

УДК 537.591.15

РАСЧЕТ ФУНКЦИЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕРЕНКОВСКОГО СВЕТА ШАЛ В РАМКАХ МНОГОУРОВНЕВОЙ СХЕМЫ

Л. Г. Деденко, Т. М. Роганова, Г. Ф. Фёдорова, Д. А. Подгрудков,
Г. П. Шозиёв

(кафедра общей физики; НИИЯФ)

E-mail: ddn@dec1.sinp.msu.ru

Предлагается новая методика вычисления функций пространственного распределения черенковского света в широких атмосферных ливнях сверхвысоких энергий. Показано, что результаты вычислений хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Введение

Одной из основных задач физики космических лучей является определение их спектра в области сверхвысоких энергий. Частицы таких энергий регистрируются по индуцируемым ими широким атмосферным ливням (ШАЛ). Одной из компонент ШАЛ является излучение Вавилова–Черенкова (ИВЧ). ИВЧ — излучение среды, вызванное прохождением через нее заряженной частицы со скоростью превышающей фазовую скорость света в этой среде. Интенсивность ИВЧ, определяемая формулой Тамма–Франка

$$\frac{dN}{dLd\lambda} = 2\pi\alpha Z^2 \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda)}\right) \frac{1}{\lambda^2}, \quad (1)$$

достаточно высока (порядка 40 фотонов на метр траектории частицы с $Z = 1$ в интервале длин волн 350–750 нм в воздухе при нормальных условиях). Это обстоятельство позволяет детектировать ШАЛ по их ИВЧ. Свойства ИВЧ хорошо изучены. Поскольку черенковская компонента ШАЛ слабо зависит от модели взаимодействия адронов при высоких энергиях, то ИВЧ можно использовать для абсолютной калибровки энергии ШАЛ. Далее ИВЧ будем называть черенковским светом.

1. Метод расчета

Для расчета функций пространственного распределения черенковского света (ФПРЧС) в ШАЛ существует несколько методик: численные решения транспортных уравнений, численные расчеты прямым методом Монте-Карло, методом Монте-Карло с применением процедуры весов [1], методом гибридных схем [2]. Прямой расчет требует чрезвычайно больших ресурсов. Процедура весов, предложенная А. М. Хилласом, — алгоритм, уменьшающий число реально просчитываемых частиц путем объединения нескольких частиц в одну, но с большим весом. Вес частицы выбирается так, чтобы выпол-

нялся закон сохранения энергии, т. е.

$$w_i = \frac{\sum_j E_j}{E_i},$$

где E_j — энергия «объединяемых» частиц, E_i — энергия оставшейся частицы. Основным параметром алгоритма является параметр ε — отношение минимальной энергии частиц E_{thin} , после которой становится активным алгоритм (до этого все частицы просчитываются и их вес равен единице), к энергии первичной частицы E_0 : $\varepsilon = E_{\text{thin}}/E_0$.

Эта процедура сокращает время счета, но приводит к появлению искусственных флуктуаций. Уменьшение искусственных флуктуаций требует набора статистики, что связано с увеличением времени счета [3]. Кроме того, усреднение сглаживает физические флуктуации и не позволяет рассчитывать индивидуальные события. Альтернативой является применение гибридных схем счета, т. е. использование методов Монте-Карло совместно с численными схемами счета. Такой подход позволяет сократить время счета и сохранить требуемую точность вычислений для расчетов характеристик индивидуальных событий [4].

Для расчетов была использована модернизированная многоуровневая схема [5], сведенная к четырём пунктам:

- 1) получение функций источника электронов и гамма-квантов с энергиями ниже пороговой E_{thr} от частиц сверхвысоких энергий;
- 2) получение базы данных ФПРЧС от ливней от электронов и гамма-квантов с энергиями ниже пороговой E_{thr} ;
- 3) получение ФПРЧС от ливней сверхвысоких энергий с помощью свертки функций источника по базе данных ФПРЧС от ливней малых энергий;
- 4) учет углового рассеяния гамма-квантов и электронов.

Выбор конкретного значения E_{thr} зависит от конкретной ситуации. При сверхвысоких энергиях

величина E_{thr} может быть меньше значения при высоких и средних энергиях. Однако в любом случае величина E_{thr} не должна быть меньше 10 ГэВ, чтобы кулоновское рассеяние при энергиях E больших, чем E_{thr} , было мало.

Функции источника $S_e(E, x, r)$ и $S_\gamma(E, x, r)$ определяют число электронов и гамма-квантов соответственно с энергией в интервале $[E; E+dE]$, родившихся в интервале глубин $[x; x+dx]$. При этом функцию источника можно получить как аналитически в некотором приближении, решая транспортные уравнения для частиц высоких энергий, так и численно, в результате моделирования ШАЛ.

Если функция источника получена аналитически, то ФПРЧС от ливня сверхвысокой энергии в параксиальном приближении (все частицы с энергией выше E_{thr} движутся вдоль оси ливня) рассчитывается по формуле [6]

$$\rho(r) = \int_0^{x_0} dx \int_{E_{\min}}^{E_{\text{thr}}} S_e(E, x) C_e(E, x, r) dE + \int_0^{x_0} dx \int_{E_{\min}}^{E_{\text{thr}}} S_\gamma(E, x) C_\gamma(E, x, r) dE. \quad (2)$$

Здесь $S_e(E, x)$ и $S_\gamma(E, x)$ — функции источника электронов и гамма-квантов соответственно, $C_e(E, x, r)$ и $C_\gamma(E, x, r)$ — ФПРЧС от электрона и гамма-кванта соответственно с энергиями E и начальной глубиной x , r — расстояние от оси ливня. Если же функция источника получена численно в виде таблицы, содержащей данные — энергию E_i , глубину рождения x_i и вес w_i — родившихся в ливне частиц низкой энергии, то интеграл (2) переходит в сумму:

$$\rho(r) = \sum_i w_i C_e(E_i, x_i, r) + \sum_j w_j C_\gamma(E_j, x_j, r). \quad (3)$$

Здесь $i \in [1; N_e]$, $j \in [1; N_\gamma]$, где N_e и N_γ — полное число электронов и гамма-квантов соответственно.

Таким образом, для расчета ФПРЧС от вертикальных ливней от частиц сверхвысокой энергии необходимо создать базу данных ФПРЧС от вертикальных ливней от электронов и гамма-квантов малых энергий (энергия первичной частицы менее E_{thr} , равной 10 ГэВ), развивающихся из различных глубин x в атмосфере от 0 до 1024 г/см², и рассчитать функции источника электронов и гамма-квантов малой энергии для ливней от частиц сверхвысокой энергии. Поскольку в базу данных входят ФПРЧС только для ливней от частиц малых энергий и при этих энергиях хорошо известны все процессы и их сечения, то для всех последующих вычислений подходит одна и та же база данных, что сильно экономит время для будущих расчетов. При расчете функций источника можно менять модель

взаимодействия адронов в области высоких энергий, стартовую глубину ливня и тип первичной частицы.

2. База данных

База данных ФПРЧС рассчитывалась с помощью пакетов CORSIKA 6.204 [7] и EGS4 [8] прямым методом Монте-Карло. В базе содержатся ФПРЧС $C_e(E, x, r)$ и $C_\gamma(E, x, r)$ для вертикальных ливней от электронов и гамма-квантов, развивавшихся с различных глубин от 0 до 1000 г/см² (с шагом 50 г/см², всего 21 точка), с различными энергиями от 20 МэВ до 10 ГэВ (с шагом 0.3 порядка по энергии, всего 10 точек). В расчете учитывались черенковские фотоны в интервале длин волн от 350 до 750 нм, в диапазоне, максимально разрешенном пакетом CORSIKA [9].

Расчет велся для весенней атмосферы Якутска, параметризация которой проведена в работе [10]. Магнитное поле было установлено в соответствии с полем в районе детектора [11]. Поглощение фотонов в атмосфере не учитывалось. Пороговая энергия счета для электронов и гамма-квантов 20 МэВ, т. е. меньше пороговой энергии черенковского излучения для электронов в атмосфере на уровне моря. Для уменьшения искусственных флуктуаций значение параметра CERSIZ — максимального числа фотонов в банке — аналога веса процедуры весов — было равно единице, т. е. прослеживался каждый черенковский фотон. Стандартное значение CERSIZ равно 20. Наибольшее число черенковских фотонов в ливне рождается от электронов с энергией 30–40 МэВ. Электрон с такой энергией на 1 м пути в атмосфере на высоте 4 км рождает примерно 20 фотонов (см. (1)), проходя при этом путь около 0.06 г/см². Среднсквадратичный угол рассеяния на этом пути определяется соотношением

$$\langle \theta^2 \rangle_{\text{av}} = \left(\frac{E_s}{E} \right)^2 \frac{x}{X_0}.$$

Здесь E_s — характерная энергия рассеяния, E — энергия частицы, x — пройденная частицей длина, X_0 — каскадная единица [12]. Для электрона с энергией E , равной 40 МэВ, на толщине x , равной 0.06 г/см², этот угол составит примерно 0.015 рад. С высоты 4 км на Земле это приведет к уходу от первоначальной оси на расстояние порядка 50 м, что и учитывалось в расчетах базы данных. Предложенный метод прослеживания индивидуальных фотонов позволяет моделировать ФПРЧС с пространственным разрешением порядка нескольких метров.

Для повышения точности расчета для каждой частицы в некотором интервале энергий и стартовых глубин ФПРЧС вычислялась со статистикой 10^5 ливней.

Для получения подробной картины вблизи оси ливня и снижения флуктуаций на больших расстояниях от оси ливня использовалась полярная система

координат. На кольцевой сетке с экспоненциально растущим шагом по радиусу внешний радиус каждого кольца определялся выражением

$$R_i = R_0(e^{bi} - 1)/(e^{bN} - 1).$$

Здесь R_0 — внешний радиус сетки (внешний радиус N -го кольца), N — полное число колец, b — параметр скорости роста шага, $1 \leq i \leq 100$. В данном случае была выбрана сетка с $R_0 = 1000$ м, $N = 100$, $b = 0.0439$. Расчет базы данных занял около 150 ч на трех компьютерах.

Примеры распределений из базы данных приведены на рис. 1 и 2. Как и ожидалось, при увеличении энергии плотности черенковских фотонов возрастают, а с увеличением стартовой глубины растет крутизна распределения на расстояниях более 100 м от оси ливня. На расстояниях до ~ 60 –80 м наблюдается плато. Оно объясняется кулоновским рассеянием излучающих электронов, которое, как уже упоминалось, на пути около 1 м в атмосфере приводит к рассеянию черенковского света на величину порядка 50 м на уровне наблюдения. Отметим также, что на рис. 1 и 2 представлено только 15 кривых. Всего таких кривых свыше 200, поэтому даже заметные погрешности (порядка 30% в индивидуальной кривой) при усреднении по всем кривым уменьшаются в среднем в 10 раз (до 2–4% при расчете ФПРЧС от ШАЛ). На наш взгляд, самые большие неопределенности ФПРЧС обусловлены неизвестным текущим состоянием атмосферы.

Из рисунков видно, что ФПРЧС в базе данных достаточно гладкие при набранной статистике и по ним можно проводить численное интегрирование.

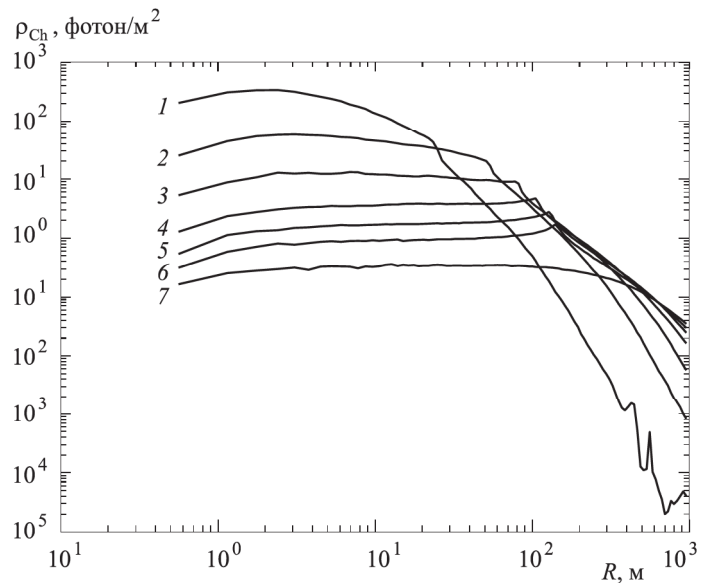


Рис. 2. Пространственное распределение плотности черенковских фотонов от первичного электрона с энергией 10 ГэВ для различных глубин, г/см²: кривая 1 — 900, 2 — 750, 3 — 600, 4 — 450, 5 — 300 и 6 — 150

3. Функция источника

Функция источника — функция, определяющая число частиц, родившихся в ливне в интервале глубин $[x; x+dx]$ с энергией в интервале $[E; E+dE]$. Расчет функций источника электронов и гамма-квантов низкой энергии — $S_e(E, x)$ и $S_\gamma(E, x)$ — выполнен с помощью пакетов CORSIKA и EGS4 с использованием модели QGSJET-II

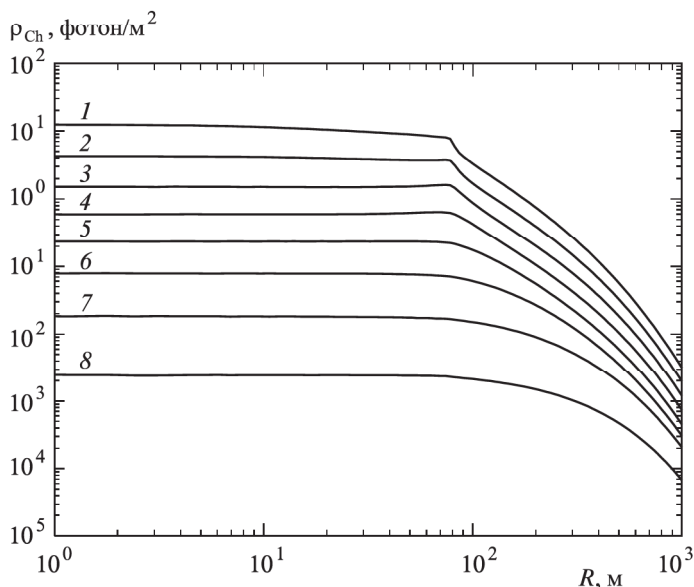


Рис. 1. Пространственное распределение плотности черенковских фотонов от первичных электронов для различных энергий, ГэВ: кривая 1 — 10, 2 — 5.01, 3 — 2.51, 4 — 1.26, 5 — 0.63, 6 — 0.32, 7 — 0.16 и 8 — 0.08. Стартовая глубина 600 г/см²

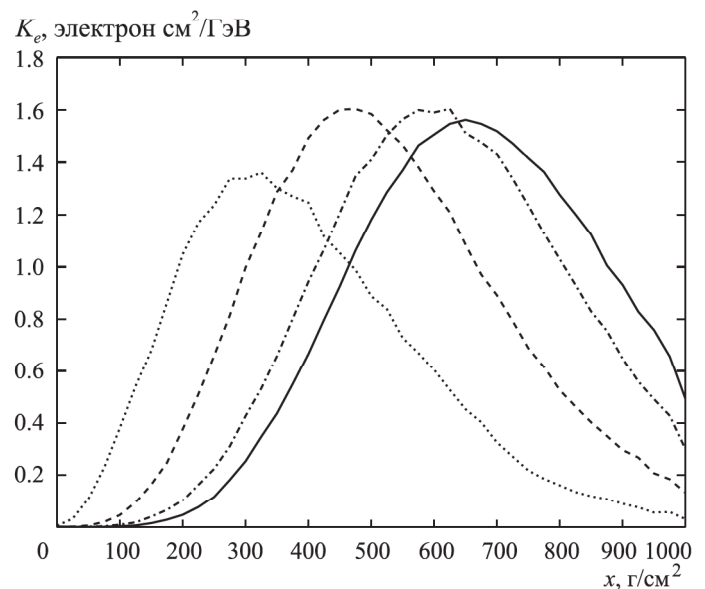


Рис. 3. Проинтегрированные по энергии функции источника электронов, нормированные на энергии первичных протонов, эВ: пунктирная кривая — 10^{14} , штриховая — 10^{16} , штрихпунктирная — 10^{18} и сплошная — 10^{20}

[13–17] с учетом эффекта Ландау–Померанчука–Мигдала [18–20]. Параметр ϵ процедуры весов был установлен равным 10^{-6} . Уровень наблюдения соответствовал якутскому детектору — 1024 г/см^2 . Магнитное поле и параметры атмосферы соответствуют условиям якутского детектора. Пороговая энергия E_{thr} для всех частиц была установлена 10 ГэВ. В код CORSIKA были внесены изменения, выведившие параметры (энергию E_i , глубину рождения x_i и вес w_i) электронов и гамма-квантов с энергией меньше E_{thr} в отдельные файлы. Таким образом, эти файлы содержали в себе функции источника электронов и гамма-квантов с энергией ниже пороговой E_{thr} в виде таблиц параметров каждой частицы. Для расчета ФПРЧС для ливней от протонов сверхвысокой энергии были получены функции источника электронов и гамма-квантов для вертикальных ливней от первичного протона с энергиями 10^{12} – 10^{20} эВ (всего 9 значений энергии со статистикой 10 событий на каждую энергию). Расчет функций источника занял примерно 50 ч. Примеры полученных функций источника приведены на рис. 3.

4. Учет рассеяния

Как было указано выше, расчет базы данных проводился в параксиальном приближении, однако есть несколько механизмов рассеяния электронов и гамма-квантов. Во-первых, нейтральные пионы характеризуются поперечным импульсом $p_{\perp}$, что приводит к углу рассеяния

$$\theta_1 \sim \frac{p_{\perp} c}{E_{\pi_0}}.$$

В функцию источника вносят основной вклад пионы с очень высокими энергиями. Однако при E_0 , равной 10^{10} ГэВ, примерно 10% энергии пионов приходится на энергии меньше $2 \cdot 10^3$ ГэВ. Для высоты генерации h порядка 4 км эта оценка приводит к следующему рассеянию на уровне наблюдения:

$$\sigma_1 \leq 0.1 h \theta_1 \leq 8 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Для меньших значений E_0 , возможно, необходим другой выбор E_{thr} . Кулоновское рассеяние на одной радиационной единице для электронов с энергией выше 10 ГэВ характеризуется углом рассеяния

$$\theta_2 \leq \left(\frac{E_s}{E} \right) \sqrt{\frac{\Delta x}{x_0}} \leq \frac{20}{20 \cdot 10^3} \sim 10^{-3}.$$

Эта оценка на уровне наблюдения приводит к рассеянию

$$\sigma_2 \sim h \theta_2 \sim 4 \text{ м.}$$

Среднеквадратичный угол в акте генерации электронов и фотонов определяется формулой

$$\theta_3 \sim \frac{mc^2}{E} \ln \left(\frac{E}{mc^2} \right).$$

Для типичного значения энергии 1 ГэВ это приводит к углу рассеяния около $4 \cdot 10^{-3}$ и рассеянию на уровне наблюдения

$$\sigma_3 \sim h \theta_3 \sim 15 \text{ м.}$$

Наконец, экспериментальная погрешность σ_4 в определении оси ливня варьируется в пределах от 30 до 60 м.

Суммарная погрешность равна

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2. \quad (4)$$

Тогда плотность распределения черенковских фотонов в предположении, что все виды рассеяния и экспериментальных ошибок подчиняются нормальному распределению, будет вычисляться как

$$\rho'(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^{1000} \int_0^{2\pi} e^{-R^2/2\sigma^2} \times \\ \times \rho \left(\sqrt{(R+r \cos \varphi)^2 + (r \sin \varphi)^2} \right) R dR d\varphi. \quad (5)$$

Ясно, что основной вклад в сумму (4) вносит величина σ_4 . Однако в связи с неопределенностью экспериментальной ошибки расчет был проведен для четырех значений σ : 0, 15, 30, 60 и 100 м.

5. Результаты

С помощью базы данных и функций источника по формуле (3), применяя линейную интерполяцию, были вычислены ФПРЧС от ливней высоких и сверхвысоких энергий. В сравнении с экспериментальными данными [21] теоретический расчет для σ , равного нулю, показывает большее число фотонов вблизи оси ливня и меньшее число фотонов на больших расстояниях от оси ливня. Это может быть связано как с параксиальным приближением, используемым при таком расчете базы, так и с неточным определением положения оси ливня в эксперименте и, следовательно, с неточным определением плотности распределения черенковских фотонов вблизи оси ливня. Нами было учтено рассеяние, обусловленное как распределением пионов по поперечному импульсу, кулоновским взаимодействием электронов и рассеянием в акте генерации, так и экспериментальными погрешностями. Пересчитанные (см. формулу (5)) ФПРЧС вместе с экспериментальными данными приведены на рис. 4. Экспериментальные данные лучше всего ложатся на теоретические кривые с σ около 20–30 м. Эта величина σ в формуле (5) учитывает как методику расчета, так и ошибки эксперимента.

Поскольку функция источника определяет число частиц, родившихся в ливне на данной глубине с данной энергией, то ее интеграл по энергии представляет собой число частиц с энергией

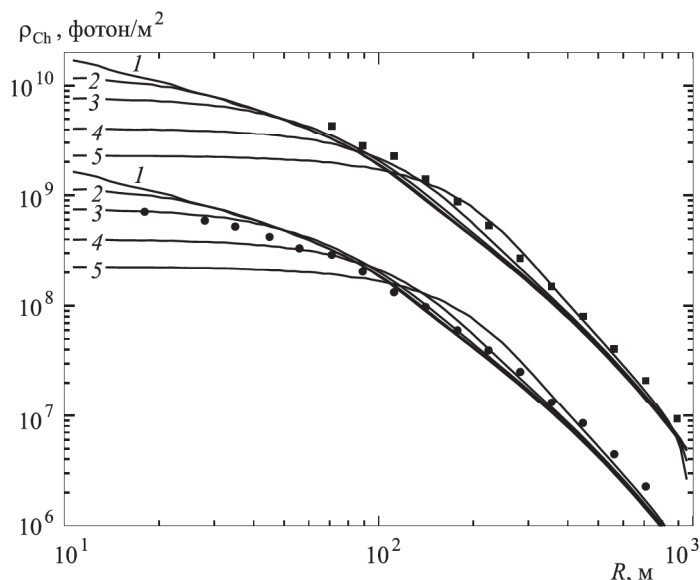


Рис. 4. Функции пространственного распределения черенковского света от вертикальных ливней от протонов с энергиями 10^{18} и 10^{19} эВ, рассчитанные с различными параметрами σ . Кривая 1 — $\sigma = 0$, 2 — $\sigma = 15$ м, 3 — $\sigma = 30$ м, 4 — $\sigma = 60$ м, 5 — $\sigma = 100$ м. Закрашенными значками приведены экспериментальные данные якутской установки [21]

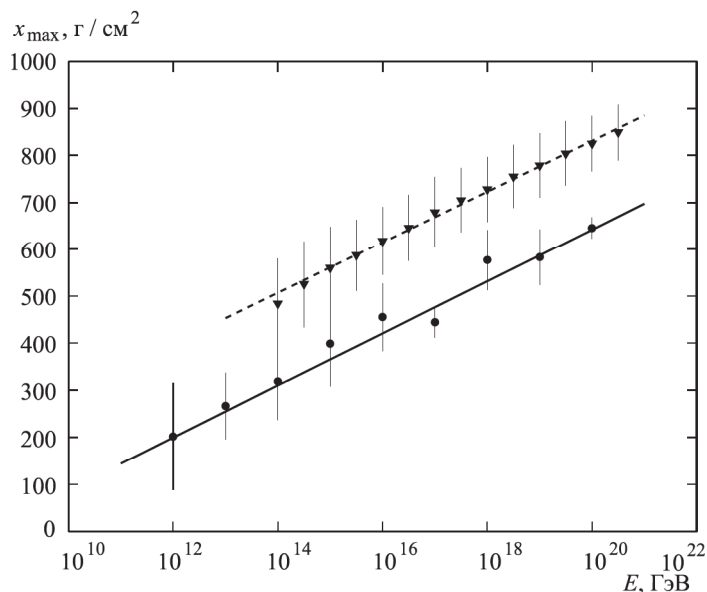


Рис. 5. Зависимость глубины максимума функции источника электронов от энергии первичного протона. Кружками отмечены расчетные данные с погрешностями, треугольниками — результаты, полученные в работе [22], сплошной линией показана линейная аппроксимация данных настоящей работы, штриховой — аппроксимация данных [22]

55.3 г/см^2 на порядок по энергии. Для сравнения приведены данные зависимости положения максимума ливня от энергии [22]. Штриховая линия — линейная аппроксимация этих данных с параметром 54.7 г/см^2 на порядок по энергии. Максимумы ливня расположены глубже в атмосфере, нежели максимумы функций источника, что объясняется высокой пороговой энергией: частицы с энергией порядка 10 ГэВ порождают дальнейшие каскады, имеющие свой максимум глубже в атмосфере, т. е. максимум ливня расположен глубже в атмосфере.

Выводы

Предложен метод расчета характеристик черенковского излучения ШАЛ, позволяющий проводить расчеты для самых высоких энергий с учетом всех видов рассеяния и ошибок эксперимента.

Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными с учетом погрешности σ около 30 м определения положения оси ливней. Различие примерно $10\text{--}20\%$ на больших расстояниях от оси ливня может быть связано с неопределенностью как модели взаимодействия адронов высоких энергий, так и химического состава первичного излучения.

Авторы выражают глубокую признательность Г. Т. Зацепину за ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы поддержки ведущих научных школ (грант НШ 959.2008.2) и РФФИ (грант 07-02-01212).

Литература

1. Hillas A.M. et al. // Proc. of 17th ICRC. 1981. Paris. **8**. P. 193.
2. Dedenko L.G., Fedorova G.F., Fedunin E.Yu., Roganova T.M. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2006. **151**. P. 19.
3. Troitskiy S. // Suppressing artificial fluctuations in air-shower simulations; <http://www.inr.ac.ru/~st/GZK40/Troitsky.ps>.
4. Dedenko L.G., Fedorova G.F., Fedunin E.Yu. et al. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2003. **122**. P. 329.
5. Dedenko L.G., Fedorova G.F., Fedunin E.Yu. et al. // Proc. of 28th ICRC. 2003. Tsukuba. **2**. P. 643.
6. Dedenko L.G., Fedorova G.F., Galkin V.I. et al. // Proc. of 29th ICRC. 2005. Pune, India. **7**. P. 219.
7. Heck D. et al. // Report FZKA. 1998. **6019**. Forschungszentrum Karlsruhe; http://www-ik.fzk.de/corsika/physics_description/corsika_phys.html.
8. Nelson W.R., Hirayama H., Rogers D.W.O. // Report SLAC. 1985. **265**. Stanford Linear Accelerator Center; <http://www.slac.stanford.edu/pubs/slacreports/slac-r-265.html>; http://www.irs.inms.nrc.ca/inms/irs/EGS4/get_egs4.html.
9. Extensive air shower simulations with CORSIKA: A user's guide (<http://www-ik.fzk.de/corsika/users-guide/usersguide.pdf> CORSIKA version 6.204).

меньше пороговой, родившихся в ливне на данной глубине. Зависимость положения максимума этой кривой от энергии приведена на рис. 5. Сплошная линия — линейная аппроксимация с параметром

10. Федунин Е.Ю. Расчеты базы данных для оценивания энергии гигантских атмосферных ливней: Дисс. канд. физ.-мат. наук. М., 2004.
11. National Geophysical Data Center // <http://www.ngdc.noaa.gov/seg/geomag/jsp/IGRFWMM.jsp>.
12. Росси Б. // Частицы больших энергий. М., 1955.
13. Kalmykov N.N. and Ostapchenko S.S. // Phys. Atom. Nucl. 1993. **56**, N 3. P. 346.
14. Калмыков Н.Н., Остапченко С.С., Павлов А.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 1994. **58**, № 12. С. 21.
15. Калмыков Н.Н., Остапченко С.С., Павлов А.И. // Бюлл. РАН (Физика). 1994. **58**. С. 1966.
16. Kalmykov N.N., Ostapchenko S.S., Pavlov A.I. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 1997. **52B**. P. 17.
17. Ostapchenko S.S. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2006. **151**. P. 143.
18. Ландау Л.Д., Померанчук И.Я. // Докл. АН СССР. 1953. **92**, № 3. С. 535.
19. Ландау Л.Д., Померанчук И.Я. // Докл. АН СССР. 1953. **92**, № 3. С. 735.
20. Migdal A. // Phys. Rev. 1956. **103**. P. 1811.
21. Knurenko S.P., Ivanov A.A., Pravdin M.I. et al. // Preprint arXiv: astro-ph/0611871v2.
22. Pryke C.L. // Preprint arXiv: astro-ph/0003190v2. Accepted by Astroparticle Physics 28 March 2007.

Поступила в редакцию
28.06.2007