

## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 535.317:621.378

ОСОБЕННОСТИ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ОПТИЧЕСКИХ  
РЕШЕТКАХ ФИБОНАЧЧИ

Н. В. Грушина, П. В. Короленко, С. Н. Маркова

(кафедра оптики и спектроскопии)

E-mail: korolenko@optics.npi.msu.su

Рассмотрены характеристики дифракционных решеток, в основу построения которых положены геометрические свойства одномерных квазикристаллов. Установлено, что положение дифракционных пиков обладает высокой степенью устойчивости к разнообразным возмущениям структуры решетки при условии сохранения закономерности чередования ее отдельных элементов. При этом остается неизменным фрактальный характер дифракционной картины, геометрия которой отражает принцип золотого сечения.

Обнаружение квазикристаллов [1], характеризующихся дальним порядком, но не обладающих периодичностью, стало одним из важнейших открытий второй половины XX в. Уникальные свойства квазикристаллов широко используются при создании разнообразных наноструктурированных объектов, таких, например, как фотонные кристаллы [2]. Геометрическая структура одномерных квазикристаллов положена в основу построения оптических решеток, получивших название дифракционных решеток Фибоначчи (ДРФ). В работах, посвященных изучению ДРФ [3–5], были установлены важные свойства, отличающие их от обычных решеток. Однако в литературе не нашел отражение вопрос об устойчивости характеристик волн, прошедших ДРФ, к изменению параметров решеток. Решение этого вопроса определило цель данной работы.

Для построения ДРФ воспользуемся выражением, которое определяет положение атомов в одномерных квазикристаллах [3–5]:

$$x_n = (n + \alpha + h \operatorname{ceil}(hn + \beta))l. \quad (1)$$

Здесь  $x_n$  — координата  $n$ -го атома, нормированная на минимальное межатомное расстояние;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $l$  — произвольные параметры; величина  $h$  равна коэффициенту золотого сечения  $h = \frac{2}{1+\sqrt{5}} \approx 0.618$ ,  $\operatorname{ceil}(y)$  — наименьшее целое, большее или равное вещественному числу  $y$ . Размеры отдельных элементов дифракционных решеток (например, ширина щелей в амплитудной решетке или высота штрихов в фазовой решетке) определяются исходя из соотношения  $d_n = x_{n+1} - x_n$ . Чередование размеров  $d_n$  (в относительных единицах) показано на рис. 1.

Пошаговое построение решетки с подобным изменением размеров отдельных элементов может быть произведено с использованием схемы, показанной в таблице. Эта схема указывает на возмож-

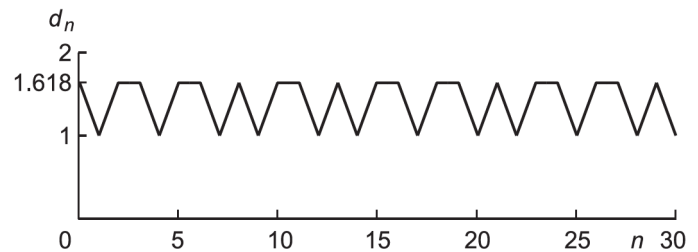


Рис. 1. Изменение размеров отдельных элементов ДРФ

## Пошаговое построение ДРФ

Первый шаг	$S_1 =  L $
Второй шаг	$B_2 =  LS $
Третий шаг	$B_3 =  LS  \langle L $
Четвертый шаг	$B_4 =  LSL  \langle LS $
.....	.....
Шаг $r$	$B_r =  S_{r-1}  \langle S_{r-2} $

ность построения ДРФ путем последовательного объединения блоков  $B_r$  ( $r = 1, 2, 3, \dots$ ), состоящих из элементов с большими ( $L$ ) и малыми ( $S$ ) размерами. Указанная схема отражает закономерность, лежащую в основе построения числовой последовательности Фибоначчи. Эта последовательность имеет вид 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; .... В ней каждое число, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих. Примечательно, что в ДРФ, построенной на основе указанной закономерности, отношение элементов с малыми размерами к числу элементов с большими размерами равно коэффициенту золотого сечения  $h$ .

Для того чтобы определить, существует ли некоторая общая закономерность, обуславливающая структуру поля дифракции волн на амплитудных

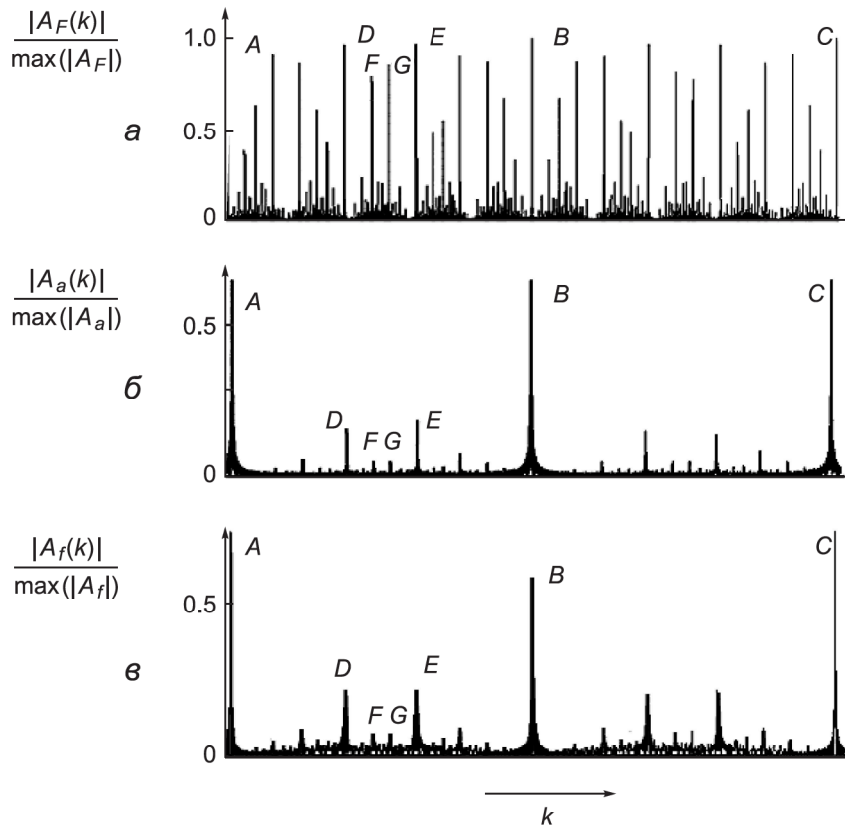


Рис. 2. Фурье-преобразование структуры одномерного квазикристалла (а) и положение дифракционных пиков на амплитудной (б) и фазовой (в) решетках. Величина дифракционных пиков нормирована на их максимальную высоту

и фазовых ДРФ, соответствующие распределения амплитуд волн  $A_a(k)$  и  $A_f(k)$  по пространственным частотам  $k$  в дальней зоне были сопоставлены с функцией  $A_F(k)$ , получающейся в результате преобразования Фурье одномерной квазипериодической структуры (1). Представленные на рис. 2 графики наряду с зависимостью  $A_F(k)$  характеризуют положение дифракционных пиков, относящихся соответственно к плоской амплитудной решетке и фазовой решетке пропускательного типа с прямоугольным профилем штрихов. Считалось, что размеры щелей амплитудной решетки соответствовали последовательности  $d_n$  при неизменном размере непрозрачной зоны  $a$ , а дополнительные фазовые набег на  $n$ -й ступеньке фазовой решетки принимались равными  $\varphi_n = p \frac{d_n}{\min\{d_n\}}$  ( $p$  — дополнительный набег фазы на ступеньке с минимальной высотой). Расчеты проводились посредством суммирования амплитуд волн, претерпевших дифракцию на отдельных элементах рассматриваемых структур:

$$A_F(k) = A \sum_{n=0}^N \exp \left\{ -i 2\pi s \left( k - \frac{K+1}{2} \right) x_n \right\}, \quad (2)$$

$$A_a(k) = A \sum_{n=0}^N \frac{d_n}{\min\{d_n\}} \operatorname{sinc} \left[ d_n s \left( k - \frac{K+1}{2} \right) \right] \times$$

$$\times \exp \left\{ -i 2\pi s \left( k - \frac{K+1}{2} \right) D_n \right\}, \quad (3)$$

$$A_f(k) = A \operatorname{sinc} \left[ d_0 s \left( k - \frac{K+1}{2} \right) \right] \times \\ \times \left[ \sum_{n=0}^N \exp \left\{ -i \left[ 2\pi s \left( k - \frac{K+1}{2} \right) D_n + p \frac{d_n}{\min\{d_n\}} \right] \right\} + \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^N \exp \left\{ -i 2\pi s \left( k - \frac{K+1}{2} \right) (D_n - d_0) \right\} \right]. \quad (4)$$

Здесь  $N$  — число элементов в решетке,  $0 \leq k \leq K$ ,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $A, s$  — масштабирующие множители,  $D_n$  определяет положение центра  $n$ -го элемента ДРФ. Для амплитудной решетки  $D_n = \left[ \sum_{m=0}^n (d_m + a) \right] - \frac{d_n}{2}$ , для фазовой  $D_n = d_0 \left( 2n + \frac{3}{2} \right)$ .

Графики на рис. 2, б, в соответствуют амплитудной решетке, у которой размеры щелей много меньше размеров непрозрачных зон, и фазовой решетке с одинаковыми по ширине ступеньками, высота которых меняется в соответствии с принципом Фибоначчи (параметр  $p$  выбирался равным  $\pi/2$ ). Для удобства сравнения положения главных дифракционных максимумов совмещены.

Из приведенных рисунков видно, что, несмотря на некоторые расхождения в интенсивности дифрак-

ционных максимумов, их положение одинаково во всех трех случаях. Наиболее важным свойством картин дифракции является реализация принципа золотого сечения при формировании свойственных решеткам Фибоначчи дополнительных максимумов. Так, дополнительные максимумы  $D$  и  $E$  делят в соответствии с золотым сечением расстояние между главными максимумами  $A$  и  $B$ . Дополнительные максимумы  $F$  и  $G$  находятся в точках золотого сечения между максимумами  $D$  и  $E$  и т.д. Хорошо видно, что картины полей дифракции имеют четко выраженный фрактальный характер. Структура дифракционных максимумов в интервале  $A-B$  подобна структуре максимумов в интервалах  $D-E$ ,  $F-G$ , а также в других более малых интервалах. Такое расположение максимумов обладает высокой степенью устойчивости. Выполненные расчеты полей дифракции на ДРФ с другими размерами и конфигурацией отдельных элементов показали, что и для них сохраняется указанная выше закономерность расположения дифракционных пиков при условии выполнения принципа Фибоначчи для чередования двух типов элементов решеток. При этом не имело значения, соответствовало ли отношение минимальных и максимальных размеров элементов ДРФ коэффициенту золотого сечения  $h$  или нет.

Расчеты показывают, что характерные для ДРФ особенности распределения амплитуды световых ко-

лебаний в поле дифракции устойчиво проявляются и при изменении в широких пределах расстояния  $z$  от ДРФ до плоскости, в которой рассматривается картина дифракции. Формирующиеся уже на расстояниях  $z < \frac{2\pi}{\lambda}L^2$  от ДРФ размера  $L$  дифракционные максимумы, хотя и обладают значительной шириной, расположены в точках золотого сечения, что соответствует тому же принципу расположения максимумов, что и на рис. 2. В этом можно убедиться, анализируя ход графиков на рис. 3, которые определяют структуру поля дифракции на ДРФ с бесконечно узкими щелями. Эти графики рассчитывались по формуле

$$A(x) = A \sum_{n=0}^N \frac{1}{\sqrt[4]{(x-x_n)^2+z^2}} \times \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(x-x_n)^2+z^2} \right\}. \quad (5)$$

Стоящее под знаком суммы выражение определяет координатную часть выражения для амплитуды элементарной цилиндрической волны, распространяющейся от щели с координатой  $x_n$ . Считалось, что  $N = 78$ ,  $\lambda = 10^{-2}(x_2 - x_1)$ . На рис. 3 размеры решетки соответствуют области изменения координаты по поперечной координате  $x$  от 0 до 110.

В ходе исследований было уделено внимание оценке степени устойчивости картин дифракции

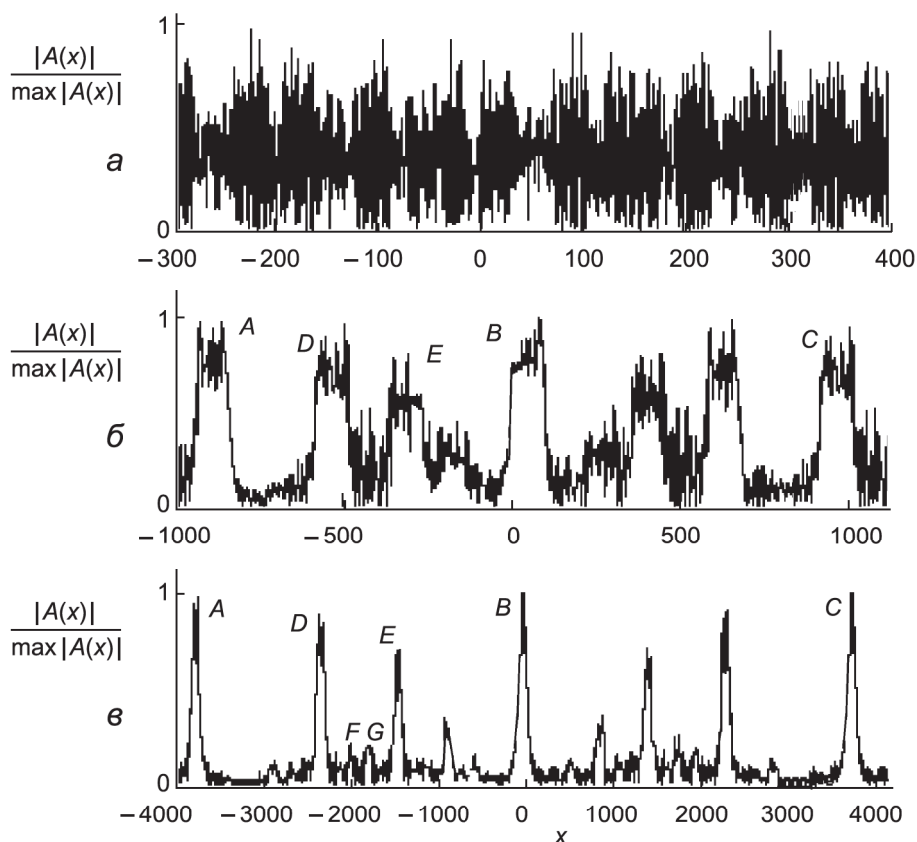


Рис. 3. Структура поля дифракции на разных расстояниях от решетки:  $z = 10\,250$  (а);  $25\,000$  (б) и  $200\,000$  (в)

света на решетках Фибоначчи к различным случайным возмущениям их структуры. Использовались два варианта рандомизации характеристик решеток. При первом производилось случайное «перемешивание» положения определенной части образующих элементов решетки (например, щелей амплитудной решетки); при другом осуществлялось смещение в некотором диапазоне по случайному закону каждого из элементов решетки. Произведенные расчеты показали, что структура поля дифракции обладает высокой степенью устойчивости к возмущениям. Даже в тех случаях, когда высота дифракционных пиков оказывалась сопоставимой с уровнем шумов, их положение практически не изменялось.

Уникальные свойства ДРФ и высокая степень устойчивости их дифракционных характеристик указывают на возможность их использования для расширения элементной базы оптических устройств.

В частности, они могут найти применение в волноводных лазерах, в которых распределенная обратная связь достигается при помощи дифракционных решеток, совмещенных со стенками волновода.

#### Литература

1. Shechtman D., Blech I., Gratias D., Cahn J.W. // Phys. Rev. Lett. 1984. **53**. P. 1951.
2. Калитеевский М.А., Николаев В.В., Абрам Р.А., Бранд С. // Оптика и спектроскопия. 2001. **91**. С. 120.
3. Levine D., Steinhardt P.J. // Phys. Rev. 1986. **B34**. P. 596.
4. Socolar J.E.S., Steinhardt P.J. // Phys. Rev. 1986. **B34**. P. 617.
5. Yuvaraj Sah, Ranganath G.S. // Opt. Commun. 1995. **114**. P. 18.

Поступила в редакцию  
23.05.2007