или квазирелятивистского приближения):

$$\boldsymbol{F}_{\text{rad}}(t) = \iint d^3 r\, d^3 r'\, \rho(t, \boldsymbol{r})\rho(t, \boldsymbol{r}') \times$$
$$\times \left[\partial(\partial, (\boldsymbol{R}(t') - \boldsymbol{R}(t))/\Delta) - (d^2\boldsymbol{R}(t')/dt^2)/(\Delta c^2)\right], \tag{2}$$
$$\Delta = |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|, \quad t' = t - \Delta/c.$$

В частности, для равномерно заряженной по поверхности сферически симметричной диэлектрической пылинки, когда

$$\rho = \rho(t, \boldsymbol{r}) = Q/(4\pi a^2)\,\delta(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}| - a)$$

приведенное выражение сильно упрощается:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{rad}}(t) = (Q^2/3ca^2)[\boldsymbol{v}(t - 2a/c) - \boldsymbol{v}(t)] \qquad (3)$$

(здесь a — радиус пылинки) и уравнение движения такой пылинки под действием внешней силы $\boldsymbol{F}(t)$ в рассматриваемом приближении принимает вид

$$m\,d\boldsymbol{v}(t)/dt = \boldsymbol{F}(t) + \boldsymbol{F}_{\mathrm{rad}}(t) = \\ = \boldsymbol{F}(t) + (Q^2/3ca^2)[\boldsymbol{v}(t - 2a/c) - \boldsymbol{v}(t)]. \qquad (4)$$

Следствиями уравнения (4) являются [2–5]:

1) наличие эффекта классического (не квантового) туннелирования, т. е. эффективного понижения потенциального барьера взаимодействия и проникновения микрочастицы в «запретную» область;

2) уменьшение коэффициента диффузии движущейся под воздействием случайной внешней силы заряженной пылинки (т. е. броуновской частицы).

Эти эффекты, имеющие порядок малости $(Q^2/mc^2)/a$, возможно, сыграют свою роль в теории пылевой плазмы и теории возникновения пылевых структур, разрабатываемых, например, в [7].

В настоящей работе мы рассмотрим еще одну задачу для уравнения (4) — задачу о рассеянии плоской монохроматической электромагнитной волны $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \exp(i\omega t - i\boldsymbol{kr})$ на линейном гармоническом осцилляторе с массой m, зарядом Q, коэффициентом «внешнего» трения γ и собственной частотой ω_0 с учетом радиационной отдачи в нерелятивистском (квазирелятивистском) приближении.

Такое рассеяние для точечной гармонически колеблющейся частицы с силой радиационной отдачи в форме Абрагама–Лоренца (1) давно известно и приведено во всех учебниках по классической электродинамике (см., напр., [1, 6]). Частное решение $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_0 \exp(i\omega t)$ уравнения (при $\boldsymbol{kR} \ll 1$)

$$m\,d^2\boldsymbol{R}(t)/dt^2 + m\gamma\,d\boldsymbol{R}(t)/dt + m\omega_0^2\boldsymbol{R}(t) = \\ = \boldsymbol{F}(t) + \boldsymbol{F}_{\mathrm{rad}}(t) = Q\boldsymbol{E}_0 \exp(i\omega t) + (2Q^2/3c^3)\,d^3\boldsymbol{R}(t)/dt^3 \qquad (5)$$

дает для величины $\boldsymbol{R}_0$ значение

$$\boldsymbol{R}_0 = Q\boldsymbol{E}_0/m \cdot \left\{\omega_0^2 - \omega^2 + \omega i\gamma + \omega^3 i(2Q^2/3mc^3)\right\}^{-1/2}, \qquad (6)$$

которое в итоге для усредненной по времени величины интенсивности рассеянного света в дипольном приближении $<I> = <(2Q^2/3c^3)(\mathrm{Re}\{d^2\boldsymbol{R}(t)/dt^2\})^2>$ дает

$$<I> = \left(Q^4\boldsymbol{E}_0^2/3m^2c^3\right) \cdot f(\omega), \qquad (7)$$
$$f(\omega) = \omega^4 \big/ \{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2(\gamma + \gamma')^2\},$$
$$\gamma' = \omega^2\, 2Q^2/3mc^3.$$

Функция $f(\omega)$ — это известная кривая Лоренца с единственным максимумом $\approx \omega_0^2/(\gamma + \gamma')^2$ (при $\omega_0^2 \gg (\gamma + \gamma')^2$) в районе $\omega \approx \omega_0$ и шириной $\approx (\gamma + \gamma')$ на полувысоте пика.

В случае заряженной диэлектрической наночастицы силу радиационной отдачи Абрагама–Лоренца (1) следует в уравнении (5) заменить на выражение (3). Соответственно при этом изменяется и ответ для усредненной интенсивности излучения. Несложные выкладки, аналогичные приведенным выше, дают для $<I>$ следующее выражение:

$$<I> = \left(Q^2\boldsymbol{E}_0 \sin(x/2)/(x/2)\right)^2/3m^2c^3 \cdot f(x), \qquad (8)$$
$$f(x) = x^4 \Big/ \Big\{(x_0^2 - x^2)^2 + x^2\big(\Gamma'^2 + (\Gamma + \Gamma')^2\big) - \\ - 2\Gamma'(\Gamma + \Gamma')x^2 \cos x - 2\Gamma' x(x_0^2 - x^2)\sin x\Big\},$$
$$x = (2a/c)\omega, \quad \Gamma = (2a/c)\gamma, \quad \Gamma' = 2Q^2/3amc^2.$$

(При выводе (8) для подсчета силы $\boldsymbol{F}(t) = \int d^3\boldsymbol{r}\rho(t, \boldsymbol{r})\boldsymbol{E}_0 \exp(i\omega t - i\boldsymbol{kr})$ со стороны падающей волны мы воспользовались соответствующим выражением для плотности заряда $\rho(t, \boldsymbol{r})$ на поверхности сферической диэлектрической пылинки и условием $\boldsymbol{kR} \ll 1$, что привело к следующему ответу для силы: $Q\boldsymbol{E}_0 \exp(i\omega t)\sin(x/2)/(x/2)$. Это выражение для $\boldsymbol{F}(t)$ отличается от $\boldsymbol{F}(t)$ в (5) появлением форм-фактора $\sin(x/2)/(x/2)$.)

Кривая $f(x)$ при $\Gamma' = 0$ повторяет кривую Лоренца при $\gamma' = 0$, но в остальном от нее сильно отличается, соответственно отличаются и интенсивности рассеянного излучения, рассчитанные либо по (7), либо по (8).

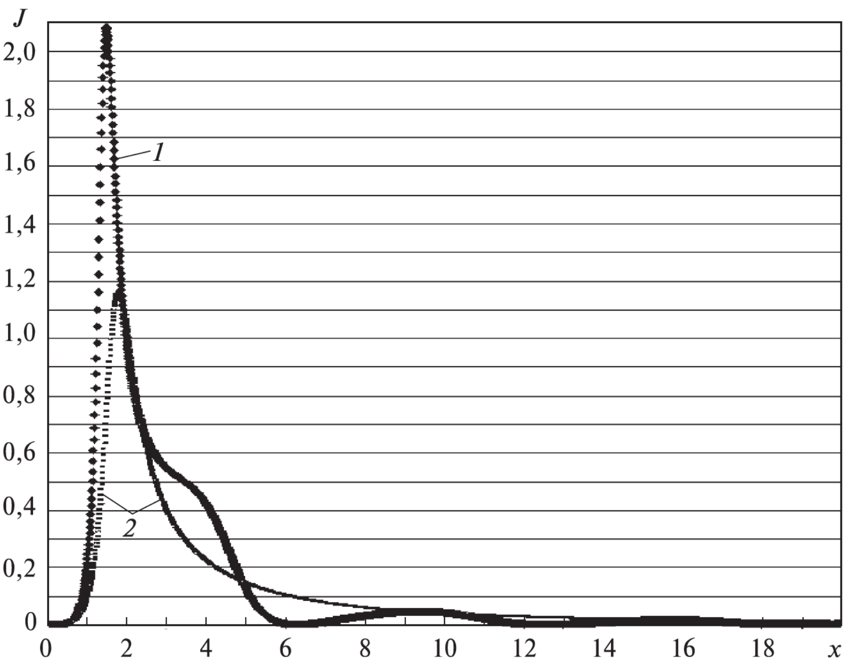
Так, в окрестности лоренцева пика $x \approx x_0$ при $\gamma = 0$ и малом Γ' (т. е. в отсутствие «внешнего» трения в случае разреженного «пылевого газа») выражение для $f(x)$ упрощается: $f(x) \approx (\sin(x/2)/(x/2))^{-2}(\Gamma')^{-2}$, и в итоге интенсивность рассеянного света $<I>$ (8) обратно пропорциональна «электромагнитному» трению Γ' и может быть (при указанных условиях) очень большой величиной в силу малости Γ':

$$<I> = (Q^2\boldsymbol{E}_0)^2/3m^2c^3 \cdot (\Gamma')^{-2}. \qquad (9)$$

(Хотя формально при $a \to 0$ величина «собственного электромагнитного трения» и расходится: $\Gamma' \to \infty$, но для типичных заряженных наночастиц околоземной пыли с плотностью порядка нескольких г/см^3 справедливо $\Gamma' \approx 10^{-12}$.)

Выражение (9) не зависит от частоты в отличие от максимума интенсивности в формуле (7).

Значение максимума интенсивности (9) отличается от максимума, рассчитанного по формуле (7) при $\gamma = 0$ и малом γ', когда $<I> = (Q^2\boldsymbol{E}_0)^2/3m^2c^3 \times \omega_0^2(\gamma')^{-2}$ и отношение первого к последнему по порядку величин равно $(a/c\omega_0)^2 = x_0^2$.



Далее, из (8) видно, что при $x = x_n = 2\pi n$ (что для частиц размера нанометров соответствует частотам порядка 10^{17} с$^{-1}$ или в энергетических единицах порядка 100 эВ) слагаемые в $f(x)$, связанные с Γ', пропадают, т. е. пропадает вклад в интенсивность от собственной силы радиационной отдачи в силу эффекта интерференции. Заметим, что на таких частотах вследствие зануления форм-фактора $\sin(x/2)/(x/2)$ исчезает и полная интенсивность рассеянного света.

Кроме того, из-за осциллирующих функций в знаменателе $f(x)$ в спектре рассеяния появляются помимо основного, лоренцева пика, еще и другие дискретные пики. Положения этих дополнительных пиков определяются такими параметрами системы, как Γ, Γ' и w_0. Численный анализ показывает, что при $\Gamma = 0$ положение дополнительных пиков близко (но не равно) положению максимумов форм-фактора $(\sin(x/2)/(x/2))^2$. Это можно понять, так как при выполнении неравенств $x^2 \gg x_0^2$, $x \gg \Gamma'$ справедливо ($\Gamma = 0$): $f(x) \approx 1 - 2\Gamma'(\sin x/x)$.

Для сравнительного численного анализа интенсивностей, рассчитанных по формулам (8) (J_1) и (7) (J_2), их удобно представить как функции от безразмерной частоты x, введенной выше, соответственно:

$$J_1 = J_0\, 4(x\sin(x/2))^2 \Big/ \Big\{ (x_0^2 - x^2)^2 + x^2\big(\Gamma'^2 + (\Gamma + \Gamma')^2\big) - 2\Gamma'(\Gamma + \Gamma')x^2 \cos x - 2\Gamma' x(x_0^2 - x^2)\sin x \Big\}, \quad (10)$$

$$J_2 = J_0\, x^4 \Big/ \Big\{ (x_0^2 - x^2)^2 + x^2(\Gamma^2 + (\Gamma'')^2) \Big\}, \quad (11)$$

где $J_0 = (Q^2 \boldsymbol{E}_0)^2/3m^2c^3$, $\Gamma'' = \Gamma' x^2/2$, $x = (2a/c)w$, $\Gamma = (2a/c)\gamma$, $\Gamma' = 2Q^2/3amc^2$.

Сравнительные графики функций (10) и (11) при $\Gamma = 0$, $\Gamma' = 1.0$, $x_0 = 2.0$ приведены на рисунке соответственно под номерами *1* и *2*. Из рисунка видно увеличение интенсивности излучения и появление дополнительных пиков. Эти дополнительные пики, как и горб справа от лоренцева максимума, обязаны своим существованием осциллирующим функциям в J_1.

Таким образом, экспериментальное исследование рассеяния электромагнитных волн позволит, во-первых, подтвердить изложенные выше соотношения, а во-вторых, по особенностям спектра рассеяния исследовать состав и структуру (распределение по зарядам и размерам) частиц заряженной пыли.

Работа выполнена при частичной поддержке программы «Ведущие научные школы России» (грант НШ-4476.2006.2).

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М., 1973.
2. *Власов А.А.* Дополнительные главы классической электродинамики. Проблемы радиационной отдачи. М., 2002.
3. *Власов А.А.* // Теор. и матем. физ. 2003. **134**, № 2. С. 254.
4. *Власов А.А.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2003. № 2. С. 6.
5. *Власов А.А.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2004. № 2. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 2004. N 2. P. 1).
6. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М., 1965.
7. *Фортов В.Е., Храпак А.Г., Якубов И.Т.* Физика неидеальной плазмы. М., 2004.

Поступила в редакцию
15.02.06