

УДК 521.14/17+528.21+517.586

## АНОМАЛИИ ВНЕШНЕГО И ВНУТРЕННЕГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ИЗОСТАТИЧЕСКИ УРАВНОВЕШЕННОЙ КОРЫ ЗЕМЛИ В КВАДРАТИЧНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Л. П. Насонова, Н. А. Чуйкова

(ГАИШ)

E-mail: nason@sai.msu.ru

**Получены формулы, учитывающие в квадратичном приближении вклад в гравитационное поле от дипольно распределенных аномальных масс, представленных в виде слоев, распределенных по высоте относительно эллипсоида относимости. Установлены соотношения между коэффициентами разложений по сферическим функциям некоторой функции и ее квадрата. Результаты проиллюстрированы на примере вклада от масс рельефа и скачка плотности на границе Мохоровичича.**

### Введение

Исследования глобального плотностного строения Земли показали, что в основном распределение аномальных (т.е., отличных от соответствия гидростатическому равновесию) масс по высоте носит дипольный характер: высотам рельефа соответствуют противоположные по знаку аномалии высоты поверхности Мохоровичича ( $M$ ), а аномальные массы верхов и низов коры, верхов и низов верхней мантии часто противоположны по знаку [1, 2]. Если решать задачу вклада во внешнее или внутреннее гравитационное поле латерально распределенных аномальных масс в линейном приближении, то в этом случае между коэффициентами разложения по шаровым функциям гравитационного потенциала (т.е. силовой функции) ( $\bar{C}_{nm}, \bar{D}_{nm}$ ) и представленных в виде простого сферического слоя аномальных масс ( $\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}$ ) существует линейная связь [3]

$$\begin{Bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{D}_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{3}{2n+1} \left(\frac{R}{R_0}\right)^3 \frac{\Delta\sigma}{\bar{\sigma}} \begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix},$$

где  $R, \Delta\sigma, R_0, \bar{\sigma}$  — средние радиусы и плотности для простого слоя и всей Земли соответственно.

Здесь для внешнего и внутреннего потенциала слоя используются следующие представления:

$$V_e(r, \varphi, \lambda) = \frac{fM_0}{r} \sum_{n=1}^N \left(\frac{R}{r}\right)^n \bar{Y}_n(\varphi, \lambda),$$

$$V_i(r, \varphi, \lambda) = \frac{fM_0}{R} \sum_{n=1}^N \left(\frac{r}{R}\right)^n \bar{Y}_n(\varphi, \lambda),$$

$$\bar{Y}_n(\varphi, \lambda) = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{D}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin(\varphi)).$$

В этих формулах  $\bar{P}_{nm}(\sin(\varphi))$  — нормированные по Каула присоединенные функции Лежандра,  $\{\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}\} = \{\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}\}_1$  — коэффициенты разложения относительных высот слоя  $h = H(\varphi, \lambda)/R$  по

сферическим функциям,  $M_0$  — масса Земли. В линейном приближении вклад двух дипольно распределенных близких по высоте простых слоев взаимно компенсируется. Однако в реальности аномальные массы являются не простым сферическим слоем, а распределены по высоте относительно эллипсоида относимости. В этом случае, как показано в [4], при решении в квадратичном приближении получаем для внешнего поля

$$\begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix}_1 + \frac{n+2}{2} \begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix}_2 + \alpha(n+2) \begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix}_3, \quad (1)$$

а для внутреннего поля

$$\begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix}_1 - \frac{n-1}{2} \begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix}_2 + \alpha(n+2) \begin{Bmatrix} \bar{a}_{nm} \\ \bar{b}_{nm} \end{Bmatrix}_3, \quad (2)$$

где член в скобках  $\{ \}_1$  с индексом 1 соответствует коэффициентам разложения функции ( $h$ ), член в скобках  $\{ \}_2$  с индексом 2 соответствует коэффициентам разложения функции ( $h$ )<sup>2</sup>, а с индексом 3 — коэффициентам разложения функции  $h\bar{P}_2(\sin(\varphi))$ .

Здесь  $\alpha = \frac{2}{3}e$ ,  $e$  — сжатие эллипсоида относимости. Как видно из формул (1), (2), квадратичный вклад  $\{ \}_2$  для диполей, в отличие от линейного  $\{ \}_1$  и эллипсоидального  $\{ \}_3$ , не компенсируется, а суммируется.

В настоящей работе описывается метод получения формул, позволяющих выразить коэффициенты разложения  $\{\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}\}_2, \{\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}\}_3$  через линейные члены  $\{\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}\}_1$ , и приведены соответствующие результаты. Эти формулы были получены путем математического моделирования символьных вычислений в пакетах компьютерной алгебры.

### Постановка задачи

Исходное разложение некоторой функции  $h = H(\varphi, \lambda)/R$  по сферическим функциям степени  $n \leq N$  имеет вид

$$h(\varphi, \lambda) = \sum_{n=1}^N \left( \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{b}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \right). \quad (3)$$

Аналогичное разложение для  $h^2$  можно представить в виде

$$h^2(\varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^{2N} \left( \sum_{m=0}^n (\{\bar{a}_{nm}\}_2 \cos(m\lambda) + \{\bar{b}_{nm}\}_2 \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \right). \quad (4)$$

Для нормированных по Каула присоединенных функций  $\bar{P}_{nm}(\sin(\varphi))$  используется формула

$$\bar{P}_{n,m}(x) = K_{n,m} P_{n,m}(x),$$

$$K_{n,m} = \sqrt{\frac{\varepsilon_m (2n+1)(n-m)!}{(n+m)!}}, \quad \varepsilon_0 = 1, \quad \varepsilon_{m>0} = 2. \quad (5)$$

Задача состоит в том, чтобы выразить коэффициенты  $\{\bar{a}_{nm}\}_2, \{\bar{b}_{nm}\}_2$  разложения (4) через коэффициенты  $\{\bar{a}_{nm}\}_1 = \bar{a}_{nm}, \{\bar{b}_{nm}\}_1 = \bar{b}_{nm}$  исходного разложения функции  $h(\varphi, \lambda)$ . В работе были реализованы два способа подхода к решению задачи. Первый способ заключался в получении непосредственного разложения произведений отрезков рядов по элементарным сферическим функциям путем проведения соответствующего интегрирования в буквенном виде. Во втором способе существенно использовались ряды Клебша–Гордана [5]. Представим оба эти способа более подробно.

### Разложение по сферическим функциям

Введем систему элементарных сферических функций  $Y_{n,s}(x, \lambda)$ , аналогичных функциям  $Y_{n,s}(\Theta, \lambda)$ ,  $n = 0, \dots, 2N$ ,  $s = 0, \dots, 2n$  из [3]:

$$Y_{n,s}(x, \lambda) = \bar{P}_{n,m}(x) \cos(m\lambda) \quad (s \leq n, m = s),$$

$$Y_{n,s}(x, \lambda) = \bar{P}_{n,m}(x) \sin(m\lambda) \quad (s \geq (n+1), m = s - n).$$

Система функций  $Y_{n,s}(x, \lambda)$  образует ортогональную систему в замкнутой области  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq \lambda \leq 2\pi$ . Тогда разложение (4) можно записать так:

$$h^2(\varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^{2N} \sum_{s=0}^{2n} h_{n,s} Y_{n,s}, \quad \begin{aligned} h_{n,s \leq n} &= \{\bar{a}_{n,s}\}_2, \\ h_{n,s > n} &= \{\bar{b}_{n,s-n}\}_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Коэффициенты  $h_{n,s}$  этого разложения по элементарным сферическим функциям  $Y_{n,s}$  вычисляются соответствующим интегрированием:

$$h_{n,s} = \frac{1}{4\pi} \int_{x=-1}^1 \int_{\lambda=0}^{2\pi} h^2 Y_{n,s} d\lambda dx, \quad x = \sin(\varphi). \quad (7)$$

Здесь при вычислении под знаком интеграла в (7) надо подставить вместо  $h^2$  квадрат исходного выра-

жения (3) для  $h$  в символьном виде и производить интегрирование для конкретных значений  $N$ .

Таким способом были получены выражения коэффициентов  $\{\bar{a}_{n,m}\}_2, \{\bar{b}_{n,m}\}_2$  для  $N \leq 5$ . Для больших значений  $N$ , чтобы не вызывать переполнение оперативной памяти, предпочтительнее пользоваться пошаговым методом, при котором при увеличении порядка  $N$  исходного разложения на единицу определяются заново не все целиком выражения  $\{\bar{a}_{n,m}\}_2, \{\bar{b}_{n,m}\}_2$ , а только те слагаемые в них, которые обусловлены новыми членами в разложении (3) при увеличении  $N$ . Отметим, что при таком переходе от  $N$  к  $N+1$  на каждом шаге расширяется матрица возможных коэффициентов  $\{\bar{a}_{nm}\}_2, \{\bar{b}_{nm}\}_2$  за счет коэффициентов со значениями  $n = 2N+1, n = 2N+2$ . При разработке такого алгоритма существенно использовались ряды Клебша–Гордана [5].

### Ряды Клебша–Гордана

В книге [5] дано представление Клебша–Гордана для произведения двух присоединенных функций Лежандра  $P_{n,m}(x) \cdot P_{k,l}(x)$  с разным набором индексов в виде конечного ряда по функциям  $P_{n_1, m_1}(x)$  с численными коэффициентами.

Аналогичное разложение для нормированных функций имеет вид

$$\bar{P}_{n,m}(x) \bar{P}_{k,l}(x) = \sum_{n_1=\max(|n-k|, m+l)}^{n+k} \bar{S}_{n,m,k,l,n_1} \bar{P}_{n_1, m_1}(x), \quad (8)$$

где коэффициенты  $\bar{S}_{n,m,k,l,n_1}$  будем называть далее коэффициентами Клебша–Гордана. Коэффициенты  $\bar{S}_{n,m,k,l,n_1}$  можно получить непосредственно интегрированием, как в (7):

$$\bar{S}_{n,m,k,l,n_1} = \frac{1}{4\pi} \int_{x=-1}^1 \int_{\lambda=0}^{2\pi} \bar{P}_{n,m}(x) \bar{P}_{k,l}(x) \times \times \cos((m+l)\lambda) Y_{n_1, m_1} d\lambda dx.$$

В настоящей работе использован также другой способ вычисления коэффициентов  $\bar{S}_{n,m,k,l,n_1}$ , требующий меньших затрат машинного времени. Используя известное соотношение  $P_{n,m}(x) = (1-x^2)^{m/2} \cdot \frac{d^m}{dx^m} P_n(x)$ , получаем из формулы (8) с учетом (5) полином относительно  $x$ , тождественно равный нулю в  $-1 < x < 1$ :

$$K_{n,m} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) K_{k,l} \frac{d^l}{dx^l} P_k(x) - \sum_{n_1=\max(|n-k|, m+l)}^{n+k} \bar{S}_{n,m,k,l,n_1} K_{n_1, m_1} \frac{d^{m+l}}{dx^{m+l}} P_{n_1}(x) = 0.$$

Приравнявая нулю коэффициенты этого полинома при разных степенях  $x$ , получим систему линейных обыкновенных уравнений для определения коэффициентов  $\bar{S}_{n,m,k,l,n_1}$ .

**Формулы для коэффициентов  $\{\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}\}_2$ ,  $\{\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}\}_3$**

Обозначим через  $h_{n,s}^{(N)}$  коэффициенты разложения (6), когда исходное разложение (3) для функции  $h$  было выполнено до порядка  $N$  (аналогично для  $N + 1$ ). Тогда из формулы (7) имеем  $h_{n,s}^{(N+1)} = h_{n,s}^{(N)} + dh_{n,s}^{(N)}$ , где для добавок  $dh_{n,s}^{(N)}$ , которые надо внести в коэффициенты  $h_{n,s}^{(N)}$  при переходе от  $N$  к  $N + 1$ , получаем, используя разложение (8), следующие формулы:

1) для  $s = 0$  (добавки при вычислении  $\{\bar{a}_{n,0}\}_2$ ):

$$dh_{n,0}^N = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \bar{P}_{n,0}^2 dx \sum_{k=\max(1, |N+1-n|)}^{N+1} \delta_k \bar{S}_{N+1,0,k,0,n} \bar{a}_{N+1,0} \bar{a}_{k,0} + \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{2N+2} \sum_{j=0}^{[p/2]} \int_{-1}^{+1} \bar{P}_{p,2j} \bar{P}_{n,0} dx \sum_{k=\max(1, j, |N+1-p|)}^{N+1} \delta_k \bar{S}_{N+1,j,k,j,p} \times (\bar{a}_{N+1,j} \bar{a}_{k,j} + \bar{b}_{N+1,j} \bar{b}_{k,j}); \quad (9)$$

2) для  $1 \leq s \leq n$  (добавки при вычислении  $\{\bar{a}_{n,m}\}_2, m = s$ ):

$$dh_{n,s}^N = \frac{1}{4} \int_{-1}^{+1} \bar{P}_{n,s}^2 dx \sum_{l=\max(0, s-N-1)}^{\min(s, N+1)} \sum_{k=\max(1, s-l, |n-N-1|)}^{N+1} \delta_k \bar{S}_{N+1,l,k,s-l,n} \times (\bar{a}_{N+1,l} \bar{a}_{k,s-l} - \bar{b}_{N+1,l} \bar{b}_{k,s-l}) + \frac{1}{4} \sum_{j=0}^{\min(\lfloor \frac{2N+2-s}{2} \rfloor, \max(0, N+1-s))} \sum_{p=\max(s, -s+2j)}^{2N+2} \int_{-1}^{+1} \bar{P}_{p,s+2j} \bar{P}_{n,s} dx \times \left\{ \sum_{k=\max(1, s+j, |N+1-p|)}^{N+1} \delta_k \bar{S}_{N+1,j,k,s+j,p} (\bar{a}_{N+1,j} \bar{a}_{k,s+j} + \bar{b}_{N+1,j} \bar{b}_{k,s+j}) + \sum_{k=\max(1, j, |N+1-p|)}^{N+1} \delta_k \bar{S}_{N+1,j+s,k,j,p} (\bar{a}_{N+1,j+s} \bar{a}_{k,j} + \bar{b}_{N+1,j+s} \bar{b}_{k,j}) \right\}; \quad (10)$$

3) для  $n < s \leq 2n$  (добавки при вычислении  $\{\bar{b}_{n,m}\}_2, m = \bar{s} = s - n$ ):

$$dh_{n,s}^N = \frac{1}{4} \int_{-1}^{+1} \bar{P}_{n,\bar{s}}^2 dx \sum_{l=\max(0, \bar{s}-N-1)}^{\min(\bar{s}, N+1)} \sum_{k=\max(1, \bar{s}-l, |n-N-1|)}^{N+1} \delta_k \times \bar{S}_{N+1,l,k,\bar{s}-l,n} (\bar{a}_{N+1,l} \bar{b}_{k,\bar{s}-l} + \bar{b}_{N+1,l} \bar{a}_{k,\bar{s}-l}) +$$

$$+ \frac{1}{4} \sum_{j=0}^{\min(\lfloor \frac{2N+2-\bar{s}}{2} \rfloor, \max(0, N+1-\bar{s}))} \sum_{p=\max(\bar{s}, -\bar{s}+2j)}^{2N+2} \int_{-1}^{+1} \bar{P}_{p,\bar{s}+2j} \bar{P}_{n,\bar{s}} dx \times \left\{ \sum_{k=\max(1, \bar{s}+j, |N+1-p|)}^{N+1} \delta_k \bar{S}_{N+1,j,k,\bar{s}+j,p} (\bar{a}_{N+1,j} \bar{b}_{k,\bar{s}+j} - \bar{b}_{N+1,j} \bar{a}_{k,\bar{s}+j}) + \sum_{k=\max(1, j, |N+1-p|)}^{N+1} \delta_k \bar{S}_{N+1,j+\bar{s},k,j,p} (-\bar{a}_{N+1,j+\bar{s}} \bar{b}_{k,j} + \bar{b}_{N+1,j+\bar{s}} \bar{a}_{k,j}) \right\}. \quad (11)$$

В этих формулах используются обозначения:

$$\delta_k = \begin{cases} 1, & k \leq N, \\ \frac{1}{2}, & k = N + 1, \end{cases} \quad [p/2] = (p - p \bmod 2)/2 -$$

ближайшее целое от положительного числа  $p/2$ . Чтобы получить окончательные формулы для коэффициентов  $h_{n,s}$  ( $n = 0, \dots, 2N_{\max}, s = 0, \dots, 2n$ ), надо просуммировать все добавки  $dh_{n,s}^{(N)}$ , полученные при переходе от  $N$  к  $N + 1$ , начиная от минимального значения  $N_0 = [(n - 1)/2]$ , при котором появляется этот коэффициент, и до  $N_{\max} - 1$ , где  $N_{\max}$  — максимальный порядок исходного разложения (3). Отметим, что при  $n = 0$  формула (9) упрощается и дает известный результат

$$\{\bar{a}_{00}\}_2 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{nm}^2 + \bar{b}_{nm}^2) = \iint (h_s)^2 d\lambda d \sin \varphi.$$

Аналогично, используя (8), получаем коэффициенты  $\{\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}\}_3, n = 0, \dots, N + 2, m = 0, \dots, \min(n, N)$ , разложения функции  $h(\varphi, \lambda) \cdot \bar{P}_2(\sin(\varphi))$ , входящие в формулы (1), (2):

$$\{\bar{a}_{n,m}\}_3 = \sum_{k=\max(1, m, |n-2|)}^{\min(n+2, N)} \bar{S}_{2,0,k,m,n} \bar{a}_{k,m}; \quad (12)$$

$$\{\bar{b}_{n,m}\}_3 = \sum_{k=\max(1, m, |n-2|)}^{\min(n+2, N)} \bar{S}_{2,0,k,m,n} \bar{b}_{k,m}.$$

Численные значения коэффициентов в формулах (9)–(12) не превосходят по абсолютной величине 2.3.

Мы видим, что учет квадратичных членов от разложения рельефа степени  $N$  вносит дополнительный вклад в гармоники потенциала степени  $n = 0 \div 2N$ , причем величина этого вклада возрастает с ростом  $n$ . Вклад в нулевую гармонику свидетельствует об отличии среднего радиуса равновеликой сферы от среднего радиуса поверхности относимости для рельефа.

## Результаты и выводы

В работе были разработаны алгоритмы для последовательного получения формул, выражающих коэффициенты разложения по сферическим функциям квадрата некоторой функции от  $(x = \sin \varphi, \lambda)$ , заданной изначально в виде разложения по сферическим функциям, через коэффициенты этого исходного разложения. Окончательные формулы для численных расчетов были получены до значения  $N_{\max} = 9$  включительно, которые позволяют оценить вклад от учета квадратичных членов в стоксовы постоянные степени  $0 \div 18$ . Полученные результаты проиллюстрированы на примере вклада квадратичных членов в гравитационное поле Земли от масс рельефа и скачка плотности на  $M$ .

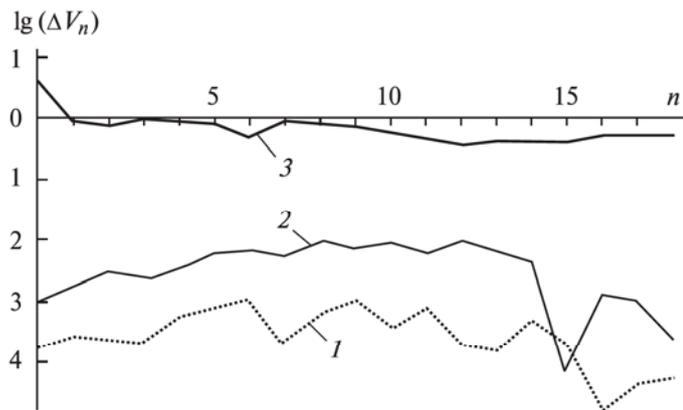


Рис. 1. Зависимость относительного среднеквадратичного вклада  $\Delta \bar{V}_n$  квадратичных членов во внешний гравитационный потенциал от степени разложения  $n$ : 1 — для масс рельефа; 2 — для скачка плотности на границе  $M$ ; 3 — суммарный вклад

На рис. 1 представлена зависимость от степени разложения  $n$  среднеквадратичного вклада как по отдельности для масс рельефа и скачка на  $M$ , так и суммарного вклада:  $\Delta \bar{V}_n = (\bar{V}_n - (\bar{V}_n)_1) / (\bar{V}_n)_1 = (\sqrt{D_n} - \sqrt{(D_n)_1}) / \sqrt{(D_n)_1}$ , где  $D_n = \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{nm}^2 + \bar{b}_{nm}^2)$ , индекс 1 соответствует линейному приближению. Из рисунка видно, что вклад квадратичных членов от скачка на  $M$  на порядок выше вклада от рельефа, а суммарный вклад примерно того же порядка малости, что и линейный вклад для гармоник  $n = 1 \div 9$ , и несколько уменьшается (примерно в два раза) лишь для гармоник, соответствующих неполной изостатической компенсации рельефа на  $M$  ( $n = 6, 10 \div 18$ ). Вклад квадратичных членов для внутреннего поля для  $n > 1$  по абсолютной величине мало отличается от вклада во внешнее поле и противоположен по знаку (для потенциала), что видно из сравнения формул (1) и (2). Отметим, что для силы притяжения вклад квадратичных членов во внешнюю и внутреннюю

силу притяжения одинаков по знаку и отличается лишь множителями  $(n+1)(n+2)$  для внешнего поля и  $n(n-1)$  для внутреннего. Вклад же линейных членов и членов, учитывающих эллипсоидальность, противоположен по знаку для внешней и внутренней силы притяжения (в отличие от потенциала, для которого эти вклады одинаковы по знаку).

На рис. 2 представлена гистограмма распределения относительного вклада в стоксовы постоянные от суммы квадратичных членов для масс рельефа (r) и скачка плотности на  $M$ :

$$\delta_{nm} = \left| \frac{n+2}{2} \left\{ \begin{matrix} a_{nm}^r + K a_{nm}^M \\ b_{nm}^r + K b_{nm}^M \end{matrix} \right\}_2 / \left\{ \begin{matrix} a_{nm}^r + K a_{nm}^M \\ b_{nm}^r + K b_{nm}^M \end{matrix} \right\}_1 \right|,$$

где  $K \approx 0.115$ . Как видно из рисунка, квадратичный вклад для нескольких коэффициентов превышает линейный вклад ( $\delta_{nm} > 1$ ) (для  $\bar{C}_{7,1}$ ,  $\bar{C}_{11,1}$ ,  $\bar{D}_{11,6}$ ,  $\bar{C}_{12,0}$ ,  $\bar{C}_{13,6}$ ), а в основном ( $\approx 57\%$ )  $\delta_{nm} > 0.01$ , что весьма существенно при современной точности определения Стоксовых постоянных.

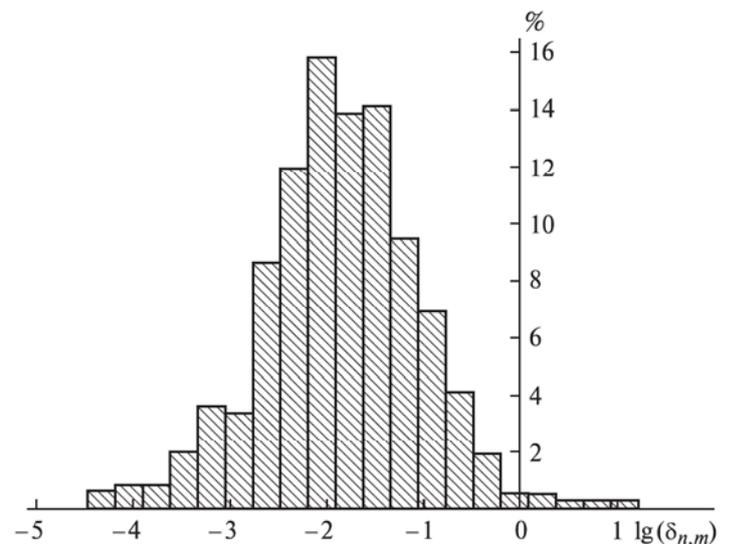


Рис. 2. Гистограмма распределения относительного вклада в стоксовы постоянные от суммы квадратичных членов для масс рельефа и скачка плотности на  $M$

На рис. 3, 4 представлены карты суммарного вклада в аномалии внешней силы притяжения на земном эллипсоиде при линейном приближении (рис. 3) и для квадратичных членов (рис. 4) (разложение степени  $N = 18$ , эллипсоидальный член отсутствует). Как видно из рисунков, линейный вклад в основном коррелирует с высотами рельефа или с глубинами  $M$ , т.е. положителен для материков и отрицателен для океанов. Вклад квадратичных членов коррелирует с квадратами  $h_M^2$ ,  $h_T^2$ , т.е. положителен везде, причем по порядку величины сравним с линейным вкладом. Поэтому, используя лишь линейное приближение при интерпретации гравитационных аномалий, можно получить непра-

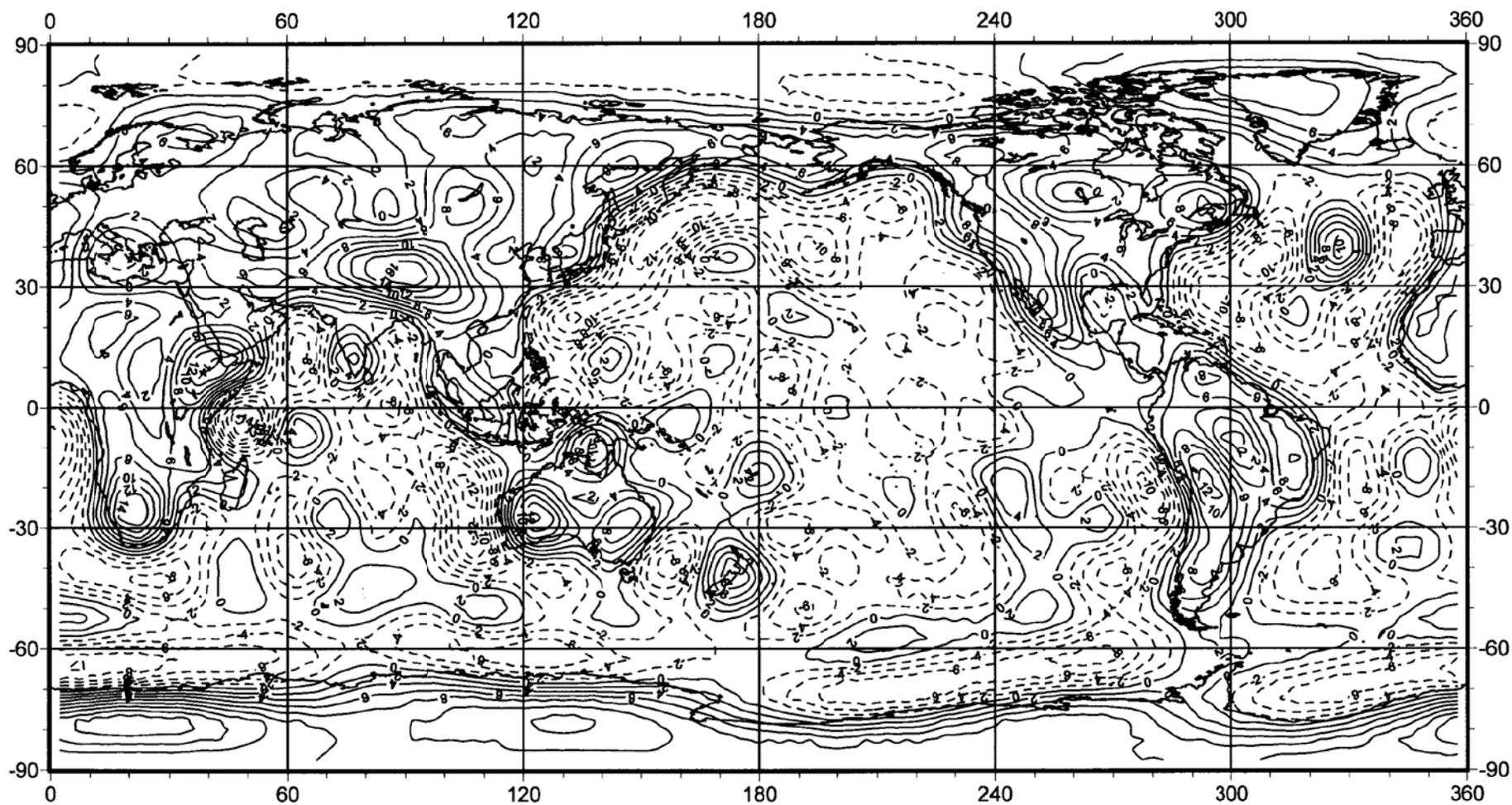


Рис. 3. Линейный вклад в гравитационные аномалии на земном эллипсоиде от изостатически уравновешенной коры. Сечение изолиний 2 мГал. Диапазон изменений  $-17 \div 18$  мГал

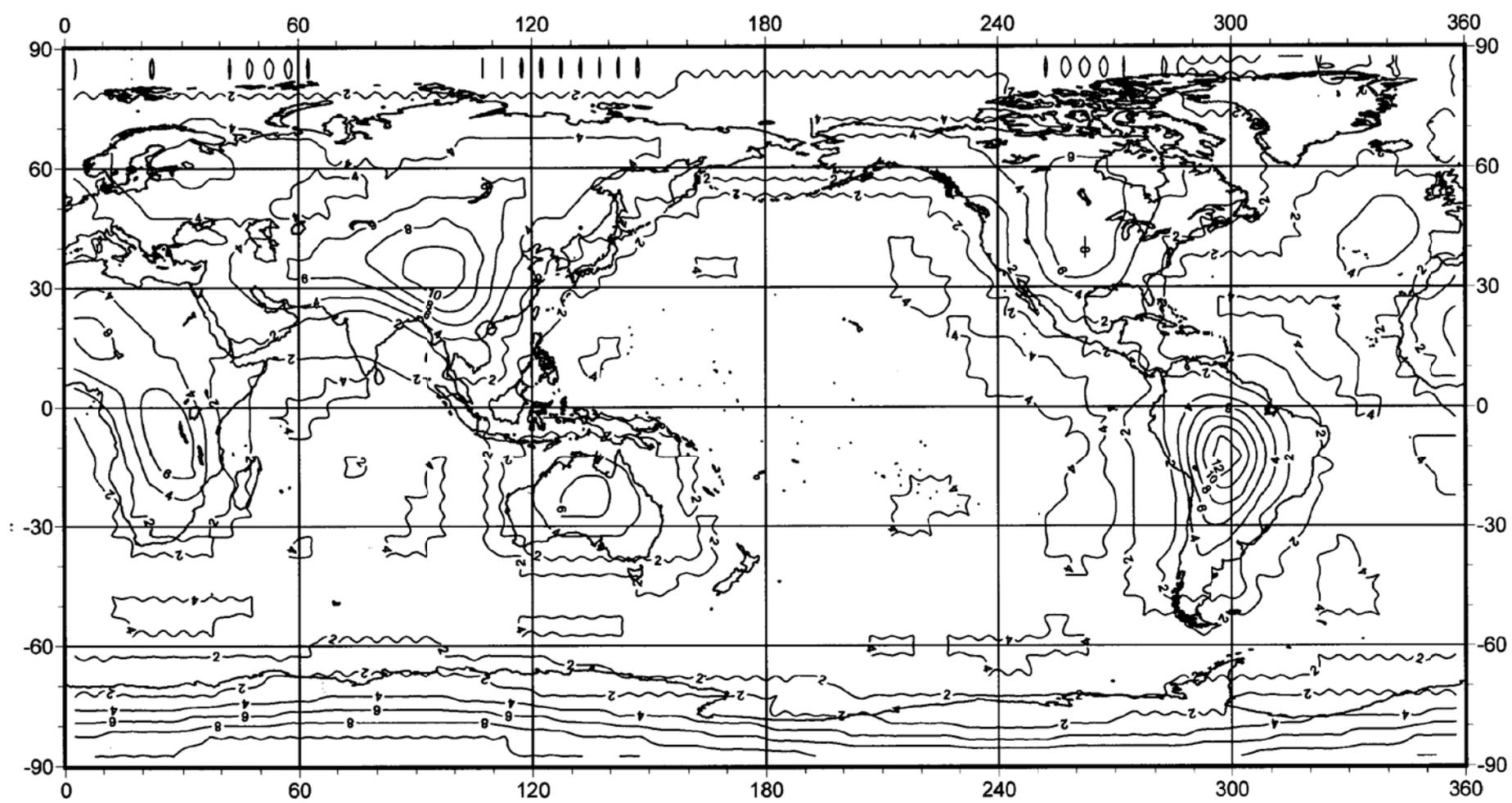


Рис. 4. Вклад квадратичных членов в гравитационные аномалии на земном эллипсоиде от масс рельефа и скачка плотности на М. Сечение изолиний 2 мГал. Среднее значение 3.3 мГал, максимальное значение 13 мГал

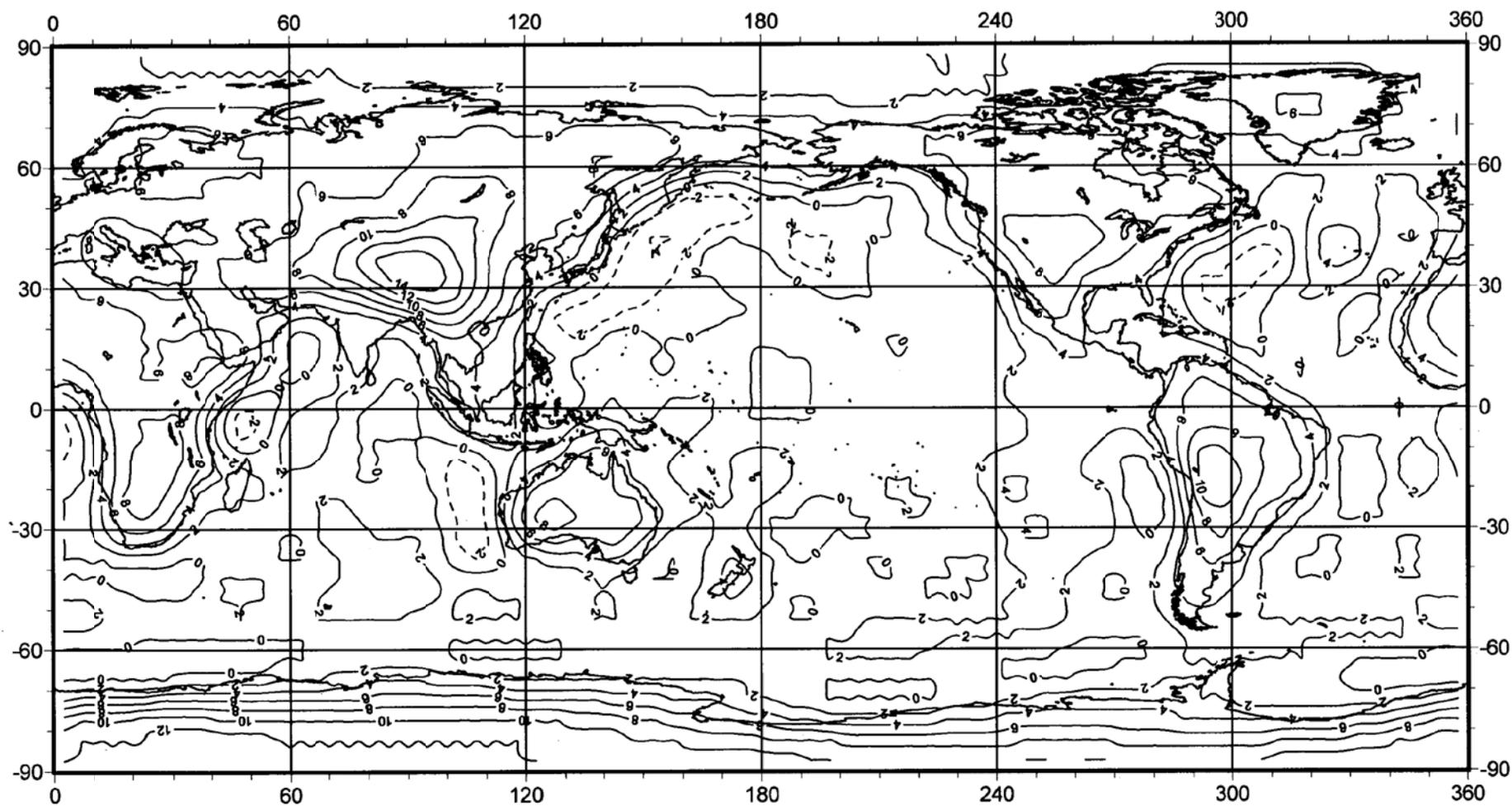


Рис. 5. Общий вклад (линейный + квадратичный) в гравитационные аномалии на высоте 500 км от изостатически уравновешенной коры. Сечение изолиний 2 мГал. Диапазон изменений  $-4 \div 16$  мГал. Среднее значение 2.8 мГал, максимальное значение для квадратичного вклада 7 мГал

вильные оценки вклада границ коры в гравитационное поле Земли, а также неправильные оценки степени корреляции этих границ с гравитационными аномалиями.

Особенно заметен вклад квадратичных членов в спутниковой зоне, где он по абсолютной величине может даже превосходить линейный вклад для некоторых регионов. На рис. 5 представлена карта общего вклада линейных и квадратичных членов в аномалии силы притяжения на высоте около 500 км (относительно эллипсоида, подобного земному). Как видно из сравнения рис. 3 и рис. 5, для некоторых регионов общий вклад противоположен по знаку линейному вкладу, что может значительно исказить характер интерпретации спутниковых данных.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 04-02-16681).

## Литература

1. Чуйкова Н.А., Максимова Т.Г. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2005. № 4. С. 64 (Moscow University Phys. Bull. 2005. N 4. P. 76).
2. Чуйкова Н.А., Максимова Т.Г. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. № 2. С. 39.
3. Дубошин Г.Н. Теория притяжения. М., 1961.
4. Чуйкова Н.А., Насонова Л.П., Максимова Т.Г. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. № 4. С. 48.
5. Виленкин И.Я. Специальные функции и теория представления групп. М., 1965.

Поступила в редакцию  
17.11.06