КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.12.01

ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ПЛОТНОЙ КВАРКОВОЙ СРЕДЕ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ПОСТОЯННОЙ КРИВИЗНЫ

В. Ч. Жуковский, А. В. Тюков, Д. Эберт[*)]

(*кафедра теоретической физики*)

E-mail: zhukovsk@phys.msu.ru

Изучается влияние гравитационного поля на образование кваркового и дикваркового конденсатов в рамках расширенной модели Намбу–Йона-Лазинио (НЙЛ). В приближении среднего поля получено выражение для эффективного потенциала с учетом конечной температуры и плотности кварковой среды в статическом гравитационном поле постоянной кривизны.

Введение

При достаточно большой плотности барионов (температура мала) в КХД предсказывается возникновение фазы с цветовой сверхпроводимостью (ЦСП). В ней возможно образование связанных состояний двух кварков — куперовских пар, конденсат которых $<qq>$ в вакууме отличен от нуля, что свидетельствует о нарушении цветовой симметрии. По аналогии с обычной сверхпроводимостью это явление получило название цветовой сверхпроводимости.

Свойства ЦСП-фазы обсуждались в работах [1–3] более 20 лет назад. Недавно возможность образования ЦСП в плоском пространстве рассматривалась на основе различных низкоэнергетических приближений КХД, таких как инстантонная модель [4–8], модель Намбу–Йона-Лазинио (НЙЛ) [9] и др. [10–12]. В то же время при изучении свойств кварковой материи внутри компактных нейтронных и кварковых звезд, а также эффектов в ранней Вселенной нельзя не учитывать влияние внешнего гравитационного поля [13, 14].

В данной работе в рамках модели НЙЛ изучается влияние гравитационного поля на образование ЦСП. Также рассмотрено влияние температуры и химического потенциала (плотности барионов). Для учета эффектов гравитации рассматривается статическая Вселенная Эйнштейна. Рассмотренная модель, однако, может быть применима не только ко Вселенной в целом, но и давать качественное представление об образовании дикваркового конденсата в ядрах нейтронных звезд.

Модель и эффективный потенциал

Будем рассматривать расширенную модель НЙЛ с двумя ароматами кварков. В искривленном D-мерном пространстве с сигнатурой $(+,-,-,-,\cdots)$ лагранжиан теории имеет вид

$$\mathcal{L} = \bar{q}\left[i\gamma^\mu\nabla_\mu + \mu\gamma^0\right]q + \frac{G_1}{2N_c}\left[(\bar{q}q)^2 + \left(\bar{q}i\gamma^5\boldsymbol{\tau}q\right)^2\right] + \\ + \frac{G_2}{N_c}\left[i\bar{q}_c\varepsilon\epsilon^b\gamma^5 q\right]\left[i\bar{q}\varepsilon\epsilon^b\gamma^5 q_c\right]. \quad (1)$$

В формуле (1) через ∇_μ обозначена спинорная производная $\nabla_\mu = \partial_\mu + \Gamma_\mu$, где $\Gamma_\mu = \frac{1}{2}\,\omega_\mu^{ab}\Sigma_{ab}$, ω_μ^{ab} — спинорная связность, а $\Sigma_{ab} = \frac{1}{4}[\gamma_a, \gamma_b]$; μ — химический потенциал кварков. В дальнейшем будем считать $N_f = 2$, а $N_c = 3$. Кварковое поле $q \equiv q_{i\alpha}$ является дублетом ароматов и цветовым триплетом, где $i = 1, 2$; $\alpha = 1, 2, 3$. Через $\boldsymbol{\tau} \equiv (\tau^1, \tau^2, \tau^3)$ обозначены матрицы Паули в пространстве ароматов; $(\varepsilon)^{ik} \equiv \varepsilon^{ik}$, $(\epsilon^b)^{\alpha\beta} \equiv \epsilon^{\alpha\beta b}$ — полностью антисимметричные тензоры в пространстве ароматов и цветовом пространстве соответственно.

Сделаем в лагранжиане (1) преобразование Хаббарда–Стратоновича, вводя вспомогательные бозонные поля:

$$\tilde{\mathcal{L}} = \bar{q}\left[i\gamma^\mu\nabla_\mu + \mu\gamma^0\right]q - \bar{q}\left(\sigma + i\gamma^5\boldsymbol{\tau\pi}\right)q - \\ - \frac{3}{2G_1}(\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2) - \frac{3}{G_2}\Delta^{*b}\Delta^b - \Delta^{*b}\left[iq^tC\varepsilon\epsilon^b\gamma^5 q\right] - \\ - \Delta^b\left[i\bar{q}\varepsilon\epsilon^b\gamma^5 C\bar{q}^t\right]. \quad (2)$$

Поля σ и $\boldsymbol{\pi}$ являются цветовыми синглетами, а Δ^b — цветовым антитриплетом и синглетом по отношению к киральной группе. Следовально, если $<\sigma> \neq 0$, то динамически нарушается киральная симметрия, а если $<\Delta^b> \neq 0$, то нарушается цвето-

---

[*)] Humboldt University, Berlin, FRG.

вая симметрия, так как поле $<\Delta^b>$ несет цветовой заряд.

Эффективное действие для бозонных полей выражается через интеграл по кварковым полям:

$$\exp\left\{ iS_{\mathrm{eff}}(\sigma, \boldsymbol{\pi}, \Delta^b, \Delta^{*b})\right\} = \\ = N' \int [dq][d\bar{q}] \exp\left\{ i \int d^D x \sqrt{-g} \tilde{\mathcal{L}} \right\}. \quad (3)$$

Проводя $1/N$ разложение и ограничиваясь старшим членом, поля σ, $\boldsymbol{\pi}$, Δ^b и Δ^{*b} можно заменить их средними по вакууму значениями $<\sigma>$, $<\boldsymbol{\pi}>$, $<\Delta^b>$ и $<\Delta^{*b}>$ соответственно, которые мы обозначим теми же буквами. Выберем основное состояние нашей модели: $<\Delta^1> = <\Delta^2> = <\boldsymbol{\pi}> = 0$ и $<\sigma>$, $<\Delta^3> \neq 0$. Очевидно, что подобный выбор нарушает цветовую симметрию до остаточной группы $SU_c(2)$.

Найдем эффективный потенциал, глобальная точка минимума которого определит величины $<\sigma>$ и $<\Delta^3>$. По определению $S_{\mathrm{eff}} = -V_{\mathrm{eff}} \int d^D x \sqrt{-g}$. Тогда получим

$$V_{\mathrm{eff}} = \frac{3\sigma^2}{2G_1} + \frac{3\Delta^b \Delta^{*b}}{G_2} + \tilde{V}, \quad \tilde{V} = -\frac{\tilde{S}}{v}, \quad v = \int d^D x \sqrt{-g}, \quad (4)$$

где

$$\exp\left(i\tilde{S}(\sigma, \Delta)\right) = N' \det\left[(i\hat{\nabla} - \sigma + \mu\gamma^0)\right] \times \\ \times \det{}^{1/2}\left[4|\Delta|^2 + (-i\hat{\nabla} - \sigma + \mu\gamma^0)(i\hat{\nabla} - \sigma + \mu\gamma^0)\right]. \quad (5)$$

Будем рассматривать статическую D-мерную Вселенную Эйнштейна с метрикой

$$ds^2 = dt^2 - a^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\Omega_{D-2}), \quad (6)$$

где a — радиус Вселенной, связанный со скалярной кривизной соотношением $R = (D-1)(D-2)a^{-2}$. Используя результаты [14, 15], получим эффективный потенциал при конечной температуре:

$$V_{R\mu T}(\sigma, \Delta) = N_c\left(\frac{\sigma^2}{2G_1} + \frac{|\Delta|^2}{G_2}\right) - \\ - \frac{2N_f}{V}(N_c - 2)\sum_{l=0}^{\infty} d_l \Big\{ E_l + T\ln\left(1 + e^{-\beta(E_l - \mu)}\right) + \\ + T\ln\left(1 + e^{-\beta(E_l + \mu)}\right)\Big\} - \\ - \frac{2N_f}{V}\sum_{l=0}^{\infty} d_l \Big\{ \sqrt{(E_l - \mu)^2 + 4|\Delta|^2} + \\ + \sqrt{(E_l + \mu)^2 + 4|\Delta|^2} + 2T\ln\left(1 + e^{-\beta\sqrt{(E_l-\mu)^2 + 4|\Delta|^2}}\right) + \\ + 2T\ln\left(1 + e^{-\beta\sqrt{(E_l+\mu)^2+4|\Delta|^2}}\right)\Big\}, \quad (7)$$

где V — объем Вселенной:

$$V(a) = \frac{2\pi^{D/2} a^{D-1}}{\Gamma(\frac{D}{2})}, \quad (8)$$

$$E_l = \sqrt{\frac{1}{a^2}\left(l + \frac{N}{2}\right)^2 + \sigma^2}, \quad l = 0, 1, 2\ldots, \quad (9)$$

$$d_l = \frac{2^{[(D+1)/2]}\Gamma(D + l - 1)}{l!\Gamma(D-1)}, \quad (10)$$

(в последнем выражениие $[x]$ обозначает целую часть x).

Фазовые переходы

В дальнейшем мы фиксируем константу G_2 соотношением $G_2 = \frac{3}{8}G_1$ (см. [7, 15]). Для численных оценок выберем константу G_1 таким образом, чтобы симметрии были полностью нарушены в вакууме. Будем считать $G_1 = 10$ (сильная связь) и $D = 4$.

Случай $T = 0$

На рис. 1 представлена фазовая диаграмма системы при нулевой температуре, где цифрами 1, 2 и 3 обозначены симметричная, киральная и сверхпроводящая фазы соответственно. Для точек фазы 1 глобальный минимум эффективного потенциала достигается при $\sigma = 0$, $\Delta = 0$ (киральная и цветовая симметрии не нарушены). В области фазы 2 нарушена только киральная симметрия и $\sigma \neq 0$, $\Delta = 0$. Точкам фазы 3 соответствует образование дикваркового конденсата (цветовой сверхпроводимости) и минимум при $\sigma = 0$, $\Delta \neq 0$. Пунктирной линией на рисунке обозначен фазовый переход первого рода, а сплошной кривой — второго рода.

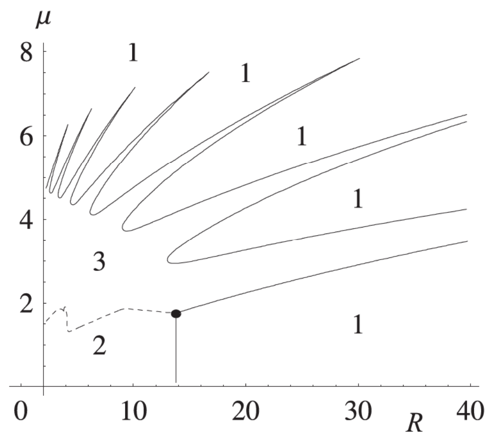

Рис. 1. Фазовая диаграмма при $T = 0$

Видно, что граница ЦСП-фазы представляет собой осциллирующую кривую. Похожие осцилляционные эффекты были подробно исследованы в целом ряде работ, посвященных нарушению киральной симметрии в магнитном поле [16, 17]. Подобный эффект встречается в самых различных областях физики и обусловлен дискретностью энергетических уровней.

Случай $T \neq 0$

Заметим, что, как и в плоском случае (см. [7]), в широком диапазоне параметров R, μ, T не возникает смешанной фазы, в которой оба конденсата σ и Δ отличны от нуля. Фазовые кривые при $T \neq 0$ изображены на рис. 2 и 3.

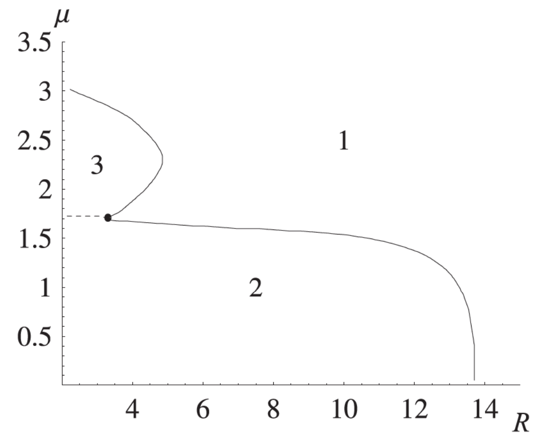

Рис. 2. Фазовая диаграмма при $T = 0.7$

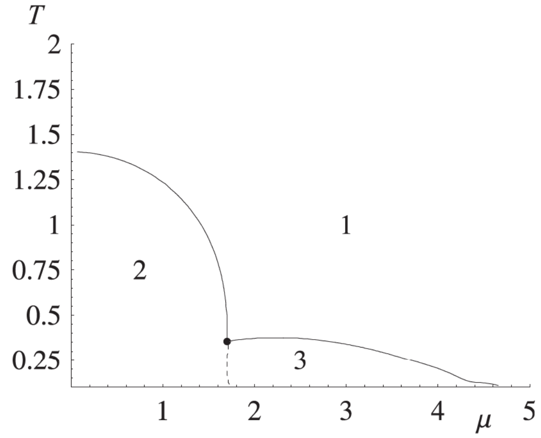

Рис. 3. Фазовая диаграмма при $R = 3$

Из рис. 2 следует, что при увеличении кривизны происходит фазовый переход второго рода, и симметрии восстанавливаются. При увеличении температуры также происходит переход второго рода. Такое поведение, а также сходство графиков в осях $R-\mu$ и $\mu-T$ говорит о том, что параметры R и T играют похожую роль в восстановлении нарушенной симметрии.

В настоящей работе был проведен последовательный учет влияния гравитационного поля, химического потенциала и температуры на возникновение цветовой сверхпроводимости. Было получено точное по кривизне решение, позволяющее рассматривать фазовые переходы вблизи критической точки R_c. Рассмотренная модель может качественно отражать особенности образования дикваркового конденсата в компактных нейтронных звездах.

Один из авторов (В.Ч.Ж.) признателен проф. М. Мюллеру-Пройскеру (Университет Гумбольдта) за гостеприимство. Авторы также благодарять И.Е. Фролова за консультации по вопросам численных расчетов и К.Т. Клименко за плодотворные дискуссии.

Работа поддержана DAAD.

Литература

1. *Barrois B.C.* // Nucl. Phys. 1977. **B129**. P. 390.
2. *Frautschi S.C.* // Proc. Workshop on Hadronic Matter at Extreme Energy Density / Ed. N. Cabibbo. Erice, Italy, 1978.
3. *Bailin D., Love A.* // Phys. Reports. 1984. **107**. P. 325.
4. *Rapp R., Schafer T., Shuryak E.A., Velkovsky M.* // Phys. Rev. Lett. 1998. **81**. P. 53.
5. *Alford M., Rajagopal K., Wilczek F.* // Phys. Lett. 1998. **B422**. P. 247; Nucl. Phys. 1999. **B537**. P. 443.
6. *Langfeld K., Rho M.* // Nucl. Phys. 1999. **A660**. P. 475.
7. *Berges J., Rajagopal K.* // Nucl. Phys. 1999. **B538**. P. 215.
8. *Schwarz T.M., Klevansky S.P., Papp G.* // Phys. Rev. 1999. **C60**. P. 055205.
9. *Nambu Y., Jona-Lasinio G.* // Phys. Rev. 1961. **122**. P. 345; **124**. P. 246.
10. *Hufner J., Klevansky S.P., Zhuang P.* // Ann. Phys. 1994. **234**. P. 225.
11. *Mishustin I.N.* et al. // Phys. Rev. 2000. **C62**. P. 034901.
12. *Hanauske M., Satarov L.M., Mishustin I.N.* et al. // Phys. Rev. 2001. **D64**. P. 043005.
13. *Inagaki T., Odintsov S.D., Muta T.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1997. **127**. P. 93; hep-th/9711084.
14. *Huang X., Hao X., Zhuang P.* // hep-ph/0602186.
15. *Ebert D., Khudyakov V.V., Klimenko K.G., Zhukovsky V.Ch.* // Phys. Rev. 2002. **D65**. P. 054024; hep-ph/0106110.
16. *Ebert D., Klimenko K.G., Vdovichenko M.A., Vshivtsev A.S.* // Phys. Rev. 2000. **D61**. P. 025005; hep-ph/9905253.
17. *Vshivtsev A.S., Zhukovsky V.Ch., Klimenko K.G.* // J. Exp. Theor. Phys. 1997. **84**. P. 1047; Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1997. **111**. P. 1921.

Поступила в редакцию
27.12.06