КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 621.373:530.12

ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ И ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИК ВРАЩАЮЩИМСЯ ПУЛЬСАРОМ В ПАРАМЕТРИЗОВАННОЙ ПОСТМАКСВЕЛЛОВСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

В. А. Соколов

(*кафедра квантовой теории и физики высоких энергий*)

E-mail: sokolov.sev@inbox.ru

Рассматривается эффект генерации кратных гармоник вращающимся пульсаром в параметризованной постмаксвелловской электродинамике. Вычислены угловые распределения интенсивности излучения и коэффициенты преобразования для излучения на удвоенной и утроенной частоте вращения пульсара.

В современных теоретических моделях электродинамика в вакууме является нелинейной теорией. Наличие нелинейных слагаемых делает возможным предсказание новых эффектов, которые не наблюдаются в электродинамике Максвелла в вакууме. К таким эффектам относится генерация кратных гармоник вращающимся пульсаром.

В приближении слабого электромагнитного поля лагранжиан нелинейной электродинамики в параметризованном постмаксвелловском приближении [1] может быть записан в виде

$$L = \frac{1}{8\pi}\{[\boldsymbol{E}^2 - \boldsymbol{B}^2] + \xi[\eta_1(\boldsymbol{E}^2 - \boldsymbol{B}^2)^2 + 4\eta_2(\boldsymbol{BE})^2]\} - \frac{1}{c}j^i A_i, \quad (1)$$

где $\xi = 1/B_q^2 = 0.5 \cdot 10^{-27}$ Гс$^{-2}$, а постмаксвелловские параметры η_1 и η_2 зависят от выбора теоретической модели. Оценки показывают, что для электродинамики Борна–Инфельда $\eta_1 = \eta_2 \approx 4.9 \cdot 10^{-6}$, а для электродинамики Гейзенберга–Эйлера $\eta_1 = 5.1 \cdot 10^{-5}$, $\eta_2 = 9.0 \cdot 10^{-5}$.

Уравнения электромагнитного поля, получаемые из лагранжиана (1), аналогичны уравнениям макроскопической электродинамики

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\boldsymbol{H} &= \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}, & \operatorname{div}\boldsymbol{D} &= 4\pi\rho, \\ \operatorname{rot}\boldsymbol{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, & \operatorname{div}\boldsymbol{B} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

со специфическими материальными уравнениями

$$\begin{aligned} \boldsymbol{D} &= 4\pi\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{E}} = \boldsymbol{E} + 2\xi\{\eta_1(\boldsymbol{E}^2 - \boldsymbol{B}^2)\boldsymbol{E} + 2\eta_2(\boldsymbol{B}\ \boldsymbol{E})\boldsymbol{B}\}, \\ \boldsymbol{H} &= -4\pi\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{B}} = \boldsymbol{B} + 2\xi\{\eta_1(\boldsymbol{E}^2 - \boldsymbol{B}^2)\boldsymbol{B} - 2\eta_2(\boldsymbol{B}\ \boldsymbol{E})\boldsymbol{E}\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Пусть пульсар или магнетар, обладающий магнитным дипольным моментом $|\boldsymbol{m}|$, вращается с частотой ω вокруг оси z, составляющей угол θ_0 с вектором дипольного момента.

Вращающийся магнитный диполь излучает электромагнитные волны. В электродинамике Максвелла это излучение происходит на частоте вращения пульсара. Так как в материальные уравнения нелинейной электродинамики (3) входят кубические комбинации полей, то можно ожидать, что наряду с излучением на частоте вращения будет наблюдаться излучение на удвоенной и утроенной частоте вращения. Для определения свойств этого излучения воспользуемся малостью поправок нелинейной электродинамики в постмаксвелловском приближении и будем искать решение для уравнений (2) методом последовательных приближений на фоне плоского пространства-времени, полагая, что

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}_1, \quad \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}_1,$$

где $\boldsymbol{B}_0$ и $\boldsymbol{E}_0$ описывают электромагнитное поле вращающегося магнитного диполя в максвелловском приближении, выражения для этих полей получены в работе[2], а $\boldsymbol{B}_1$ и $\boldsymbol{E}_1$ определяют поправку первого порядка малости, возникающую из-за наличия нелинейных членов в (3).

Асимптотически главные члены в материальных уравнениях примут вид

$$\begin{aligned} \boldsymbol{D} &= \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}_1 + 2\xi\{\eta_1(\boldsymbol{E}_0^2 - \boldsymbol{B}_0^2)\boldsymbol{E}_0 + 2\eta_2(\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{E}_0)\boldsymbol{B}_0\}, \\ \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}_1 + 2\xi\{\eta_1(\boldsymbol{E}_0^2 - \boldsymbol{B}_0^2)\boldsymbol{B}_0 - 2\eta_2(\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{E}_0)\boldsymbol{E}_0\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Учитывая (4) и (2), получим уравнения для попра-

вок нелинейной электродинамики

$$\begin{aligned}\operatorname{rot}\boldsymbol{B}_1 &= \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}_1}{\partial t} - \\ &- 2\xi \operatorname{rot}\{\eta_1(\boldsymbol{E}_0^2 - \boldsymbol{B}_0^2)\boldsymbol{B}_0 - 2\eta_2(\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{E}_0)\boldsymbol{E}_0\} + \\ &+ \frac{2\xi}{c}\frac{\partial}{\partial t}\{\eta_1(\boldsymbol{E}_0^2 - \boldsymbol{B}_0^2)\boldsymbol{E}_0 + 2\eta_2(\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{E}_0)\boldsymbol{B}_0\},\\ \operatorname{div}\boldsymbol{E}_1 &= -2\xi \operatorname{div}\{\eta_1(\boldsymbol{E}_0^2 - \boldsymbol{B}_0^2)\boldsymbol{E}_0 + 2\eta_2(\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{E}_0)\boldsymbol{B}_0\},\\ \operatorname{rot}\boldsymbol{E}_1 &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}_1}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\boldsymbol{B}_1 = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Для нахождения решения удобно перейти к потенциалам Герца [3], в терминах которых система (5) примет вид

$$\Box\boldsymbol{\Pi} = \{\eta_1(\boldsymbol{E}_0^2 - \boldsymbol{B}_0^2)\boldsymbol{E}_0 + 2\eta_2(\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{E}_0)\boldsymbol{B}_0\},$$
$$\Box\boldsymbol{Z} = \{\eta_1(\boldsymbol{E}_0^2 - \boldsymbol{B}_0^2)\boldsymbol{B}_0 - 2\eta_2(\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{E}_0)\boldsymbol{E}_0\}.$$

Решая эти уравнения с точностью до асимптотически главных слагаемых по малому параметру (kR_s), где $k = \omega/c$, а R_s — радиус звезды, несложно найти выражения для потенциалов Герца и компонент поля $\boldsymbol{E}_1$ и $\boldsymbol{B}_1$, изменяющихся с частотами 2ω и 3ω, и, используя полученные решения, вычислить средние угловые распределения интенсивности излучения на соответствующей частоте.

Среднее угловое распределение интенсивности излучения на частоте ω для электродинамики Максвелла определяется выражением

$$\overline{\frac{dI}{d\Omega}}(\omega) = \frac{k^4 c|\boldsymbol{m}|^2 \sin^2(\theta_0)(1+n_z^2)}{8\pi},$$

где n_z — компонента единичного вектора $\boldsymbol{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$, определяющего направление на наблюдателя. Среднее угловое распределение на частоте 2ω имеет вид

$$\begin{aligned}\overline{\frac{dI}{d\Omega}}(2\omega) &= \frac{2k^8 c|\boldsymbol{m}|^6 \xi^2 \sin^4(\theta_0)\cos^2(\theta_0)}{(105)^2 \pi R_s^8} \times \\ &\times \left[324\eta_1^2 n_z^4 + 1629\eta_1^2 n_z^2 - 714\eta_1\eta_2 n_z^2 + 49\eta_2^2 n_z^2 + \right. \\ &\left. + 225\eta_1^2 - 210\eta_1\eta_2 + 49\eta_2^2\right](1-n_z^2).\end{aligned}$$

Особенность этого распределения состоит в том, что излучение на частоте 2ω исчезает в случае, если дипольный момент лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения, в то время как для электродинамики Максвелла излучение на частоте ω при этом максимально. Угловое распределение интенсивности на частоте 3ω определяется выражением

$$\overline{\frac{dI}{d\Omega}}(3\omega) = \frac{3^8 k^8 c|\boldsymbol{m}|^6 \xi^2 \eta_1^2 \sin^6(\theta_0)(1+n_z^2)(n_z^2-1)^2}{2^7 35^2 \pi R_s^8}.$$

Введем коэффициенты преобразования как отношение среднего углового распределения интенсивности на частоте 2ω и 3ω соответственно к среднему угловому распределению на частоте ω:

$$\begin{aligned}\kappa_{1,2} &= \overline{\left(\frac{dI}{d\Omega}(2\omega)\right)} \Big/ \overline{\left(\frac{dI}{d\Omega}(\omega)\right)} = \\ &= \frac{16k^4|\boldsymbol{m}|^4\xi^2\sin^2(\theta_0)\cos^2(\theta_0)}{(105)^2 R_s^8}\left(\frac{1-n_z^2}{1+n_z^2}\right) \times \\ &\times \{324\eta_1^2 n_z^4 + 1629\eta_1^2 n_z^2 - 714\eta_1\eta_2 n_z^2 + \\ &+ 49\eta_2^2 n_z^2 + 225\eta_1^2 - 210\eta_1\eta_2 + 49\eta_2^2\},\\ \kappa_{1,3} &= \overline{\left(\frac{dI}{d\Omega}(3\omega)\right)} \Big/ \overline{\left(\frac{dI}{d\Omega}(\omega)\right)} = \\ &= \frac{3^8 k^4|\boldsymbol{m}|^4\xi^2\eta_1^2\sin^4(\theta_0)}{2^4(35)^2 R_s^8}\left(1-n_z^2\right)^2.\end{aligned}$$

Оценка порядка коэффициента преобразования для излучения на удвоенной частоте вращения пульсара дает

$$\kappa_{1,2} \sim \frac{k^4|\boldsymbol{m}|^4\xi^2\eta_1^2\sin^2(\theta_0)\cos^2(\theta_0)}{R_s^8} \sim$$
$$\sim (kR_s)^4\left(\frac{B_p}{B_q}\right)^4 \eta_{1,2}^2 \sim 10^{-24}.$$

Для коэффициента преобразования на утроенной частоте вращения получим

$$\kappa_{1,3} \approx 0.3\kappa_{1,2} \sim 10^{-25}.$$

При вычислении этих оценок было принято, что $(kR_s) = 10^{-2}$ и B_p — характерная индукция поля пульсара, $B_p \sim 10^{12}$ Гс.

Литература

1. *Denisov V.I., Kravtsov N.V., Krivchenkov I.V.* // Phys. Rev. D. 2004. **69**, N 6. P. 06608.
2. *Денисов В.И.* // ЖЭТФ. 1978. **74**, № 2. С. 401.
3. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М., 1977.
4. *Александров Е.Б., Ансельм А.А.* // ЖЭТФ. 1985. **89**, № 10. С. 1181.
5. *Денисов В.И.* // ТМФ. 2002. **132**, № 2. С. 211.

Поступила в редакцию
19.12.2007