

УДК 536.8

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ МОДИФИЦИРОВАННОЙ МАШИНЫ КАРНО II. МАШИНА КАРНО — ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ГЕНЕРАТОР АВТОКОЛЕБАНИЙ*

А. Н. Заикин

(кафедра биофизики)

E-mail: tverd07@mail.ru

Периодический режим устойчивого предельного цикла модифицированной машины Карно реализуется за счет алгоритмического золотника. В квазигармоническом приближении определены мощность, частота колебаний поршня и коэффициент полезного действия машины. Модифицированная машина может работать в режиме треугольного предельного цикла (реализуемы циклы с любым числом углов, большим трех). Разработанный автором подход к анализу динамических режимов машины Карно позволяет обойтись без понятия «энтропия».

Качели и машина Карно. Качели — наиболее известный пример параметрической автоколебательной системы. Человек на качелях — источник энергии и автомат, выполняющий алгоритм раскачивания. Первая часть алгоритма: необходимо любым способом выйти из мертвой точки — точки равновесия. Вторая часть: при максимальном отклонении от положения равновесия присесть (увеличить длину маятника); при максимальной скорости, в нижней точке, встать (уменьшить длину маятника); при максимальном отклонении в другую сторону присесть (снова увеличить длину маятника); при максимальной скорости, в нижней точке, снова встать (уменьшить длину маятника). За один период колебаний параметр системы (длина маятника — расстояние от точки подвеса до центра тяжести системы) меняется четыре раза, т.е. параметрическое возбуждение происходит на второй гармонике собственной частоты системы.

При соблюдении условия (5) из [1] ($P \gg \tau$, P — период колебаний поршня, τ — постоянная времени процесса выравнивания температур резервуара и газа) все процессы в машине Карно являются адиабатическими, а параметр C_V^* (сумма собственной и присоединенной теплоемкостей) в течение процесса остается постоянным. Величина этого параметра за один цикл меняется четыре раза: на траектории AB (рис. 1): $C_V^* = C_V + C_1$; на BC : $C_V^* = C_V$; на CD : $C_V^* = C_V + C_2$; на DA : $C_V^* = C_V$, где C_V — собственная теплоемкость газа в цилиндре, C_1 — несобственная теплоемкость газа (она же — теплоемкость горячего резервуара), C_2 — несобственная теплоемкость газа (она же — теплоемкость холодного резервуара). Изменение параметра C_V^* и энергии системы происходит скачком только в точках пересечения траекторий, в узлах

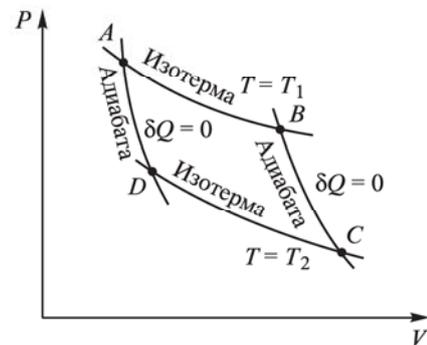


Рис. 1. Цикл Карно в координатах (p, V)

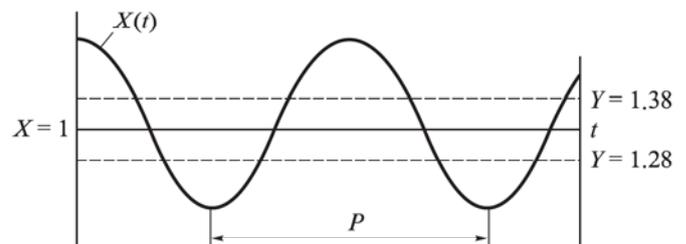


Рис. 2. Автофазированное четырехкратное изменение параметра — коэффициента Пуассона ψ в течение периода колебаний поршня P является несомненным признаком параметрической автогенерации. На рисунке представлены решения уравнения $\ddot{x} + F(\dot{x}) + Q(1 - x^{-\gamma}) = 0$, где $F(\dot{x}) = a\dot{x} + b\dot{x}^3$, $a = 0$, $b = 1$, $Q = 1$, $\gamma = 1.33 \pm 0.05$

A, B, C, D . Налицо необходимые и достаточные признаки параметрического генератора.

Еще одно подтверждение тому, что машина Карно — параметрический генератор, демонстрирует рис. 2. На нем представлены зависимости положения поршня X и параметра $\psi = (C_V^* + R)/C_V^*$ от времени, полученные в вычислительном эксперименте на модели модифицированной машины

Карно. Аналогичные зависимости содержат рисунки в монографиях и учебниках, посвященных физике параметрических колебаний [2, 3].

Золотник модифицированной машины Карно.

Классическая машина Карно совершает цикл в результате действий, совершаемых субъектом, проводящим мысленный эксперимент по определенному алгоритму, предусматривающему манипулирование штоком поршня и двумя тепловыми резервуарами. Непременное условие успешного эксперимента — медленное (лучше — бесконечно медленное) движение по циклу.

Использование в машине весомого поршня позволяет ввести количественный критерий медленности его движения — упоминавшееся условие (5) в [1]. Для консервативной, декрементной или инкрементной систем достаточно выполнения этого условия:

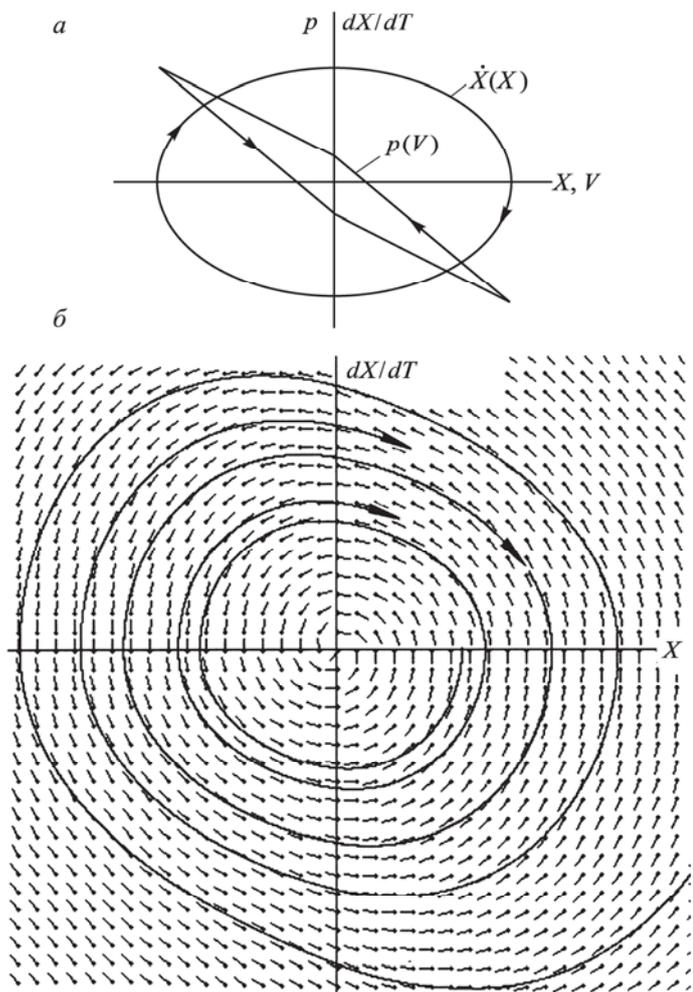


Рис. 3. Траектория предельного цикла в координатах $(X, dX/dt)$ и (p, V) -диаграмма автоколебательного процесса (а). Число оборотов двух изображающих точек равно 1001; за тысячу циклов траектории практически не изменились. Поле направлений и траектории изображающих точек на фазовой плоскости $(X, dX/dt)$ (б). Замкнутая траектория — предельный цикл параметрического генератора

возвратно-поступательное движение поршня по адиабатической траектории не требует специального управления или фазовой коррекции.

Для работы машины в режиме источника механической энергии или ее аккумулятора (в обратном цикле Карно) только весомого поршня недостаточно, поскольку переключение тепловых резервуаров в течение цикла происходит четыре раза и во вполне определенных фазах.

На рис. 3,а показана траектория предельного цикла в координатах $(X, dX/dt)$ и (p, V) -диаграмма автоколебательного процесса в модернизированной машине Карно ($V = V_0 X$, V_0 — объем газа при $X = 1$). Начальные условия в этой программе выбраны так, что система сразу попадает на предельный цикл.

Предельный цикл параметрического генератора.

Наличие золотника, обеспечивающего своевременное переключение параметра — коэффициента Пуассона ψ , и нагрузки, пропорциональной кубу скорости движения поршня, обеспечивает существование стабильного периодического режима движения поршня согласно уравнению динамики:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + a \frac{dX}{dt} + b \left(\frac{dX}{dt} \right)^3 + Q \left(1 - \frac{1}{X^\psi} \right) = 0. \quad (1)$$

Чтобы удостовериться в том, что предельная траектория $\dot{X}(X)$ на рис. 3 на самом деле является предельным циклом, проведен расчет при начальных положениях изображающей точки внутри и вне площади, ограниченной предельной траекторией. Результаты представлены на рис. 3,б. Учитывая характер поля направлений и то, что спирали двух траекторий «наматываются» на предельную траекторию изнутри и снаружи, можно заключить, что замкнутая траектория на рисунке — предельный цикл.

На рис. 4 представлена фазовая плоскость модифицированной машины Карно и синхронный выход на предельный цикл изображающих точек на траекториях $\dot{X}(X)$ и $p(V)$. В отличие от траекторий рис. 3,а, полученных при начальных условиях, являющихся координатами предельных траекторий, здесь вычислительный эксперимент начат при значениях переменных, лежащих в ближайших окрестностях положения равновесия. Поэтому на рисунке видны как спираль траектории выхода на предельный цикл динамических переменных поршня $(X, dX/dt)$, так и «ромбическая спираль» траектории рабочих параметров газа (V, p) .

Треугольные циклы в динамике модифицированной машины Карно.

Классическая термодинамика запрещает треугольные циклы в соответствии с принципом адиабатической недостижимости Каратеодори [4]. Поскольку модификация термических характеристик газа несобственной теплоемкостью в условиях $\tau \ll P$ превращает любые траектории на

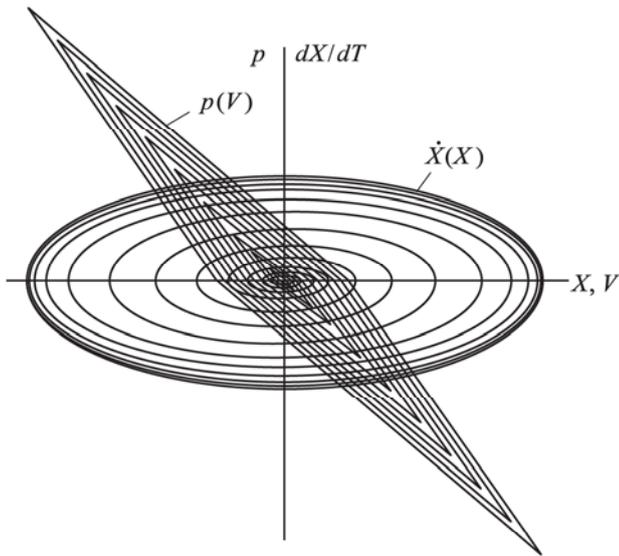


Рис. 4. Фазовая плоскость работающей на нагрузку машины Карно. Машина остановлена программой после тысячи циклов. Процесс установления режима предельного цикла занял около десяти периодов колебаний

(p, V) -диаграмме в адиабаты, то становятся осуществимыми циклы с любым количеством углов, в том числе и треугольные.

Известны различные варианты режимов возбуждения параметрических генераторов. Рис. 5 демонстрирует развертку во времени значений коэффициента Пуассона, соответствующих определенным фазам колебаний поршня. Подобную иллюстрацию содержит, например, работа [5]. Здесь возбуждение осуществляется на первой гармонике собственной частоты системы, но это возможно только при соблюдении определенной последовательности чередования фаз и амплитуд параметрического воздействия.

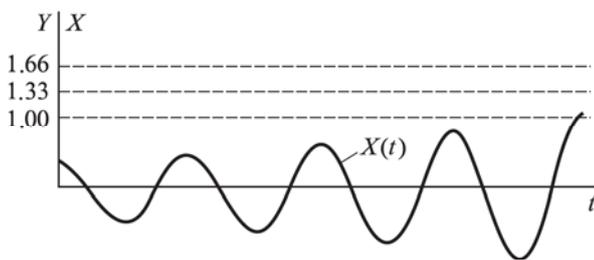


Рис. 5. Временная развертка колебаний поршня модифицированной машины Карно в режиме треугольного цикла и три значения показателя Пуассона, соответствующие определенным фазам колебаний

На рис. 6, а показан процесс превращения энергии трех тепловых резервуаров в растущую сумму кинетической и потенциальной энергии колеблющегося поршня. Уравнением, определяющим динамику системы, осталось уравнение (1), изменился только алгоритм переключения тепловых резервуаров,

а также коэффициенты a и b приравнены к нулю. Равенство нулю этих коэффициентов означает отсутствие внешнего влияния на систему через шток поршня. В этом режиме амплитуда колебаний поршня может увеличиваться неограниченно (насколько позволит вычислительный алгоритм). На рис. 6, б изображена динамика выхода решения модельного уравнения (1) на предельные траектории при положительном коэффициенте b и $a = 0$.

Мощность машины. Итак, машина Карно, которая в течение 180 лет использовалась для демонстрации одного цикла с очень большим периодом, после модернизации получила способность работать в периодическом режиме на активную нагрузку. Мощность двигателя, работающего в малоамплитудном квазигармоническом режиме, можно оценить следующим образом:

$$Z = W\nu,$$

где Z — мощность машины, W — энергия, передаваемая в нагрузку за один период (цикл), ν — циклическая частота колебаний поршня.

Известно, что W на изотермах AB и CD (рис. 1) определяется выражением

$$W = kn(T_1 - T_2) \ln(V_2/V_1),$$

где k — постоянная Больцмана, n — число молекул в рабочем теле машины.

Ранее было получено выражение для круговой частоты колебаний поршня в консервативном малоамплитудном режиме (формула (4) в работе [1]). Это выражение пригодно для оценки частоты колебаний поршня при его движении по предельному циклу, если Δ и ΔV достаточно малы (мала площадь цикла и инкрементные свойства режима). Учтем также, что при малых амплитудах колебаний $\ln(V_2/V_1) \approx \Delta V/V_0$, концентрация газа $\xi = n/V_0$, циклическая частота $\nu = \omega/(2\pi)$. Тогда

$$Z \approx (2\pi)^{-1} k \Delta T \Delta V \xi S \psi^{1/2} p_0^{1/2} M^{-1/2} V_0^{-1/2}. \quad (2)$$

Это выражение служит для приближенной оценки мощности машины в квазигармоническом режиме.

Коэффициент полезного действия машины Карно. В книге И. Пригожина и Д. Кондепуди «Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур» [6] приведено выражение: $W = Q_{AB} - Q_{CD}$ (W — количество работы, полученное за один цикл работы машины, $Q_{AB} - Q_{CD}$ — количество тепла, затраченного на производство работы). Отсюда следует, что если коэффициент полезного действия η есть отношение полученной работы к затраченному в процессе превращения энергии количеству тепла, то в прямом цикле Карно

$$\eta = W/(Q_{AB} - Q_{CD}) = 1 \quad (3)$$

и в обратном цикле:

$$\eta = (Q_{AB} - Q_{CD})/W = 1.$$

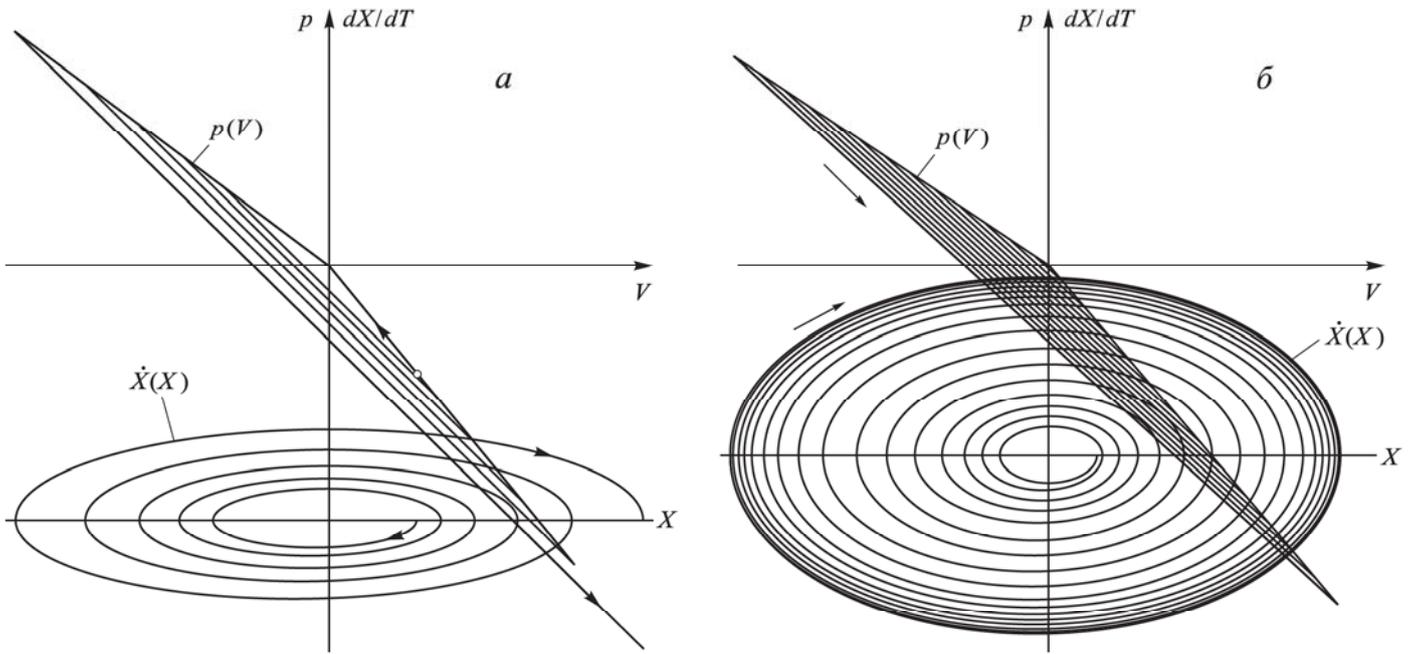


Рис. 6. Фазовая плоскость модифицированной машины Карно и фазовые портреты в режиме треугольного цикла (а). Выход на предельные траектории в режиме треугольного цикла (б)

Потери энергии, если они будут предусмотрены мысленным экспериментом, легко учесть. Пусть в прямом цикле тепловые потери равны Q_{diss} , тогда КПД

$$\eta = W / (Q_{AB} - Q_{CD} + Q_{diss}). \quad (4)$$

В этом случае КПД будет менее 100%.

Итак, превращения энергии из тепловой в механическую и обратно в машине Карно совершаются с коэффициентом преобразования, равным единице. С этим выводом согласны здравый смысл, логика и закон сохранения энергии, так как в модели для мысленных экспериментов, предложенной С. Карно, потери энергии, как тепловой, так и механической, *не предусмотрены*. Однако в том же источнике [6] вслед за приведенным выше выражением следует соотношение

$$\eta = W / Q_{AB}. \quad (5)$$

От выражения (3) оно отличается тем, что в знаменателе отсутствует Q_{CD} , причем без объяснений по этому поводу. Из (5) после соответствующих преобразований получается выражение

$$\eta = (T_1 - T_2) / T_1, \quad (6)$$

принятое в термодинамике и являющееся ее краеугольным камнем.

«Потеря» Q_{CD} происходит следующим образом: если в знаменатель выражения (6) добавить Q_{CD} и его же вычесть, то получится

$$\eta = W / (Q_{AB} - Q_{CD} + Q_{CD}).$$

Сравнивая это выражение с (4), получим $Q_{diss} = Q_{CD}$. Это означает, что теплота Q_{CD} отнесена к потерям. Следовательно, выражение (5) не имеет никакого отношения к машине Карно, поскольку

в ней тепло Q_{CD} «складируется» в резервуаре с температурой T_2 — холодильнике.

В определенном отношении *машина Карно является аккумулятором механической энергии*. В прямых циклах машина может отдать потребителю механическую энергию, обратными циклами этот аккумулятор можно зарядить (заложить механическую энергию на хранение в виде запаса тепловой энергии резервуарных теплоемкостей). Поскольку машина адиабатически изолирована и любые потери энергии исключены, саморазряд этого аккумулятора не предусмотрен, а количество циклов зарядов-разрядов не ограничено. За один период колебаний в аккумуляторе происходит следующее: количество тепла в горячем резервуаре уменьшается на величину Q_1 (в процессе превращения тепла в механическую энергию), в холодном резервуаре количество тепла увеличивается на величину Q_2 , разность $Q_1 - Q_2 = \delta Q$ превращается в механическую энергию δA и поступает к потребителю. В обратном цикле Карно аккумулятор заряжается: из холодного резервуара Q_2 переходит в горячий, туда же поступает $\delta Q = \delta A$. КПД процесса превращения δA в δQ и обратного процесса, как установлено выше, равен единице.

Выражение (6) для коэффициента полезного действия машины Карно из приведенных материалов не следует и является *конвенциональным постулатом*, или экономическим коэффициентом. В XIX в. его так и называли: «der ökonomische Koeffizient» [7], из которого Клаузиус извлек приведенную теплоту — энтропию и второй закон термодинамики, что дало начало сопровождавшему развитие термодинамики процессу накопления нелепостей, ошибок

и заблуждений. В книге К. А. Путилова приведены 18 важнейших формулировок второго закона термодинамики [8]. В этот перечень не вошла самая лаконичная: «Энтропия изолированной системы не может уменьшаться» [9].

В книге «Заблуждения и ошибки в термодинамике» И. П. Базаров пишет: «По-видимому, нет другой области науки, в которой при ее создании и применениях делалось бы такое большое число неверных утверждений и выводов, как в термодинамике. Такие ошибки допускали как основатели термодинамики, так и другие ученые, что говорит о трудности изучаемого предмета. Анализ этих ошибок и заблуждений поучителен» [10]. Решительно не согласен с выводом Базарова о том, что ошибки и заблуждения вызваны трудностью изучаемого предмета. На самом деле они вызваны тем, что в основу термодинамики в качестве краеугольного камня был заложен «der ökonomische Koeffizient» [11].

Физика имеет дело с величинами измеряемыми. Введенную Клаузиусом в обиход физики энтропию нечем измерить. Более того, до сих пор не ясен физический смысл энтропии. Приведенный ниже текст звучит современно и актуально, но это было сказано Максом Планком еще в 1909-ом году: «Между тем как принцип энергии является для нас как готовый самостоятельный образ, очищенный от всяких случайностей своего исторического развития, иначе обстоит дело с тем принципом, который был введен в физику R. Clausius'ом как второй закон теории тепла. Этот принцип играет в развитии физической науки очень своеобразную роль, так как и сейчас нельзя утверждать, чтобы для него удалось найти всеми признанную, объективную формулировку» [12].

Заключение

1. Модифицированная машина Карно является параметрическим генератором автоколебаний.

2. Как установлено в [1], регулируемая байпасная теплоемкость C позволяет при наличии в цилиндре газа с теплоемкостью C_V выбирать траекторию изображающей точки на диаграмме Карно из континуума адиабат. Следовательно, модифицированная машина Карно не подчиняется принципу адиабатической недостижимости Каратеодори, запрещающему треугольные циклы, и для нее становятся осуществимыми циклы с любым количеством углов, в том числе и треугольные.

3. Уравнением, определяющим динамику машины с многоугольным циклом, остается выражение (1), изменяются только параметры золотника — алгоритма переключения тепловых резервуаров.

4. В работе получено выражение (2) для приближенной оценки мощности машины в квазигармоническом режиме.

5. Представленный в настоящем исследовании опыт работы по модификации машины Карно и исследованию ее колебательных режимов [13] показал, что применение законов физики с *однозначной* формулировкой, *аккуратное* использование значений *всех* теплоемкостей изучаемой системы и *закона сохранения энергии* гарантирует получение разумных и однозначных результатов, минуя использование понятия «энтропия».

Автор выражает признательность Э. Э. Шнолю и Ф. И. Атауллаханову за организацию семинаров, на которых с их участием обсуждалась эта работа, а также благодарит В. А. Твердислова за помощь в подготовке настоящих материалов.

Литература

1. Заикин А.Н. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2008. № 5. С. 44.
2. Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. Основы теории колебаний. М., 1988.
3. Харкевич А.А. Нелинейные и параметрические явления в радиотехнике. М., 1956.
4. Базаров И.П. Термодинамика. М., 1991.
5. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. М., 1964.
6. Пригожин И., Кондепуди Д. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. М., 2002.
7. Mach E. Die Principien der Wärmelehre. Leipzig, 1900.
8. Путилов К.А. Термодинамика. М., 1971.
9. Блюменфельд Л.А. Решаемые и нерешаемые проблемы биологической физики. М., 2002.
10. Базаров И.П. Заблуждения и ошибки в термодинамике. М., 2003.
11. Заикин А.Н. Исследование колебательных режимов модифицированной машины Карно: Препринт. Пушкино, 2005.
12. Планк М. Восемь лекций по теоретической физике. СПб., 1911.

Поступила в редакцию
23.11.2007