### ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 548.732: 539.2

# ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЗОНАНСНОЙ ДИФРАКЦИИ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ГЕОМЕТРИИ БРЭГГА В СОВЕРШЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

## А.П. Орешко

(кафедра физики твердого тела)

Проведено точное решение задачи зеркального и дифракционного отражения рентгеновского излучения в условиях резонансной дифракции от идеального кристалла в геометрии Брэгга. Показана возможность эффекта аномального прохождения сквозь кристалл излучения с энергией, близкой к энергии *K*-края поглощения атомов.

#### Введение

Резонансная дифракция (РД) рентгеновского излучения (РИ) наблюдается при энергии падающего излучения, близкой к краю поглощения какого-либо элемента, входящего в состав кристалла, и является интенсивно развивающимся методом изучения свойств кристаллов [1, 2]. Более доступным метод РД стал при появлении источников синхротронного излучения, сочетающих большую яркость и высокую степень поляризации излучения с возможностью выбора нужной длины волны.

Так как вблизи краев поглощения величина коэффициента поглощения резко увеличивается и тем самым уменьшается глубина проникновения излучения в вещество, для интерпретации полученных экспериментальных данных по РД используется кинематическое приближение теории дифракции [3]. Однако ряд наблюдаемых в последнее время явлений не может быть удовлетворительно описан в рамках кинематической теории дифракции, что вызвало необходимость развития динамической теории РД.

Впервые попытка описания динамического рассеяния РИ в условиях РД предпринята в [4], где использовался подход, аналогичный методу Дарвина [5] для описания динамического рассеяния РИ, основанный на введении амплитуды рассеяния РИ резонансным атомом и рассмотрении процессов многократного рассеяния.

В настоящей работе развивается динамическая теория резонансной дифракции рентгеновского излучения в форме, основанной на решении уравнений Максвелла в среде с периодически меняющейся поляризуемостью [6].

# 1. Динамическая теория резонансной дифракции

Из микроскопических уравнений Максвелла в приближении линейной связи между индукцией D(r, t) и напряженностью E(r, t) электрического поля в стационарной пространственно-однородной среде можно получить систему уравнений для Фурье-амплитуд поля в совершенном кристалле с учетом анизотропии, пространственной и временной дисперсии [7]:

$$\left[1 - \frac{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k})}{\kappa_0^2} + \tilde{\chi}^0(\omega, \boldsymbol{k})\right] \boldsymbol{E}(\omega, \boldsymbol{k}) + \frac{1}{\kappa_0^2}((\boldsymbol{E}(\omega, \boldsymbol{k}), \boldsymbol{k}), \boldsymbol{k}) + \sum_{\boldsymbol{h} \neq 0} \tilde{\chi}^{\boldsymbol{h}}(\omega, \boldsymbol{k}) \boldsymbol{E}(\omega, \boldsymbol{k} + \boldsymbol{h}) = 0, \quad (1)$$

где  $E(\omega, \mathbf{k})$  — Фурье-компоненты напряженности электрического поля в кристалле,  $\kappa_0$  — величина волнового вектора в вакууме. Величина  $\chi_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ называется диэлектрической поляризуемостью (ДП) среды, общие соотношения симметрии для тензора ДП рассмотрены в [3, 8]. Второй член выражения (1) учитывает непоперечность поля.

Решение уравнений (1) с привлечением граничных условий и является основной задачей динамической теории дифракции РИ.

В традиционной рентгеновской кристаллооптике расчет поляризуемости проводится обычно в приближении сильной связи [8], в котором не учитываются явления анизотропии и пространственной дисперсии, т. е. поляризуемости  $\chi_{ij}$  считаются скалярами, а поля — поперечными. Однако вблизи краев поглощения явлением анизотропии пренебрегать нельзя.

Рассмотрим двухволновую дифракцию полей  $E_0 = E(\omega, q_0)$  и  $E_h = E(\omega, q_h)$ , где  $q_0$  и  $q_h = q_0 + h$  — волновые векторы проходящей и дифрагированной волн в кристалле, и пренебрежем эффектами пространственной дисперсии, т.е. поля будем считать поперечными. Тогда для скалярных амплитуд  $E_{0,h}^{(j)}$  проходящей  $E_0 = e_0^{(j)} E_0^{(j)}$  и дифрагированной  $E_h = e_h^{(j)} E_h^{(j)}$  волн следуют уравнения,

описывающие динамическую дифракцию первичного излучения:

$$\delta_0 \boldsymbol{e}_0^j E_0^{(j)} - \tilde{\chi}^0 \boldsymbol{e}_0^j E_0^{(j)} - \tilde{\chi}^{-\boldsymbol{h}} \boldsymbol{e}_h^j E_h^{(j)} = 0, \qquad (2)$$

$$\delta_h \boldsymbol{e}_h^j E_h^{(j)} - \tilde{\chi}^0 \boldsymbol{e}_h^j E_h^{(j)} - \tilde{\chi}^h \boldsymbol{e}_0^j E_0^{(j)} = 0, \qquad (3)$$

где  $\boldsymbol{e}_{0,h}^{j}$  (j = 1,2) — единичные векторы  $\sigma$ и  $\pi$ -поляризации проходящего и дифрагированного излучения  $(\boldsymbol{e}_{0}^{1} = \boldsymbol{e}_{h}^{1}), \boldsymbol{e}_{0,h}^{3}$  — единичные векторы вдоль волновых векторов  $\boldsymbol{q}_{0,h}$  соответственно, а  $\delta_{0,h} = [(\boldsymbol{q}_{0,h}, \boldsymbol{q}_{0,h})/\kappa_{0}^{2}] - 1$ . В (2), (3) проводится суммирование по повторяющимся индексам j = 1, 2, 3. Схематичное пространственное расположение векторов  $\boldsymbol{e}_{0,h}^{j}$  и  $\boldsymbol{q}_{0,h}$  приведено на рис. 1. Из условия поперечности полей следует, что  $E_{0,h}^{(3)} = 0$ .



Рис. 1. Схема расположения единичных векторов  $p_{0,h}^{i}$ , волновых векторов проходящего  $q_0$  и дифрагированного  $q_h$  излучения и вектора обратной решетки h. (hkl) — отражающая плоскость

Домножив выражения (2), (3) слева на  $e_0^i$  и  $e_h^i$ (i = 1, 2) и введя обозначения  $C^{(i)} = (e_0^i, e_h^i) =$ = {1 (i = 1); cos  $2\theta$  (i = 2)},  $C^{(3)} = \sin 2\theta$ , где  $\theta$  угол между падающим излучением и отражающими плоскостями (hkl), получим следующую основную систему уравнений динамической теории РД:

$$\begin{split} &(\delta_{0} - \chi_{11}^{0})E_{0}^{(1)} - C^{(1)}\chi_{11}^{-h}E_{h}^{(1)} - \chi_{12}^{0}E_{0}^{(2)} - \\ &- (C^{(2)}\chi_{12}^{-h} - C^{(3)}\chi_{13}^{-h})E_{h}^{(2)} = 0, \\ &- C^{(1)}\chi_{11}^{h}E_{0}^{(1)} + (\delta_{h} - \chi_{11}^{0})E_{h}^{(1)} - \chi_{12}^{h}E_{0}^{(2)} - \\ &- (C^{(2)}\chi_{12}^{0} - C^{(3)}\chi_{13}^{0})E_{h}^{(2)} = 0, \\ &- \chi_{21}^{0}E_{0}^{(1)} - \chi_{21}^{-h}E_{h}^{(1)} + (\delta_{0} - \chi_{22}^{0})E_{0}^{(2)} - \\ &- (C^{(2)}\chi_{22}^{-h} - C^{(3)}\chi_{23}^{-h})E_{h}^{(2)} = 0, \\ &- (C^{(2)}\chi_{21}^{h} - C^{(3)}\chi_{31}^{h})E_{0}^{(1)} - (C^{(2)}\chi_{21}^{0} - C^{(3)}\chi_{31}^{0})E_{h}^{(1)} - \\ &- (C^{(2)}\chi_{22}^{h} - C^{(3)}\chi_{32}^{h})E_{0}^{(2)} + \\ &+ \left\{ (\delta_{h} - [\chi_{22}^{0}C^{(2)2} - \chi_{33}^{0}C^{(3)2}]) + \\ &+ C^{(2)}C^{(3)}(\chi_{23}^{0} - \chi_{32}^{0}) \right\} E_{h}^{(2)} = 0. \end{split}$$

Отличие системы уравнений (4) от хорошо известной основной системы динамической теории состоит в наличии недиагональных элементов тензора  $Д\Pi \ \chi$ . Если предположить, что  $\chi$  — скалярная

величина, то система (4) совпадает с традиционной основной системой динамической теории [6].

Система основных уравнений имеет нетривиальное решение только в случае равенства нулю детерминанта этой системы:

$$\det A = 0, \tag{5}$$

где *А* — матрица коэффициентов (4). Дисперсионное уравнение (5) позволяет с привлечением граничных условий для волновых векторов на границе раздела двух сред найти величины волновых векторов q<sub>0,h</sub> в кристалле.

В немагнитных кристаллах тензор ДП имеет вид  $\chi_{ij} = (\chi_0 + \chi'_0 + i\chi''_0)\delta_{ij} + \chi'_{ij}$ ,  $\chi_0$  вызван потенциальным вкладом в диэлектрические свойства кристалла;  $\chi'_0$ ,  $\chi''_0$  — добавки, включающие в себя изотропную часть эффектов дисперсии и поглощения; а  $\chi'_{ij}$  вызван анизотропным резонансным вкладом [1, 8, 9]:

$$\chi'_{jm} = \chi^{\rm dd}_{jm} + i\chi^{\rm dqs}_{jmn}(k'_n - k_n) + i\chi^{\rm dqa}_{jmn}(k'_n + k_n) + \chi^{\rm qq}_{jnmp}k'_nk_p + \dots, \quad (6)$$

где **k** и **k**' — волновые векторы соответственно падающей и рассеянной волн;  $\chi_{jm}^{\rm dd}$ ,  $\chi_{jmn}^{\rm dq}$  и  $\chi_{jnmp}^{\rm qq}$  — диполь-дипольный (ДД), диполь-квадрупольный (ДК) и квадруполь-квадрупольный вклады в резонансную часть ДП, а верхние индексы «s» и «а» отвечают симметричной и антисимметричной частям ДК-вклада.

Последовательное описание тензора ДП строится на основе квантово-механической теории, требует знания атомных и кристаллических волновых функций электронов [8–10] и выходит за рамки настоящей работы. Необходимо отметить, что компоненты тензора ДП вычисляются предварительно (вычисление тензора  $\chi_{ij}$  можно провести, например, при помощи программы FDMNES [11]) и затем считаются постоянным в расчетах по динамической теории дифракции.

Перейдем к анализу дисперсионного уравнения (5). В силу непрерывности тангенциальных (вдоль поверхности) составляющих волновых векторов падающей на кристалл волны  $k_0$  и проходящей волны в среде  $q_0$ , вектор  $q_0$  получает приращение только вдоль нормали к поверхности n (направленной в глубь среды) т.е.  $q_0 = k_0 + k_0 \varepsilon n$ , где  $\varepsilon$  — так называемая аккомодация [6], подлежащая дальнейшему определению.

Таким образом, подставив тензор ДП в виде (6) в (5), получим, что дисперсионное уравнение является уравнением восьмой степени относительно величины аккомодации  $\varepsilon$  и внутри кристалла может распространяться 8 проходящих и 8 дифрагированных волн. При этом в случае толстого кристалла следует выбирать только такие решения, для которых Im  $\varepsilon_i > 0$ .

### 2. Геометрия Брэгга

Рассмотрим задачу о зеркальном и дифракционном отражении плоской монохроматической волны  $E_0 \exp(ik_0 r)$  от идеального монокристалла в условиях РД. Решение задачи будем проводить в наиболее общем случае скользящей некомпланарной брэгговской дифракции [12, 13].

Излучение падает из вакуума под произвольным углом скольжения  $\varphi_0$  по отношению к поверхности так, что одновременно имеет место дифракционное отражение от атомно-кристаллических плоскостей, составляющих угол  $\psi$  по отношению к нормали **n**, направленной в глубь кристалла вдоль оси z.

Поле в вакууме над поверхностью кристалла  $(z \leq 0)$  состоит из трех волн:

$$\boldsymbol{E}_{\text{vac}}(\boldsymbol{r}) = A_0 \exp(i\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{r}) + A_S \exp(i\boldsymbol{k}_S\boldsymbol{r}) + A_h \exp(i\boldsymbol{k}_h\boldsymbol{r}),$$
(7)

где  $A_0$ ,  $A_S$  и  $A_h$  — амплитуды падающей, зеркально отраженной и дифрагированной волн соответственно,  $|\mathbf{k}_0| = |\mathbf{k}_S| = |\mathbf{k}_h| = k_0$ ,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $k_{Sz} = -k_{0z}$ . Рентгеновская волна возбуждает в кристалле когерентную суперпозицию проходящей и дифрагированной волн

$$\boldsymbol{E}_{cr}(\boldsymbol{r}) = E_0 \exp(i\boldsymbol{q}_0\boldsymbol{r}) + E_h \exp(i\boldsymbol{q}_h\boldsymbol{r}), \qquad (8)$$

где  $E_{0,h}$  — амплитуды,  $q_{0,h}$  — волновые векторы проходящей и дифрагированной волн в кристалле. Амплитуды  $E_0, E_h$  в (8) удовлетворяют системе динамических уравнений (4), а величина  $\varepsilon$  определяется из уравнения (5).

Анализ корней дисперсионного уравнения показывает, что в геометрии Брэгга только 4 корня  $\varepsilon_i$ удовлетворяют условию Im  $\varepsilon_i > 0$ , и в кристалле могут распространяться 4 проходящих и 4 дифрагированных волны.

Для определения амплитуд полей в (7), (8) нужно записать условия непрерывности тангенциальных компонент электрических и магнитных полей на границе кристалл-вакуум. В итоге получим систему уравнений

$$A_{0}^{\sigma} + A_{s}^{\sigma} = \sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{\sigma}, \quad \gamma_{0} \left( A_{0}^{\sigma} - A_{s}^{\sigma} \right) = \sum_{j=1}^{4} \Gamma_{0j} E_{0j}^{\sigma},$$
$$A_{h}^{\sigma} = \sum_{j=1}^{4} R_{hj}^{\sigma} E_{0j}^{\sigma}, \quad -\gamma_{h} A_{h}^{\sigma} = \sum_{j=1}^{4} \Gamma_{hj} R_{hj}^{\sigma} E_{0j}^{\sigma}, \quad (9)$$
$$A_{0}^{\pi} + A_{s}^{\pi} = \sum_{j=1}^{4} R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^{\sigma}, \quad \gamma_{0} \left( A_{0}^{\pi} - A_{s}^{\pi} \right) = \sum_{j=1}^{4} \Gamma_{0j} R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^{\sigma},$$
$$A_{h}^{\pi} = \sum_{j=1}^{4} R_{hj}^{\pi} R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^{\sigma}, \quad -\gamma_{h} A_{h}^{\pi} = \sum_{j=1}^{4} \Gamma_{hj} R_{hj}^{\pi} R_{0j}^{\sigma\pi} E_{0j}^{\sigma}, \quad (10)$$

где верхний индекс  $\sigma$  отвечает  $\sigma$ -компоненте, а  $\pi$  —  $\pi$ -компоненте,  $\gamma_0 = k_{0z}/k_0$ ,  $\gamma_{h0} = (\mathbf{k}_0 + \mathbf{h})_z/k_0$ . Если  $\varphi_0$  — скользящий угол падения излучения

на кристалл, то  $\gamma_0 = \sin \varphi_0$ ,  $\gamma_{h0} = \gamma_0 - \psi_B$ , где  $\psi_B = 2 \sin \psi \sin \theta_B$  — эффективный параметр угла наклона отражающих плоскостей ( $\psi > 0$ ,  $h_z < 0$ ), а  $\theta_B$  — угол Брэгга, который определяется из соотношения  $h = 2k_0 \sin \theta_B$ .

Пусть  $\varphi_h$  — угол выхода дифрагированного излучения в вакуум по отношению к поверхности, тогда *z*-проекция  $k_{hz} = -k_0\gamma_h$ , где  $\gamma_h = \sin\varphi_h$ ( $\varphi_h > 0$ ). Дифракционное отражение в область *z* < 0 (геометрия Брэгга) реализуется при таких углах скольжения  $\varphi_0$ , что  $\gamma_0 < \psi_B$ , т.е.  $\gamma_{h0} < 0$ . Угол выхода  $\varphi_h$  при заданных углах  $\varphi_0$  и  $\psi$  определяется выражением [12]  $\gamma_h = (\gamma_{h0}^2 + \alpha)^{1/2}$ , где параметр  $\alpha = 1 - (\mathbf{k}_0 + \mathbf{h})^2/k_0^2 = 2\Delta\theta \sin 2\theta_B$  характеризует угловую отстройку падающего излучения от угла Брэгга, а условие  $\alpha > -\gamma_{h0}^2$  задает допустимые отклонения  $\Delta \theta = \theta - \theta_B$  от точного угла Брэгга.

В (9), (10) введены обозначения  $\Gamma_{0j} = \gamma_0 + \varepsilon_j$ ,  $\Gamma_{hj} = \gamma_{h0} + \varepsilon_j$  (j = 1-4) и учтены связи между амплитудами дифрагированных и проходящих волн в кристалле:  $E^{\sigma}_{hj} = R^{\sigma}_{hj}E^{\sigma}_{0j}$ ,  $E^{\pi}_{hj} = R^{\pi}_{hj}E^{\pi}_{0j}$ ,  $E^{\pi}_{0j} = R^{\sigma\pi}_{0j}E^{\sigma}_{0j}$ , следующие из (4).

Решение системы (9), (10) для амплитуд зеркально отраженных и дифрагированных волн имеет вид

$$A_{s}^{\sigma} = \frac{1}{2\gamma_{0}} \sum_{j=1}^{4} (\gamma_{0} - \Gamma_{0j}) \left( T_{j}^{\sigma} A_{0}^{\sigma} + T_{j}^{\pi} A_{0}^{\pi} \right), \qquad (11)$$

$$A_{s}^{\pi} = \frac{1}{2\gamma_{0}} \sum_{j=1}^{4} (\gamma_{0} - \Gamma_{0j}) R_{0j}^{\sigma\pi} \left( T_{j}^{\sigma} A_{0}^{\sigma} + T_{j}^{\pi} A_{0}^{\pi} \right), \quad (12)$$

$$A_{h}^{\sigma} = \sum_{j=1}^{4} R_{hj}^{\sigma} \left( T_{j}^{\sigma} A_{0}^{\sigma} + T_{j}^{\pi} A_{0}^{\pi} \right), \qquad (13)$$

$$A_{h}^{\pi} = \sum_{j=1}^{4} R_{hj}^{\pi} R_{0j}^{\sigma\pi} \left( T_{j}^{\sigma} A_{0}^{\sigma} + T_{j}^{\pi} A_{0}^{\pi} \right), \qquad (14)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{split} T_{1} &= G_{41}G_{52} - G_{51}G_{42}, \quad T_{1}^{\sigma} = -2\gamma_{0}G_{42}/T_{1}, \\ T_{1}^{\pi} &= 2\gamma_{0}G_{52}/T_{1}, \quad T_{2}^{\sigma} = 2\gamma_{0}G_{41}/T_{1}, \quad T_{2}^{\pi} = -2\gamma_{0}G_{51}/T_{1}, \\ G_{1j} &= \{R_{hj}^{\sigma}(\gamma_{h} + \Gamma_{hj})\}/\{R_{h4}^{\sigma}(\gamma_{h} + \Gamma_{h4})\}, \\ G_{2j} &= \{R_{hj}^{\sigma}R_{0j}^{\sigma\pi}(\gamma_{h} + \Gamma_{hj})\}/\{R_{h4}^{\sigma}R_{0j}^{\sigma\pi}(\gamma_{h} + \Gamma_{h4})\}, \\ G_{3j} &= (G_{2j} - G_{1j})/(G_{23} - G_{13}), \\ G_{4j} &= R_{0j}^{\sigma\pi}(\gamma_{0} + \Gamma_{0j}) - R_{03}^{\sigma\pi}(\gamma_{0} + \Gamma_{03})G_{3j} - \\ &\quad -R_{04}^{\sigma\pi}(\gamma_{0} + \Gamma_{04})\{G_{1j} - G_{13}G_{3j}\}, \\ G_{5j} &= (\gamma_{0} + \Gamma_{0j}) - (\gamma_{0} + \Gamma_{03})G_{3j} - \\ &\quad -(\gamma_{0} + \Gamma_{04})\{G_{1j} - G_{13}G_{3j}\}. \end{split}$$

Соотношения (11)-(14) представляют собой точное решение задачи зеркального и дифракционного отражения РИ от идеального кристалла в геометрии Брэгга. Они справедливы для любых углов  $\varphi_0$  при  $\gamma_0 \leqslant \psi_B$  и любых допустимых отклонений  $\alpha \geqslant -(\gamma_0 - \psi_B)^2$  от точного угла Брэгга и, как легко показать, в случае диагонального тензора ДП сводятся к полученным ранее соотношениям в нерезонансной теории [13].

### 3. Аномальное прохождение

Рассмотрим частный случай дифракционного отражения от совершенного монокристалла, обладающего кристаллической решеткой с кубической симметрией. В этом случае тензор ДП диагональный, а система уравнений (4) однородна относительно состояний поляризации. Для упрощения задачи учтем только главный ДД-вклад в резонансную часть ДП (6).

Таким образом, фурье-компоненты тензора ДП примут вид  $\tilde{\chi}^{0,\pm h} = \chi^{0,\pm h} \delta_{ij} + \chi^{0,\pm h}_{ii} \delta_{ij}$  (*i*, *j* = 1, 2, 3), где опущены верхние индексы «dd» у элементов  $\chi_{ii}$ , а система уравнений динамической теории РД (4) — вид

$$\begin{aligned} &(\delta_0 - \chi^0) E_0^{(1)} - \chi_{11}^0 E_0^{(1)} - \chi^{-h} E_h^{(1)} - \chi_{11}^{-h} E_h^{(1)} = 0, \\ &- \chi^h E_0^{(1)} - \chi_{11}^h E_0^{(1)} + (\delta_h - \chi^0) E_h^{(1)} - \chi_{11}^0 E_h^{(1)} = 0, \\ &(\delta_0 - \chi^0) E_0^{(2)} - \chi_{22}^0 E_0^{(2)} - C^{(2)} \chi^{-h} E_h^{(2)} - \\ &- C^{(2)} \chi_{22}^{-h} E_h^{(2)} = 0, \\ &C^{(2)} \chi^h E_0^{(2)} - C^{(2)} \chi_{22}^h E_0^{(2)} + (\delta_h - \chi^0) E_h^{(2)} - \\ &- (\chi_{22}^0 C^{(2)2} - \chi_{33}^0 C^{(3)2}) E_h^{(2)} = 0. \end{aligned}$$

Пренебрегая квадратичными по величине є членами (не рассматриваем скользящие схемы дифракции) для корней  $\varepsilon_i$  первого и второго уравнений (15), получим

$$\varepsilon_{1,2} = \left[ \{ \eta^{0} (\gamma_{0} + \gamma_{h0}) + \gamma_{0} \alpha \} \pm \\ \pm \{ [\eta^{0} (\gamma_{0} - \gamma_{h0}) + \gamma_{0} \alpha]^{2} + 4 \gamma_{0} \gamma_{h0} \eta^{h} \eta^{-h} \}^{1/2} \right] / 4 \gamma_{0} \gamma_{h0},$$
(16)

где  $\eta^{0,\pm h} = \chi^{0,\pm h} + \chi^{0,\pm h}_{11}$ . Видно, что если параметр  $\Delta = \eta^0 \eta^0 - \eta^h \eta^{-h} = 0,$  (17)

то при точном выполнении условия Брэгга ( $\alpha = 0$ ) корень  $\varepsilon_2$  обращается в нуль и одна из волн будет распространяться без поглощения. Ситуации, в которых для одного из корней Im  $\varepsilon_j = 0$ , будем называть случаями аномального прохождения. Ранее в [14] исследовался эффект аномального прохождения  $\gamma$ -квантов, резонансно взаимодействующих с ядрами в кристалле.

Возникает вопрос, возможна ли ситуация, при которой параметр  $\Delta$  (17) обращается в нуль или хотя бы достигает своего минимального значения. В качестве примера на рис. 2 приведены расчетные энергетические зависимости действительной и мнимой частей параметра  $\Delta$  для отражения Ge(224) вблизи *К*-края поглощения германия. Вычисления проводились при помощи программы FDMNES [11] для кластера Ge, состоящего из 100 атомов [15].



Рис. 2. Энергетическая зависимость действительной (1) и мнимой (2) части параметра  $\Delta$  (17) для «запрещенного» отражения (224) вблизи *К*-края поглощения Ge ( $E_K = 11\,103\,$  эB)

Видно, что при энергии падающего излучения, примерно на 1 эВ меньшей энергии K-края поглощения, параметр  $\Delta$  принимает свое минимальное значение. Таким образом, действительно можно говорить о том, что на левом краю K-края поглощения Ge возможно наблюдение эффекта аномального прохождения.

Амплитудный коэффициент дифракционного отражения в рассматриваемом случае определяется выражением  $R_{1,2} = (2\gamma_0\varepsilon - \eta^0)/\eta^{-h}$ , и кривая дифракционного отражения (КДО) в РД, так же как и в нерезонансной, имеет вид пика с практически плоской вершиной в области углов  $\Delta\theta_0 - \Delta\theta_B \leqslant \Delta\theta \leqslant \Delta\theta_0 + \Delta\theta_B$ , где выражение под знаком квадратного корня в (16) отрицательно:

$$\Delta \theta_0 = -\operatorname{Re}(\chi^0)(1+b)/2b\sin 2\theta_B - -\operatorname{Re}(\chi^0_{11})(1+b)/2b\sin 2\theta_B \quad (18)$$

— смещение брэгговского максимума от угла  $\theta_B$  в результате преломления РИ, а  $\Delta \theta_B = \text{Re}(\{\eta^h \eta^{-h}\}^{1/2})/b^{1/2} \sin 2\theta_B$  — полуширина КДО на половине высоты. Второе слагаемое в выражении (18) описывает дополнительное смещение брэгговского максимума за счет эффектов РД.

Таким образом, в настоящей работе построена динамическая теория резонансной дифракции рентгеновского излучения в совершенных кристаллах. Показано, что основные уравнения динамической теории дифракции являются частным случаем резонансной динамической теории. Показана возможность явления аномального прохождения сквозь кристалл излучения с энергией, близкой к энергии краев поглощения атомов.

Автор выражает глубокую благодарность М. А. Андреевой, В. А. Бушуеву и Е. Н. Овчинниковой за интерес к работе и плодотворные обсуждения

полученных результатов. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 04-02-16866 и 05-02-16770).

## Литература

- 1. Дмитриенко В.Е., Овчинникова Е.Н. // Кристаллография. 2003. **48**, № 6. С. 59.
- Hodeau J.L., Favre-Nicolin V., Bos S. et al. // Chem. Rev. 2001. 101. P. 1843.
- 3. Беляков В.А., Дмитриенко В.Е. // УФН. 1989. **158**, № 4. С. 679.
- Ведринский Р.В., Козырев В.Э., Новакович А.А., Гончар А.А. // Исследовано в России. 2005. 129. С. 1311 (http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2005/ 129.pdf).
- 5. Darwin C.G. // Phil. Mag. 1917. 19. P. 315, 675.
- 6. *Пинскер З.Г.* Рентгеновская кристаллооптика. М., 1982.
- 7. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М., 1979.

- Колпаков А.В., Бушуев В.А., Кузьмин Р.Н. // УФН. 1978. 126, № 3. С. 479.
- Blume M. Resonant anomalous X-Ray scattering / Eds. G. Materlik, C.J. Sparks, K. Fisher. Amsterdam, 1994. P. 495.
- 10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., 1992.
- 11. http://www-cristallo.polycnrs-gre.fr/ Themes\_de\_recherche/Simul/.
- 12. Александров П.А., Афанасьев А.М., Степанов С.А. // Кристаллография. 1984. **29**, № 2. С. 197.
- 13. Бушуев В.А., Орешко А.П. // ФТТ. 2001. **43**, № 5. С. 906.
- 14. Афанасьев А.М., Каган Ю. // ЖЭТФ. 1973. **64**, № 3. С. 1558.
- 15. Орешко А.П., Дмитриенко В.Е., Жоли Ив и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2004. **68**, № 4. С. 578.

Поступила в редакцию 15.05.06