УДК 539.23;539.216.1

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА *D*--ЦЕНТРОВ В СТРУКТУРАХ С КВАНТОВЫМИ ДИСКАМИ

В. Ч. Жуковский, В. Д. Кревчик<sup>\*)</sup>, М. Б. Семенов<sup>\*)</sup>, В. А. Прошкин<sup>\*)</sup>

(кафедра теоретической физики)

E-mail: zhukovsk@phys.msu.ru

В модели потенциала нулевого радиуса теоретически исследовано примесное поглощение света в квазинульмерной структуре с дискообразными квантовыми точками. Показано, что особенность геометрического и потенциального конфайнмента (т.е. удержания) квантового диска проявляется в пространственной анизотропии энергии связи  $D^-$ -состояния и в существенной зависимости края полосы примесного поглощения от характерных размеров дискообразных квантовых точек.

## Введение

В настоящее время тенденции развития полупроводниковой наноэлектроники таковы, что возникает необходимость учитывать влияние особенностей геометрической формы наноструктур на электронный энергетический спектр, включая примесные состояния. Экспериментальные наблюдения массивов квантовых точек (КТ) InAs на подложке GaAs показывают [1], что InAs KT представляют собой сильно сплюснутые доскообразные кластеры. Кардинальная модификация электронного спектра при переходе «сферическая КТ → квантовый диск (КД)» приводит к существенным изменениям магнитных и оптических свойств КТ [2]. Высокая чувствительность энергии связи носителя на примеси к энергетическому спектру КТ позволяет в принципе проследить за эволюцией энергии связи с изменением геометрической формы КТ. Это актуально, поскольку, как показывают эксперименты [3], наличие примесей существенно сказывается на транспортных и оптических свойствах наноструктур. С другой стороны, в реальных системах размеры и форма отдельных КТ отклоняются от равновесных, что сказывается как на оптических свойствах систем с КТ [1], так и на возможности реализации на их основе оптоэлектронных приборов [1, 4]. В этой связи возникает необходимость исследования влияния фактора геометрической формы КТ на спектры примесного поглощения света в квазинульмерных структурах. Цель данной работы состоит в вычислении энергии связи D<sup>-</sup>-центра в КД в рамках метода потенциала нулевого радиуса [5, 6] и исследовании примесного поглощения света системой дискообразных КТ, синтезированных в прозрачной диэлектрической матрице. Для моделирования потенциала конфайнмента КД в радиальном направлении используется потенциал жесткой стенки

$$U(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho \leqslant R_0, \\ \infty, & \rho > R_0, \end{cases}$$
(1)

где  $R_0$  — радиус КД. В *z*-направлении используется потенциал одномерного гармонического осциллятора U(z):

$$U(z) = \frac{m^* \omega_0^2}{2} z^2,$$
 (2)

где *m*<sup>\*</sup> — эффективная масса электрона,  $\omega_0$  — характерная частота осциллятора.

Нетрудно показать, что уравнение Шрёдингера для рассматриваемой модели КД допускает разделение переменных, и одноэлектронные волновые функции  $\Psi_{n,m,k}(\rho,\varphi,z)$  и энергетический спектр  $E_{n,m,k}$  можно записать в виде

$$\Psi_{n,m,k}(\rho,\varphi,z) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \pi^{3/2} a R_0^2 J_{m+1}(\xi_{km})}} \times e^{-z^2/2a^2} H_n\left(\frac{z}{a}\right) J_m\left(\xi_{km}\frac{\rho}{R_0}\right) e^{im\varphi}, \quad (3)$$

$$E_{n,m,k} = \hbar\omega_0 \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 (\xi_{km})^2}{2m^* R_0^2},\tag{4}$$

где n = 0, 1, 2, ... — квантовые числа, соответствующие уровням энергии одномерной осцилляторной потенциальной ямы;  $m = 0, \pm 1, \pm 2, ...$  магнитное квантовое число;  $\xi_{km}$  — корни функции Бесселя первого рода порядка m ( $J_m(\xi_{km}) = 0$ ); k = 1, 2, 3, ... — порядковый номер корней функции Бесселя;  $a = \sqrt{\hbar/m^*\omega_0}$  — характерная длина осциллятора;  $\rho$ ,  $\varphi$ , z — цилиндрические координаты;  $H_n(x)$  — полиномы Эрмита.

Потенциал примеси имитируется потенциалом нулевого радиуса мощностью  $\gamma = 2\pi \hbar^2/(am^*)$ , который с учетом логарифмической особенности од-

<sup>\*)</sup> Кафедра физики Пензенского государственного университета. E-mail: physics@pnzgu.ru.

ноэлектронной функции Грина запишется (в цилиндрической системе координат) в виде

$$V_{\delta}(\rho,\varphi,z;\rho_{a},\varphi_{a},z_{a}) = \gamma \frac{\delta(\rho-\rho_{a})}{\rho} \delta(\varphi-\varphi_{a})\delta(z-z_{a}) \times \left[1-(\rho-\rho_{a})\ln(\rho^{*}-\rho_{a}^{*})\frac{\partial}{\partial\rho}+(z-z_{a})\frac{\partial}{\partial z}\right], \quad (5)$$

где  $\alpha$  определяется энергией связи  $E_i$   $D^-$ -состояния в объемном полупроводнике;  $\rho^* = \rho/a_d$ ;  $\rho_a^* = \rho_a/a_d$ ;  $a_d$  — эффективный боровский радиус;  $\rho_a$ ,  $\varphi_a$ ,  $z_a$  — координаты  $D^-$ -центра в КД.

## 1. Энергия связи *D*<sup>-</sup>-состояния в квантовом диске

Уравнение Липпмана–Швингера для  $D^-$ -состояния в КД запишется как

$$\Psi_{\lambda}(\rho,\varphi,z;\rho_{a},\varphi_{a},z_{a}) = \int_{0}^{R_{0}} \int_{-\infty}^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{1} d\rho_{1} d\varphi_{1} dz_{1} \times G(\rho,\varphi,z;\rho_{1},\varphi_{1},z_{1};E_{\lambda}) V_{\delta}(\rho_{1},\varphi_{1},z_{1};\rho_{a},\varphi_{a},z_{a}) \times \Psi_{\lambda}(\rho_{1},\varphi_{1},z_{1};\rho_{a},\varphi_{a},z_{a}), \quad (6)$$

где  $\Psi_{\lambda}(\rho, \varphi, z; \rho_a, \varphi_a, z_a)$  — волновая функция электрона, локализованного на  $D^0$ -центре в КД,  $G(\rho, \varphi, z; \rho_1, \varphi_1, z_1; E_{\lambda})$  — одноэлектронная функция Грина, соответствующая источнику в точке  $(\rho_a, \varphi_a, z_a)$  и энергии  $E_{\lambda}$ :

$$G(\rho,\varphi,z;\rho_1,\varphi_1,z_1;E_{\lambda}) =$$

$$= \sum_{n,m,k} \frac{\Psi_{n,m,k}^*(\rho_1,\varphi_1,z_1)\Psi_{n,m,k}(\rho,\varphi,z)}{E_{\lambda} - E_{n,m,k}}.$$
 (7)

Подставляя (5) в (6), получим

$$\Psi_{\lambda}(\rho,\varphi,z;\rho_{a},\varphi_{a},z_{a}) = \gamma G(\rho,\varphi,z;\rho_{a},\varphi_{a},z_{a};E_{\lambda}) \times \\ \times (\hat{T}\Psi_{\lambda})(\rho_{a},\varphi_{a},z_{a};\rho_{a},\varphi_{a},z_{a}), \quad (8)$$

где оператор  $\hat{T}$  определен как

$$(\hat{T}\Psi_{\lambda})(\rho_{a},\varphi_{a},z_{a};\rho_{a},\varphi_{a},z_{a}) \equiv \equiv \lim_{\substack{\rho \to \rho_{a} \\ \varphi \to \varphi_{a} \\ z \to z_{a}}} \left[ 1 - (\rho - \rho_{a}) \ln(\rho^{*} - \rho_{a}^{*}) \frac{\partial}{\partial \rho} + (z - z_{a}) \frac{\partial}{\partial z} \right].$$
(9)

Действуя оператором  $\hat{T}$  на обе части соотношения (8), получим уравнение, определяющее зависимость энергии связи  $D^-$ -состояния от характерных размеров КД, координат  $D^-$ -центра и параметров удерживающего потенциала:

$$\alpha = \frac{2\pi\hbar^2}{m^*} (\hat{T}G) (\rho_a, \varphi_a, z_a; \rho_a, \varphi_a, z_a; E_\lambda).$$
(10)

Используя явный вид одноэлектронных волновых функций (3), а также (4), для функции Грина в (10) будем иметь

$$G(\rho, \varphi, z; \rho_{a}, \varphi_{a}, z_{a}; E_{\lambda}) = -\frac{1}{2a_{d}^{2}aE_{d}\pi^{3/2}} \times \\ \times \int_{0}^{\infty} \frac{dt}{t} \exp\left(-(\eta^{2} + \beta)t\right) \left(1 - e^{-4\beta t}\right)^{-1/2} \times \\ \times \exp\left[\frac{\left[4z_{a}^{*}z^{*}e^{-2\beta t} - (z_{a}^{*2} + z^{*2})(1 + e^{-4\beta t})\right]\beta}{2(1 - e^{-4\beta t})}\right] \times \\ \times \left[K_{0}(\omega) - \frac{I_{0}\left(\rho_{a}^{*}/\sqrt{t}\right)I_{0}\left(\rho^{*}/\sqrt{t}\right)K_{0}\left(R_{0}^{*}/\sqrt{t}\right)}{I_{0}\left(R_{0}^{*}/\sqrt{t}\right)} - \\ -2\sum_{m=1}^{+\infty}\frac{I_{m}\left(\rho_{a}^{*}/\sqrt{t}\right)I_{m}\left(\rho^{*}/\sqrt{t}\right)K_{m}\left(R_{0}^{*}/\sqrt{t}\right)}{I_{m}\left(R_{0}^{*}/\sqrt{t}\right)}\right], \quad (11)$$

где  $\eta^2 = |E_\lambda|/E_d$ ;  $E_d$  — эффективная боровская энергия;  $\beta = \sqrt{U_0^*/L^*}$ ;  $U_0^* = U_0/E_d$ ;  $U_0$  — амплитуда удерживающего потенциала в *z*-направлении;  $U_0 =$  $= m^*\omega_0^2 L^2/2$ ;  $L^* = L/a_d$ ;  $-R_0^* = R_0/a_d$ ;  $z_a^* = z_a/a_d$ ;  $I_m(x)$  и  $K_m(x)$  — модифицированные функции Бесселя целого порядка первого и второго рода соответственно;  $w = \sqrt{\rho_a^{*2} + \rho^{*2} - 2\rho_a^*\rho^* \cos(\varphi - \varphi_a)}$ . Выделяя в (11) расходящуюся часть, получим

$$G(\rho, \varphi, z; \rho_{1}, \varphi_{1}, z_{1}; E_{\lambda}) = -\frac{\exp\left(-\sqrt{\eta^{2} + \beta} \frac{|z - z_{a}|}{a}\right)}{4\pi a^{2} E_{d} |z - z_{a}|} - \frac{1}{4\pi^{3/2} a_{d} a E_{d}} \left\{ \int_{0}^{\infty} \frac{dt}{t} \exp\left(-(\eta^{2} + \beta)t\right) \times \left[ \exp\left(-\frac{(z^{2} + z_{a}^{2})}{2a^{2}}\right) \left(1 - e^{-4\beta t}\right)^{-1/2} \times \exp\left[\frac{2z_{a} z e^{-2\beta t} - (z_{a}^{2} + z^{2}) e^{-4\beta t}}{a^{2}(1 - e^{-4\beta t})}\right] \times \left[ K_{0}(w) - \frac{I_{0}(\rho_{a}^{*}/\sqrt{t})I_{0}(\rho^{*}/\sqrt{t})K_{0}(R_{0}^{*}/\sqrt{t})}{I_{0}(R_{0}^{*}/\sqrt{t})} - 2\sum_{m=1}^{+\infty} \frac{I_{m}(\rho_{a}^{*}/\sqrt{t})I_{m}(\rho^{*}/\sqrt{t})K_{m}(R_{0}^{*}/\sqrt{t})}{I_{m}(R_{0}^{*}/\sqrt{t})} \right] - \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{(z - z_{a})^{2}}{4a^{2}t}\right) \right] \right\}.$$
(12)

Подставляя (12) в (10), получим дисперсионное уравнение электрона, локализованного на  $D^0$ -центре в КД:

$$\sqrt{\eta^2 + \beta} = \eta_i - \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \Biggl\{ \int_0^\infty \frac{dt}{t} \exp\left[-(\eta^2 + \beta)t\right] \times \\ \times \left[ (1 - e^{-4\beta t})^{-1/2} \exp\left(-z_a^{*2}\beta \th\beta t\right) \times \right] \\ \times \left[ \frac{I_0^2 \left(\rho_a^*/\sqrt{t}\right) K_0 \left(R_0^*/\sqrt{t}\right)}{I_0 \left(R_0^*/\sqrt{t}\right)} + \right] \Biggr\}$$

$$+2\sum_{m=1}^{+\infty}\frac{I_{m}^{2}\left(\rho_{a}^{*}/\sqrt{t}\right)K_{m}\left(R_{0}^{*}/\sqrt{t}\right)}{I_{m}\left(R_{0}^{*}/\sqrt{t}\right)}-\ln\frac{2\sqrt{t}}{\gamma}\right]-\frac{1}{\sqrt{t}}\right]\right\},$$
(13)

где  $\gamma$  — постоянная Эйлера.

На рис. 1 показана рассчитанная с помощью уравнения (13) зависимость энергии связи  $D^-$ -состояния  $|E_{\lambda CD}|_{\rho} = |E_{\lambda}| + \hbar^2(\xi_{1,1})^2/(2m^*R_0^2)$  от координат  $D^-$ -центра в радиальной плоскости и в z-направлении  $|E_{\lambda CD}|_z = |E_{\lambda}| + \sqrt{\hbar^2 U_0/(2m^*L^2)}$  в КД на основе InSb. Как видно из сравнения кривых 1a и 3a на рис. 1, в КД имеет место пространственная анизотропия энергии связи  $D^-$ -состояния, обусловленная особенностью геометрического и потенциального конфайнмента КД. Причем меняется не только характер координатной зависимости энергии связи, но и ее величина. Можно видеть также, что с уменьшением характерных размеров КД энергия связи  $D^-$ -состояния существенно возрастает (сравн. кривые 2a и 1a, 4a и 3a) вследствие квантового размерного эффекта.



Рис. 1. Зависимость энергии связи  $D^-$ -состояния  $E_{\lambda}$  ( $E_{\lambda}^{(0)} < 0$ ) в КД на основе InSb от радиальной  $\rho_a^* = \rho_a/a_d$  (кривые 1*a* и 2*a* для дисков радиуса 51 и 68 нм соответственно,  $z_a = 0$ , L = 13.6 нм) и осевой  $z_a^* = z_a/a_d$  (кривые 3*a* и 4*a* для дисков толщины 17 и 34 нм соответственно,  $\rho_a = 0$ ,  $R_0 = 68$  нм) координат примеси при  $U_0 = 0.25$  эВ (пунктирными прямыми 1*b*-4*b* показаны соответствующие энергии основного состояния КД)

2. Коэффициент примесного поглощения света в структурах с дискообразными квантовыми точками

Рассмотрим примесное поглощение света в структуре, представляющей собой прозрачную диэлектрическую матрицу с синтезированными в ней дискообразными КТ. Предполагается, что  $D^-$ -центр находится в точке  $\mathbf{R}_a = (0, 0, 0)$ , а примесный уровень расположен ниже дна КД ( $E_\lambda < 0$ ). Тогда согласно (8) и (11) волновая функция  $\Psi_\lambda(\rho, \varphi, z)$  электрона, локализованного на короткодействующем потенциале, запишется в виде

$$\Psi_{\lambda}(\rho,\varphi,z) = \tilde{N}_{N} \frac{R_{0}^{*2}}{2\pi^{3/2}} \int_{0}^{\infty} \frac{dt}{t} \exp\left(-(\eta^{2}+\beta)t\right) \times \\ \times (1-e^{-4\beta t})^{-1/2} \exp\left[-\frac{z^{*2}\beta}{2} \operatorname{th} 2\beta t\right] \times \\ \times \left[K_{0}(R_{0}^{*}/\sqrt{t}) - \frac{I_{0}(\rho_{a}^{*}/\sqrt{t})K_{0}(R_{0}^{*}/\sqrt{t})}{I_{0}(R_{0}^{*}/\sqrt{t})}\right], \quad (14)$$

где  $\tilde{N}_N$  — нормировочный множитель

$$\tilde{N}_{N} = \left[\frac{aR_{0}^{2}}{\pi(4\beta)^{3}} \sum_{k'=1}^{\infty} \frac{\Gamma(f_{k'})}{\Gamma(\varphi_{k'})} [\Psi(\varphi_{k'}) - \Psi(f_{k'})]\right]^{-1/2}.$$
(15)

Здесь

$$f_{k'} = \left(\eta^2 + \beta + \left(\frac{\xi_{k'0}}{R_0^*}\right)^2\right) / (4\beta),$$
$$\varphi_{k'} = \left(\eta^2 + \beta + \left(\frac{\xi_{k'0}}{R_0^*}\right)^2\right) / (4\beta) + 1/2;$$

 $\Psi(x)$  — логарифмическая производная гамма-функция  $\Gamma(x)$ .

Эффективный гамильтониан взаимодействия с полем световой волны  $\hat{H}_{int}$  в случае поперечной по отношению к оси КД поляризации света, в цилиндрической системе координат запишется в виде

$$\hat{H}_{\text{int}} = -i\hbar\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*}{m^{*2}\omega}} I_0 e^{iq_z z} \times \\ \times \left(\cos(\theta - \varphi)\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\sin(\theta - \varphi)\frac{\partial}{\partial\varphi}\right), \quad (16)$$

где  $\boldsymbol{q} = (0, 0, q_z)$  — волновой вектор фотона;  $\lambda_0$  — коэффициент локального поля;  $\alpha^* = |\boldsymbol{e}|^2 / (4\pi\varepsilon_0\sqrt{\varepsilon}\hbar c)$  — постоянная тонкой структуры с учетом статической относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$ ; c — скорость света в вакууме;  $I_0$  — интенсивность света;  $\omega$  — его частота;  $\theta$  — полярный угол единичного вектора поляризации  $\boldsymbol{e}_{\lambda}$  в цилиндрической системе координат. Матричный элемент  $M_{i\lambda}$ , определяющий величину силы осциллятора дипольного оптического перехода из  $D^-$ -состояния  $\Psi_{\lambda}(\rho, \varphi, z)$  в размерно-квантованные состояния  $\Psi_{n,m,k}(\rho, \varphi, z)$  КД, можно записать в виде

$$M_{i\lambda} = i\hbar\lambda_0 a_d^2 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*}{m^{*2}\omega}} I_0 C_n \frac{R_0^{*2}}{2\pi} \times$$

$$\times \left(2^{2n}(2n_{1})!\pi^{3/2}2aR_{0}^{2}J_{m+1}(\xi_{km})\right)^{-1/2}\pi^{\pm i\theta}\delta_{m,\pm 1}\frac{(2n_{1})!}{(n_{1})!}\times \\\times \int_{0}^{\infty}\frac{dt\,F_{1}(\eta,t)}{\sqrt{t}}\left[\left(\frac{1}{2}+a^{*2}F_{2}(\beta,t)\right)^{-1}-1\right]^{n_{1}}\times \\\times \left(\frac{1}{2a^{*2}}+F_{2}(\beta,t)\right)^{-1/2}\times \\\times \left\{\left(\frac{1}{t}+\left(\frac{\xi_{k1}}{R_{0}^{*}}\right)^{2}\right)^{-1}\left[\frac{\xi_{k1}\sqrt{t}}{R_{0}^{*}}+\xi_{k1}J_{2}(\xi_{k1})K_{1}\left(\frac{R_{0}^{*}}{\sqrt{t}}\right)\right]+ \\+\frac{R_{0}^{*}K_{0}\left(R_{0}^{*}/\sqrt{t}\right)}{I_{0}\left(R_{0}^{*}\sqrt{t}\right)}\frac{\xi_{k1}J_{0}(\xi_{k1})I_{1}\left(R_{0}^{*}/\sqrt{t}\right)}{(\xi_{k1})^{2}-R_{0}^{*}/\sqrt{t}}\right\}.$$
 (17)

При вычислении  $M_{i\lambda}$  появляются интегралы вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz^* \exp\left(-z^{*2}\left(\frac{1}{2a^{*2}} + F_2(\beta_1 t)\right)\right) H_n\left(\frac{z^*}{a^*}\right) = \\ = \begin{cases} 0, & n \neq 2n_1, \\ \frac{\sqrt{\pi}(2n_1)!}{n_1!} \left[\left(a^{*2}\left(\frac{1}{2a^{*2}} + F_2(\beta, t)\right)\right)^{-1} - 1\right]^{n_1} \times \\ & \times \left(\frac{1}{2a^{*2}} + F_2(\beta, t)\right)^{-1/2}, \quad n = 2n_1, \end{cases}$$
(18)

$$\int_{0}^{2\pi} d\varphi \, e^{-im\varphi} \cos(\theta - \varphi) = \delta_{m,\pm 1} \pi \exp(\mp i\theta), \qquad (19)$$

где знак «-» в показателе степени  $\exp(\mp i\theta)$  соответствует значению m = +1, а знак «+» - m = -1. Функции  $F_1(\eta, t)$  и  $F_2(\beta, t)$  в (17) определены как

$$F_1(\eta, t) = \frac{1}{t} e^{-(\eta^2 + \beta)t} \left(1 - e^{-4\beta t}\right)^{-1/2}, \qquad (20)$$

$$F_2(\beta, t) = \frac{\beta}{2} \operatorname{th} 2\beta t.$$
(21)

Из (18) и (19) видно, что оптические переходы с примесного уровня могут происходить только в состояния КД с четными значениями осцилляторного квантового числа  $n = 2n_1$  ( $n_1 = 0, 1, 2, ...$ ) и со значениями магнитного квантового числа  $m = \pm 1$ . Коэффициент примесного поглощения света  $K(\omega)$  структурой с КД с учетом дисперсии их характерных размеров определяется выражением вида

$$K(\omega) = \frac{2\pi N_0}{\hbar I_0} \sum_m \sum_n \delta_{m,\pm 1} \times \int_0^{3/2} du P(u) |M_{i\lambda}|^2 \delta(E_{n,m,k} + |E_{\lambda}| - \hbar\omega). \quad (22)$$

В (22) предполагается, что дисперсия  $u = R_0/\bar{R}_0 = L/\bar{L}$  характерных размеров КД возникает в процессе фазового распада пересыщенного твердого

раствора и удовлетворительно описывается формулой Лифшица-Слезова:

$$P(u) = \begin{cases} \frac{3^4 e u^2 \exp\left[\frac{-1}{1-2u/3}\right]}{2^{5/3} (u+3)^{7/3} \left(\frac{3}{2}-u\right)^{11/3}}, & u < \frac{3}{2}, \\ 0, & u > \frac{3}{2}, \end{cases}$$
(23)

где  $\bar{R}_0$  — среднее значение радиуса КД; e — основание натурального логарифма;  $2\bar{L}$  — среднее значение высоты КД. В (22)  $N_0$  — концентрация КД в диэлектрической матрице. После интегрирования по u в (22) для коэффициента примесного поглощения  $K(\omega)$  получим

$$\begin{split} K(\omega) &= K_0(\bar{\beta})^{7/2} X^{-2} \sum_{n_1=0}^{N} \sum_{k=1}^{K} \frac{(2n_1)!}{2^{2n_1} (n_1!)^2} \left\{ \frac{F(\eta, \bar{L}, U_{k,1})}{(U_{k,1})^{3/2}} \times \right. \\ &\times P(U_{k,1}) \left[ U_{k,1} - \frac{\bar{\beta}(2n+1/2)}{X} \right]^{-1} \int_{0}^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{t}} F_1(\eta, \bar{L}, U_{k,1}; t) \times \\ &\times \left[ \left( \frac{1}{2} + (\bar{L}^*)^2 (U_{k,1})^2 F_2(\eta, \bar{L}, U_{k,1}; t) / \sqrt{U_0^*} \right)^{-1} - 1 \right]^{n_1} \times \\ &\times \left[ \left( (\bar{L}^*)^2 (U_{k,1})^2 / \sqrt{U_0^*} \right)^{-1} + F_2(\eta, \bar{L}, U_{k,1}; t) \right]^{-1/2} \times \\ &\times \left[ \left( \frac{1}{t} + \left( \frac{\xi_{k,1}}{R_0^* U_{k,1}} \right)^2 \right)^{-1} \times \\ &\times \left[ \frac{\xi_{k1} \sqrt{t}}{\bar{R}_0^* U_{k,1}} + \xi_{k1} J_2(\xi_{k1}) K_1 \left( \frac{U_{k,1} R_0^*}{\sqrt{t}} \right) \right] + \\ &+ \frac{R_0^{*2} K_0(U_{k,1} \bar{R}_0^* / \sqrt{t})}{I_0(U_{k,1} \bar{R}_0^* / \sqrt{t})} \frac{\xi_{k,1} J_0(\xi_{k,1}) I_1(U_{k,1} R_0^* / \sqrt{t})}{(\xi_{k,1})^2 - (U_{k,1} R_0^* / \sqrt{t})^2} \right\}^2 \times \\ &\times \left[ \frac{1}{J_0^2(\xi_{k1})} + \frac{1}{J_2^2(\xi_{k1})} \right], \quad (24) \end{split}$$

где  $K_0 = 2^8 \pi N_0 a_d^2 \lambda_0^2 \alpha^*$ ;  $N = [C_1]$  — целая часть числа  $C_1 = 3X/(2\bar{\beta}) - 1/2 - (\xi_{1,1})^2/(6\bar{\beta}\bar{R}_0^{*2});$  $\bar{\beta} = \sqrt{U_0^*}/\bar{L}^*$ ; K является целой частью решения трансцендентного уравнения вида

$$(\xi_{k,1})^2 = \frac{9}{4}\bar{R}_0^{*2}X - 3\bar{\beta}\left(2n + \frac{1}{2}\right)\bar{R}_0^{*2}.$$
 (25)

Здесь  $X = \hbar \omega / E_d$  — энергия фотона в единицах эффективной боровской энергии; функции  $F(\eta, \bar{L}, u_{k,1})$ ,  $F_1(\eta, \bar{L}, u_{k,1}; t)$  и  $F_2(\eta, \bar{L}, u_{k,1}; t)$  определены как

$$F(\eta, \bar{L}, u_{k,1}) = \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma \left[ \left( \eta^2 + \sqrt{U_0^*} / (\bar{L}^* u_{k,1}) + \left( \xi_{k,0} / (\bar{R}_0^* u_{k,1}) \right)^2 \right) \bar{L}^* u_{k,1} / \left( 4 \sqrt{U_0^*} \right) \right] \times$$

$$\times \left\{ \Gamma \left[ \left( \eta^2 + \sqrt{U_0^*} / (\bar{L}^* u_{k,1}) + \left( \xi_{k,0} / (\bar{R}_0^* u_{k,1}) \right)^2 \right) \bar{L}^* u_{k,1} \right/ \left( 4 \sqrt{U_0^*} + 1/2 \right] \right\}^{-1}, \quad (26)$$

$$F_1(\eta, \bar{L}, u_{k,1}; t) = \frac{1}{t} e^{-(\eta^2 + \bar{\beta}/u_{k,1})t} \left(1 - e^{-4\bar{\beta}t/u_{k,1}}\right)^{-1/2},$$
(27)

$$F_2(\eta, \bar{L}, u_{k,1}; t) = \frac{\bar{\beta}}{2u_{k,1}} \operatorname{th}\left(\frac{2\bar{\beta}t}{u_{k,1}}\right), \qquad (28)$$

где

$$u_{k,1} = \frac{\bar{\beta}(2n+1/2)}{X} + \sqrt{\frac{\bar{\beta}^2(2n+1/2)^2}{X^2} + \frac{(\xi_{k,1})^2}{\bar{R}_0^{*2}X}}.$$
 (29)

На рис. 2 приведена спектральная зависимость коэффициента примесного поглощения света квазинульмерной структурой с дискообразными КТ на основе InSb. Как видно из рис. 2, коэффициент поглощения имеет немонотонную спектральную зависимость, обусловленную размерным квантованием. Поскольку состояния, соответствующие энергии с магнитным квантовым числом  $m = \pm 1$ , являются



Рис. 2. Спектральная зависимость коэффициента примесного поглощения света в квазинульмерной структуре с дискообразными КТ на основе InSb при U = 0.15 эВ, L = 15 нм, для различных значений радиуса КД  $R_0$ : кривая  $1 - R_0 = 32$  нм, кривая  $2 - R_0 = 65$  нм

вырожденными, сила осциллятора дипольного оптического перехода электрона с примесного уровня в размерно-квантованные состояния с  $m = \pm 1$  оказывается довольно большой (ср. пики на рис. 2). При этом дисперсия характерных размеров КД ограничивает сверху возможные значения осцилляторного квантового числа n, так как u < 3/2. Так, например, для значений параметров, при которых строилась кривая на рис. 2, N = 0, и осцилляции коэффициента поглощения связаны в основном с оптическими переходами электрона между уровнями размерного квантования двумерной потенциальной ямы, которой моделировался потенциал конфайнмента КД в радиальном направлении.

Таким образом, в настоящей работе показана существенная роль фактора геометрической формы КТ в координатной зависимости энергии связи  $D^-$ -состояния, а также в спектре примесного поглощения света при переходе «сферическая КТ — дискообразная КТ». В отличие от случая сферической КТ [7] энергия связи  $D^-$ -состояния в КД как функция координат  $D^-$ -центра является анизотропов кависит от характерных размеров КД. Необходимо отметить, что особенность геометрического и потенциального конфайнмента КД проявляется в существенной зависимости края полосы примесного поглощения  $(\hbar\omega)_{\rm th}$  от характерных размеров КД:  $(\hbar\omega)_{\rm th} = 2\sqrt{\hbar^2 U_0/(2m^* \bar{L}^2)}/3 + 4\hbar(\xi_{1,1})^2/(18m^* \bar{R}_0^{*2})$ .

## Литература

- 1. Леденцов Н.Н., Устинов В.М., Щукин В.А. и др. // ФТП. 1998. **32**, № 4. С. 385.
- 2. Кокурин И.А., Маргулис В.А., Шорохов А.В. // Изв. вузов. Поволжский регион (секция «Естественные науки»). Физика. 2003. **6**, № 9. С. 96.
- Huaut S., Najda S.P. // Phys. Rev. Lett. 1990. 65, N 12. P. 1486.
- Жуков А.Е., Ковис А.Р., Устинов В.М. // ФТП. 1999.
   33, № 5. С. 1395.
- 5. Кревчик В.Д., Грунин А.Б., Марко А.А. // ФТП. 2006. **40**, № 4. С. 433.
- 6. Кревчик В.Д., Грунин А.Б., Евстифеев В.В. // ФТП. 2006. **40**, № 6. С. 136.
- 7. *Кревчик В.Д., Зайцев Р.В.* // Физика твердого тела. 2001. **43**, № 3. С. 504.

Поступила в редакцию 31.10.2007