

УДК 681.7.068

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЕДУЩИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ДВУМЕРНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

А. Н. Боголюбов, И. А. Буткарев, Ю. С. Дементьева

(кафедра математики)

E-mail: butkarev@phys.msu.ru

Построена математическая модель нелинейных двумерных волноведущих систем на основе фотонных кристаллов. Используемые при этом численные методы — метод конечных разностей во временной области (FDTD), метод TF/SF и метод идеально согласованного слоя (PML) — позволяют применять построенный численный алгоритм к исследованию и других двумерных волноведущих систем. Приводятся результаты моделирования элементов конкретных волноведущих систем.

1. Фотонные кристаллы

В конце 80-х годов прошлого века была впервые предложена концепция фотонных кристаллов (ФК) [1].

Фотонные кристаллы — это оптические материалы, для которых характерны следующие два свойства: во-первых, их диэлектрическая проницаемость меняется периодически с периодом, сравнимым с длиной волны света, и, во-вторых, в спектре собственных электромагнитных состояний кристалла существуют полные запрещенные зоны, связанные с периодичностью кристалла.

Второе свойство отличает ФК от обычной дифракционной решетки. Оно означает, что в определенном спектральном диапазоне свет любой поляризации не может распространяться в ФК ни в каком направлении в одном, двух или трех измерениях. Благодаря наличию полной запрещенной зоны в плотности электромагнитных состояний в заданной области частот ФК предоставляют новые возможности управления световыми потоками. Внешение искажений в структуру кристалла позволяет создавать различные устройства, например волноводы, резонаторы, фильтры, разветвители и др. [2–6]. Данное свойство ФК позволяет применять их в технике оптической связи, физике лазеров и многих других областях.

Целью настоящей работы является разработка эффективного алгоритма решения прямой задачи расчета двумерных линейных и нелинейных ФК для последующего включения его в качестве блока алгоритма решения задачи синтеза таких сред. Существенным моментом является оптимальная комбинация FDTD метода с методом PML ограничения области и TF/SF методом для возбуждения рассматриваемой системы. Настоящая статья является развитием работы [7], где было рассмотрено моделирование линейных ФК.

2. Численный алгоритм

В настоящей работе рассматривается нелинейный двумерный ФК, диэлектрическая проницаемость в котором периодически меняется в двух направлениях. ФК представляет собой набор диэлектрических стержней, расположенных в узлах прямоугольной решетки с шагом h_2 . Толщина стержней равна h_1 , а диэлектрическая проницаемость — ε_2 (рис. 1).

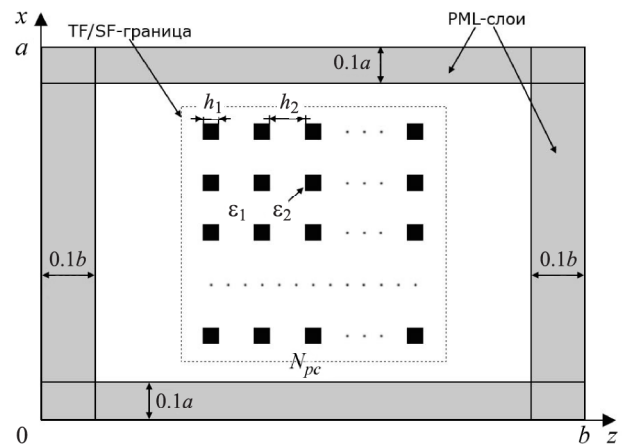


Рис. 1. Схема расчетной области

Распространение электромагнитного поля в таком кристалле описывается уравнениями Максвелла. Для их решения используется FDTD-метод [8], который позволяет явно выразить значения компонент электромагнитного поля на следующем временном слое через значения на текущем слое. С помощью FDTD-метода вычисляются значения вектора напряженности магнитного поля H и вектора электрического смещения D . Вектор напряженности электрического поля E нелинейно зависит от вектора электрического смещения D :

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E + 4\varepsilon_0 \chi^{(3)} E^3.$$

Это уравнение решается итерационным методом Ньютона, в котором в качестве нулевого приближения берется значение E в предшествующий момент времени.

Для ограничения области, в которой решается задача, используются поглощающие граничные условия, реализованные в настоящей работе с помощью метода идеально согласованного слоя — PML-метода (Perfectly Matched Layer) [9].

Для возбуждения волноведущей системы используется метод TF/SF (total field/scattered field) [10]. Данный метод состоит в разделении расчетной области на две подобласти: область общего поля и область рассеянного поля. Так как уравнения Максвелла линейные, то электромагнитное поле можно представить в виде суммы падающего и рассеянного полей. В области рассеянного поля рассматривается только рассеянное поле, а в области общего — рассеянное и падающее. На границе между этими областями ставятся специальные граничные условия. Задавая падающее поле определенным образом, можно рассматривать рассеяние электромагнитных волн на объекте, расположенном в области общего поля. Падающее поле можно получить, например, решая вспомогательную одномерную задачу, возбуждение которой осуществляется заданным током. Применение этого метода позволяет значительно сократить вычислительные затраты.

В настоящей работе возбуждение поля осуществляется при помощи заданного тока следующего вида:

$$j(x, t) = \exp\left(\frac{\pi(f_{\max} - f_{\min})}{5}t - 2\right) \sin(\omega t) \sin \frac{\pi x}{a},$$

где $a = h_1 + h_2$, $\omega = \pi(f_{\max} + f_{\min})$, f_{\max} , f_{\min} — изменяемые параметры.

Вычислив спектры падающего и прошедшего полей, можно сразу определить спектральные свойства волноведущей системы в определенном диапазоне частот, что является существенным преимуществом по сравнению с рассмотрением данной задачи в частотной области.

3. Нелинейные фотонные кристаллы

Построенный алгоритм был применен для исследования нелинейных ФК. Рассматривается нелинейность среды третьего порядка, когда $D = \varepsilon_0 \varepsilon E + 4\varepsilon_0 \chi^{(3)} E^3$. Параметры среды выбирались следующим образом: диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, диэлектрическая проницаемость кристалла $\varepsilon_2 = 12.25 \varepsilon_0$, параметр нелинейности $\chi^{(3)} = 1.5 \cdot 10^{-17} \text{ м}^2/\text{В}^2$, данное значение соответствует материалу AlGaAs. Параметры разностной сетки брались следующими: шаг по пространственным переменным $h_x = h_z = \frac{1}{12}(h_1 + h_2)$, шаг по времени $\tau = 0.7/c \sqrt{\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_z^2}}$, где c — скорость света в вакууме.

При рассмотрении прохождения электромагнитного импульса через нелинейный ФК наблюдаются различные эффекты.

Например, одним из известных эффектов [11] является следующий: после прохождения электромагнитного импульса с частотой f через нелинейный ФК в спектре рассеянного поля появляются волны с частотами $3f$, $5f$ и т.д. На рис. 2 изображена зависимость интенсивностей падающего и рассеянного полей в зависимости от частоты. Спектр падающего импульса меняется в частотной области $f = (0.15 \div 0.19) \frac{c}{a}$, а в спектре рассеянного поля наблюдаются волны с частотами $f = 0.165 \frac{c}{a}$, $f = 0.49 \frac{c}{a}$, $f = 0.82 \frac{c}{a}$, где $a = h_1 + h_2$, c — скорость света в вакууме.

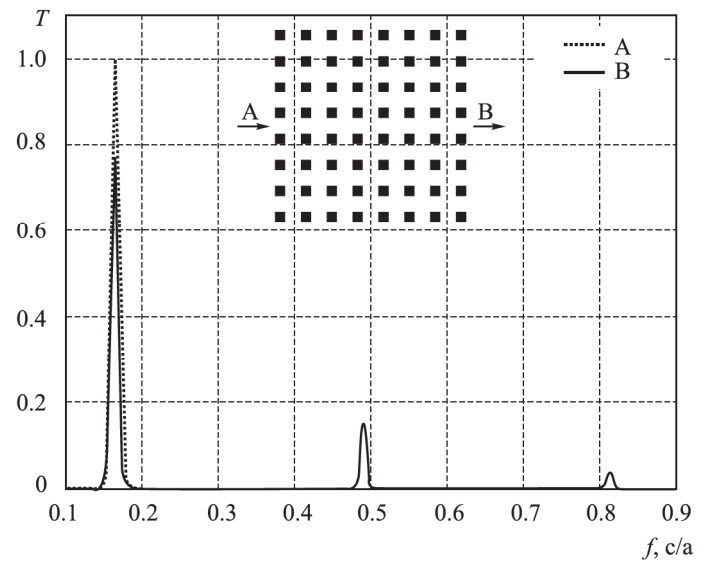


Рис. 2. Зависимость интенсивностей падающего и рассеянного полей в зависимости от частоты

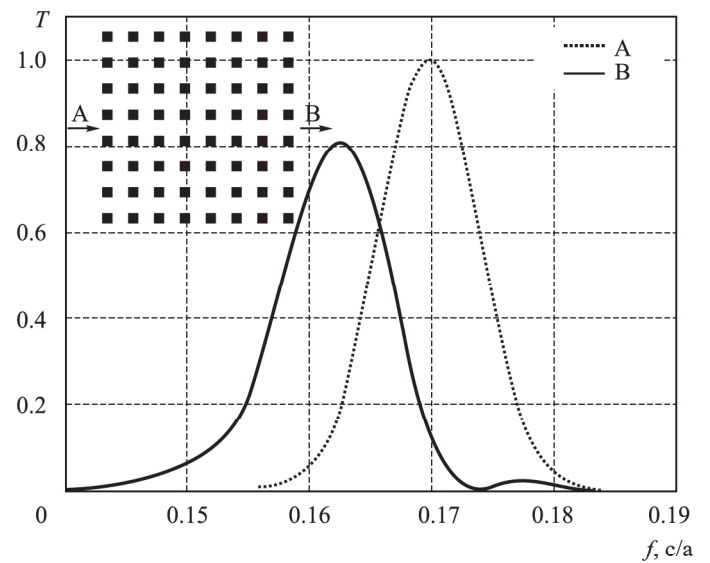


Рис. 3. Результаты расчетов прохождения электромагнитного импульса через нелинейный фотонный кристалл

Еще одним эффектом, наблюдаемым в нелинейных ФК, является смещение частоты: после прохождения электромагнитного импульса через нелинейный ФК наблюдается смещение частоты импульса в сторону ее уменьшения. На рис. 3 изображены результаты расчетов прохождения электромагнитного импульса с частотой $f = (0.14 \div 0.19) \frac{c}{a}$ через такой кристалл. Видно, что рассеянное поле имеет смещенный спектр.

4. Волноведущие системы, основанные на нелинейных фотонных кристаллах

Благодаря наличию у ФК запрещенных зон можно создавать на их основе различные волноведущие системы. Коэффициент пропускания таких волноведущих систем, основанных на нелинейных ФК, зависит от величины падающего поля.

Рассмотрим волноведущую систему, изображенную на вставке рис. 4. Система представляет собой ФК, толщина стержней которого равна h . Часть стержней имеет уменьшенную толщину $h/3$, а центральный стержень увеличенную толщину $5h/3$.

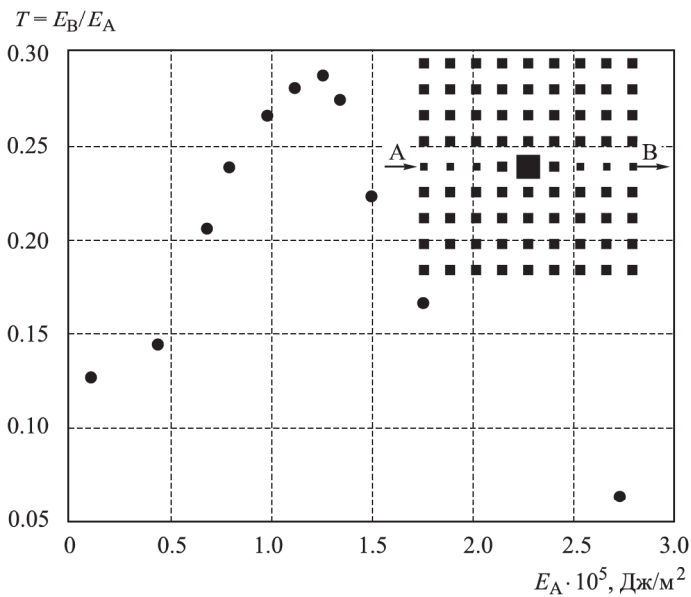


Рис. 4. Зависимость коэффициента пропускания от энергии падающего импульса. На вставке изображена структура рассматриваемой волноведущей системы

В численном эксперименте было исследовано прохождение электромагнитного импульса с частотой, лежащей в диапазоне запрещенной зоны соответствующего ФК, через эту волноведущую систему. Была исследована зависимость коэффициента пропускания от энергии падающего импульса. Коэффициент пропускания рассчитывался как отноше-

ние энергий прошедшего и падающего полей:

$$T = \frac{E_B}{E_A} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P_B dt}{\int_{-\infty}^{\infty} P_A dt},$$

где P_A, P_B — мощности падающего и прошедшего полей.

При увеличении энергии падающего импульса до определенного значения коэффициент пропускания увеличивается, а при дальнейшем увеличении начинает уменьшаться. Эта зависимость изображена на рис. 4.

Аналогичным образом была исследована зависимость коэффициента пропускания от энергии падающего импульса для волноведущей системы, изображенной на рис. 5. Эта система представляет собой фотонно-кристаллический волновод, у которого изменены размеры одного из стержней ($2h \times 0.5h$). При увеличении энергии падающего импульса коэффициент пропускания уменьшается до определенного значения и при дальнейшем увеличении растет (рис. 5). Эта зависимость является следствием нелинейности среды. Подбирая параметры этой волноведущей системы можно смоделировать волновод, который будет либо отражать падающий импульс, либо пропускать его. Минимальные и максимальные значения коэффициента пропускания системы определяются фотонной структурой кристалла.

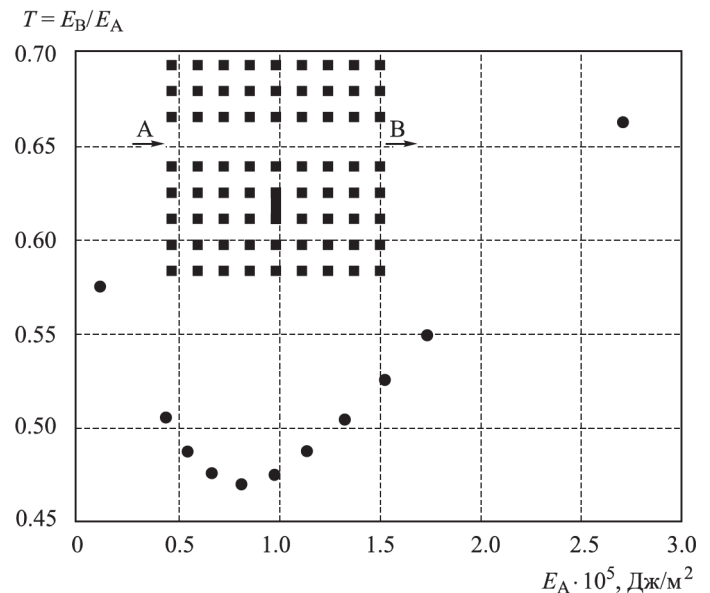


Рис. 5. Зависимость коэффициента пропускания от энергии падающего импульса для волноведущей системы с примыкающим резонатором

Заключение

Построенный численный алгоритм позволяет рассчитывать различные нелинейные волноведущие системы, в частности системы, основанные на ФК.

Применение комбинации PML и TF/SF методов дает возможность существенно сократить вычислительные затраты за счет уменьшения расчетной области. Рассмотрение задачи во временной области позволяет сразу получить характеристики волноведущей системы в определенном диапазоне частот, определяемом спектром падающих волн.

Полученные численные результаты показывают, что ФК являются очень удобными объектами для управления распространением света. ФК позволяют существенно уменьшить размеры устройств, управляющих распространением электромагнитных волн, и являются перспективными объектами для применения в интегрально оптических устройствах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 06-01-00146).

Литература

1. *Yablonovitch E.* // Phys. Rev. Lett. 1987. **58**. P. 2059.

2. *Fan S., Villeneuve P.R., Joannopoulos J.D., Haus H.A.* // Optics Express. 1998. **3**, N 1. P. 4.
3. *Bayindir M., Ozbay E.* // Optics Express. 2002. **10**, N 22. P. 1279.
4. *Wang Z., Fan S.* // Phys. Rev. E. 2003. **68**. P. 066616.
5. *Harbers R., Moll N., Mahrt R.F. et al.* // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2005. **7**. P. S230.
6. *Cowan B.M.* // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2003. **6**. P. 101301.
7. *Боголюбов А.Н., Буткарев И.А., Дементьева Ю.С.* // ЖРЭ (jre.cplire.ru). 2006. № 11.
8. *Taflove A., Hagness S.C.* Computational Electrodynamics. Norwood, MA, 2000.
9. *Berenger J.-P.* // J. Comput. Phys. 1996. **127**. P. 363.
10. *Anantha V., Taflove A.* // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2002. **50**, N 10. P. 1337.
11. *Baba T., Iwai T.* // Japan. J. Appl. Phys. 2003. **42**. N 4A. P. 1603.

Поступила в редакцию
06.06.2007