

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 621.373.826.038

**МЕХАНИЗМ ПОДАВЛЕНИЯ РЕЛАКСАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ
В БЫСТРОПРОТОЧНОМ ЛАЗЕРЕ НА СМЕСИ ГАЗОВ****Л. С. Кузьминский, Ю. В. Лужинская, А. И. Одинцов, А. И. Федосеев***(кафедра оптики и спектроскопии)*

E-mail: spekl@phys.msu.ru

Показано, что обмен возмущениями между компонентами движущейся активной среды, такой как рабочая смесь $\text{CO}_2\text{-N}_2$ -лазера, приводит к подавлению релаксационных колебаний и стабилизации стационарной генерации. Получены аналитические соотношения, определяющие частоты и инкременты релаксационных колебаний и порог их самовозбуждения по характеристикам стационарной генерации.

Введение

В лазерах с движущейся активной средой существуют специфические механизмы неустойчивости стационарной генерации, обусловленные возникновением обратной связи в потоке среды [1–5]. Развитие неустойчивости приводит к различным типам автоколебательных режимов генерации, одним из которых являются релаксационные колебания (РК) [6–8]. Изучение механизмов автоколебательной неустойчивости в лазерах с движущейся средой представляет практический интерес для разработки новых методов управления режимами генерации быстропротекающих лазеров (БПЛ), используемых в современных технологиях обработки материалов [4, 5]. Особенности возбуждения автоколебаний в смесях газов, которые служат активной средой практически во всех типах БПЛ, до настоящего времени во многом оставались невыясненными. В настоящей работе путем численных и аналитических расчетов исследуется механизм РК в неустойчивом резонаторе (НР) с движущейся двухкомпонентной активной средой, качественно моделирующей рабочую смесь $\text{CO}_2\text{-N}_2$ -лазера.

Основные уравнения

В расчетах использовалась простейшая одномерная модель НР с движущейся двухкомпонентной средой и неоднородной внутренней накачкой, являющаяся обобщением модели БПЛ с однокомпонентной средой [8]. На рис. 1 показана часть резонатора от оптической оси ($x=0$) и выше по потоку среды, которая определяет динамику генерации БПЛ. В каждой из компонент среды рассматривается по одному возбужденному уровню, которые обмениваются энергией между собой. Применяемый подход к исследованию неустойчивости, как и в [8], основан на анализе свойств мод малых возмущений.

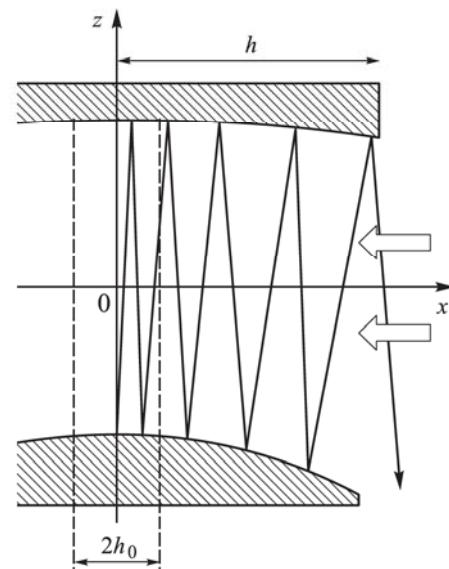


Рис. 1. Схема неустойчивого резонатора с движущейся активной средой. Направление потока показано стрелками

Система уравнений для поля и среды в нормированных величинах имеет вид

$$\frac{\partial G_2}{\partial t} - \frac{\partial G_2}{\partial x} = -(\gamma_{23} + \gamma_2 + W)G_2 + \gamma_{32}G_3 + q_2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial G_3}{\partial t} - \frac{\partial G_3}{\partial x} = -(\gamma_{32} + \gamma_3)G_3 + \gamma_{23}G_2 + q_3, \quad (2)$$

$$\tau_c \frac{\partial W}{\partial t} + x \frac{\partial W}{\partial x} = (G_2 - 1)W. \quad (3)$$

Здесь $G_i = \sigma n_i / \theta$ — приведенные населенности уровней ($i=2,3$), где n_i — населенности уровней, σ — оптическое сечение лазерного перехода, $\theta = \ln M/2L$ — распределенные потери на увеличение НР (M — коэффициент увеличения НР, L — длина резонатора). Индекс $i=2$ относится к лазерно-активной компоненте смеси, индекс $i=3$ —

к энергонесущей компоненте, передающей возбуждение на лазерный переход. Величина G_2 выражает коэффициент усиления, нормированный на величину потерь. Используются также следующие обозначения: $W = \sigma I \tau_f$, где I — интенсивность поля по числу квантов, $\tau_f = h/\nu$ — время пролета среды до оптической оси резонатора, h — апертура резонатора, ν — скорость потока; γ_{ik} , γ_i — нормированные на τ_f^{-1} константы скоростей обмена и релаксации компонент смеси; $q_i = S_i \sigma \tau_f / \theta$, где S_i — скорости накачек компонент; $\tau_c = 2L/(c\tau_f \ln M)$ — нормированное время затухания поля в НР. Переменные t и x нормированы на τ_f и h соответственно. Стационарные решения (1)–(3) дают распределения $G_{2s}(x)$, $G_{3s}(x)$ и $W_s(x)$ в непрерывном режиме генерации.

Исследование устойчивости стационарных решений проводилось на основе линеаризованных уравнений для малых возмущений $\bar{g}_2(x, t)$, $\bar{g}_3(x, t)$ и $\bar{w}(x, t)$, причем возмущение поля нормировалось на $W_s(x)$. Путем подстановки $\bar{g}_2(x, t) = \bar{g}_2(x)e^{\Gamma t}$, $\bar{g}_3(x, t) = \bar{g}_3(x)e^{\Gamma t}$ и $\bar{w}(x, t) = \bar{w}(x)e^{\Gamma t}$ находятся уравнения для комплексных амплитуд $\bar{g}_2(x)$, $\bar{g}_3(x)$ и $\bar{w}(x)$ с комплексным инкрементом $\bar{\Gamma} = \Gamma + i\Omega$ (чертой сверху обозначаются комплексные величины):

$$\frac{d\bar{g}_2}{dx} = (\bar{\Gamma} + \gamma_2 + W_s + \gamma_{23})\bar{g}_2 - \gamma_{32}\bar{g}_3 + P_s\bar{w}, \quad (4)$$

$$\frac{d\bar{g}_3}{dx} = (\bar{\Gamma} + \gamma_3 + \gamma_{32})\bar{g}_3 - \gamma_{23}\bar{g}_2, \quad (5)$$

$$x \frac{d\bar{w}}{dx} = \bar{g}_2 - \bar{\Gamma}\tau_c\bar{w}, \quad (6)$$

где $P_s = G_{2s}W_s$ — стационарная генерируемая мощность. В отсутствие возмущений на входе потока в резонатор ($x = 1$) граничное условие имеет вид

$$\bar{g}_2(1) = 0, \quad \bar{g}_3(1) = 0. \quad (7)$$

На оптической оси НР, как следует из (6), должно выполняться условие

$$\frac{\bar{g}_2(0)}{\bar{w}(0)} = \bar{\Gamma}\tau_c. \quad (8)$$

Если характеристики стационарной генерации $W_s(x)$ и $G_{2s}(x)$ медленно изменяются на масштабе пространственного периода автоколебаний $\Lambda = 2\pi/\Omega$, то, как и для однокомпонентной среды [8], удается получить приближенные аналитические соотношения, описывающие квазиоднородные частные решения $\bar{g}_{2e}(x)$ и $\bar{g}_{3e}(x)$ уравнений (4), (5). В типичных системах молекулярных БПЛ (CO_2 - N_2 -, CO -лазеры) время затухания поля в НР τ_c намного меньше других характерных времен ($\tau_c \ll \tau_f$, Ω^{-1} , γ_{ik}^{-1} и др.). Отсюда с учетом (6) и (8) следует, что нормированное возмущение поля \bar{w} является «медленной переменной» и мало меняется на апертуре резонатора. В большинстве случаев его можно с хорошим приближением считать постоянным [8]. Для заданного \bar{w} система уравнений

(4)–(5) решалась методом итераций. В первом приближении формулы для $\bar{g}_{2e}(x)$ и $\bar{g}_{3e}(x)$ имеют вид

$$\bar{g}_{2e}(x) = -P_s\bar{w} \left[\bar{\Gamma} + \chi_{23} - \frac{\gamma_{23}\gamma_{32}}{\bar{\Gamma} + \chi_{32}} \right]^{-1}, \quad (9)$$

$$\bar{g}_{3e}(x) = -\gamma_{23}P_s\bar{w} [(\bar{\Gamma} + \chi_{23})(\bar{\Gamma} + \chi_{32}) - \gamma_{23}\gamma_{32}]^{-1}, \quad (10)$$

где

$$\chi_{23} = \gamma_{23} + \gamma_2 + W_s - \frac{1}{P_s} \frac{dP_s}{dx}, \quad \chi_{32} = \gamma_{32} + \gamma_3 - \frac{1}{P_s} \frac{dP_s}{dx}. \quad (11)$$

Возмущения \bar{g}_{2e} и \bar{g}_{3e} связаны соотношением

$$\bar{g}_{3e} = \frac{\gamma_{23}\bar{g}_{2e}}{\bar{\Gamma} + \chi_{32}}. \quad (12)$$

Формулы 2-го приближения дают лишь небольшие поправки к (9)–(12), за исключением достаточно узкой области $\gamma_{32} \sim \Omega$, где эти поправки оказываются значительными. Соотношения (9) и (10) устанавливают связь возмущений среды с возмущениями поля. Подстановка (9) в (6) позволяет получить выражение для \bar{w} в квадратурах. Общее решение системы уравнений (4)–(5) для среды является суммой найденного квазиоднородного частного решения и осциллирующего общего решения однородной системы:

$$\bar{g}_2 = \bar{g}_{2e} + \bar{g}_{2u}, \quad \bar{g}_3 = \bar{g}_{3e} + \bar{g}_{3u}. \quad (13)$$

Оно должно удовлетворять граничному условию (7) на входе потока в резонатор. При этом интерференция слагаемых в (13) приводит к явлению «краевой модуляции». В типичных условиях возбуждения РК в среде с высоким уровнем накачки и релаксации осциллирующие решения \bar{g}_{2u} и \bar{g}_{3u} быстро затухают, и краевая модуляция не достигает оптической оси НР. В других случаях имеет место взаимодействие краевых и релаксационных колебаний [8]. Чтобы полностью избежать влияния краевой модуляции, в численных расчетах вместо (7) использовалось условие согласования возмущения $\bar{g}_2(1) = \bar{g}_{2e}(1)$, $\bar{g}_3(1) = \bar{g}_{3e}(1)$, которое исключает возможность возбуждения осцилляций. Поэтому в дальнейшем будем считать $\bar{g}_2(x) = \bar{g}_{2e}(x)$, $\bar{g}_3(x) = \bar{g}_{3e}(x)$. Соотношение (9) с граничным условием (8) на оси НР приводит к уравнению 3-й степени для $\bar{\Gamma}$. Разделение действительной и мнимой частей в этом уравнении дает

$$\Omega^2 = \Omega_0^2 + 3\Gamma^2 + 2\chi_{\Sigma}\Gamma + \psi, \quad (14)$$

$$\Gamma^3 + \chi_{\Sigma}\Gamma^2 + (\Omega_0^2 + \chi_{\Sigma}^2 + \psi)\frac{\Gamma}{4} + \frac{1}{8}(\chi_{23}\Omega_0^2 + \chi_{\Sigma}\psi) = 0, \quad (15)$$

где $\Omega_0 = \sqrt{W_s(0)/\tau_c}$ — релаксационная частота [6, 7], $\chi_{\Sigma} = \chi_{23} + \chi_{32}$, $\psi = \chi_{23}\chi_{32} - \gamma_{23}\gamma_{32}$. В типичных условиях величина Ω_0 имеет порядок 10^2 . Уравнения (14) и (15) позволяют получить соотно-

шения для Γ и Ω в предельных случаях слабого и сильного обмена и найти границы устойчивости системы по отношению к возбуждению РК. Так, в случае слабого обмена ($\gamma_{ik} \ll \Omega_0$), сохраняя в уравнениях (14) и (15) только члены, содержащие Ω_0^2 , находим

$$\Omega = \Omega_0, \quad \Gamma = -\frac{\chi_{23}(0)}{2} = \frac{\Gamma_0 - \gamma_{23}}{2}, \quad (16)$$

где $\Gamma_0 = -[W_s^0 + \gamma_2 - (1/P_s)(dP_s/dx)_{x=0}]/2$ — инкремент в отсутствие обмена, $W_s^0 = W_s(0)$. В случае сильного обмена ($\gamma_{ik} \gg \Omega_0$), сохраняя в (15) члены порядка χ_{ik}^2 и $\chi_{ik}\Omega_0^2$, найдем

$$\Gamma = \Gamma_\infty - \frac{\xi_2 \xi_3 \Omega_0^2}{2\gamma_{32}}, \quad (17)$$

где $\Gamma_\infty = -[\xi_2(W_s^0 + \gamma_2) + \xi_3\gamma_3 - (1/P_s)(dP_s/dx)_{x=0}]/2$ — значение инкремента при бесконечной скорости обмена. Здесь величины $\xi_2 = \gamma_{32}/\gamma_\Sigma$, $\xi_3 = \gamma_{23}/\gamma_\Sigma$, где $\gamma_\Sigma = \gamma_{23} + \gamma_{32}$, в случае резонансного обмена (как в смеси $\text{CO}_2\text{--N}_2$) соответствуют относительным содержаниям компонент в смеси. Порог возбуждения РК соответствует условию $\gamma_{32}^{\text{th}} \geq \xi_2 \xi_3 \Omega_0^2 / (2\Gamma_\infty)$. В случае сильного обмена из (14) и (17) получаем для частоты

$$\Omega = \sqrt{\xi_2} \Omega_0. \quad (18)$$

Из (16) и (17) видно, что РК могут возбуждаться при наличии достаточно больших градиентов стационарного поля и усиления на оси НР. Необходимый для этого спадающий к оси резонатора профиль накачки задавался выражением $q_2(x) = q_m[1 - \exp(-x^2/h_0^2)]$, где q_m — скорость накачки на периферии НР, h_0 — ширина зоны неоднородности накачки ($h_0 \ll 1$). Входные значения стационарных населенностей не оказывают заметного влияния на характеристики РК. В расчетах обычно задавались $G_{2s}(1) \approx \theta$, $G_{3s}(1) \approx \xi_3\theta/\xi_2$, что обеспечивало отсутствие резких градиентов усиления и поля на краю резонатора.

Естественно предположить, что основной механизм влияния обменных процессов на возбуждение РК в двухкомпонентной смеси связан с обменом возмущениями — передачей колебаний от активной компоненты к энергонесущей и обратно. С другой стороны, обмен энергией возбуждения может заметно изменять и сами стационарные профили $G_{2s}(x)$ и $W_s(x)$, вид которых существенно влияет на возбуждение РК [7, 8]. Чтобы исследовать действие механизма обмена возмущениями «в чистом виде», нами в ряде расчетов производился специальный выбор параметров среды, при котором изменение скоростей обмена не оказывает влияния на стационарные профили. В такой искусственно «согласованной» смеси соотношение стационарных населенностей компонент во всех точках соответствует равновесному $G_{3s}(x)/G_{2s}(x) = \gamma_{23}/\gamma_{32}$ и про-

исходит «зануление» стационарного потока возмущений $J_s = \gamma_{23}G_{2s} - \gamma_{32}G_{3s} = 0$. В рамках нашей модели эти условия могут быть выполнены при выборе профиля накачки второй компоненты в виде $q_3(x) = (\gamma_{23}/\gamma_{32})[q_2 - (W_s + \gamma_2 - \gamma_3)G_{2s}]$. При этом накладывается ограничение на выбор константы релаксации $\gamma_3 \geq \gamma_2 + W_s(x) - q_2(x)/G_{2s}(x)$. В расчетах без согласования компонент смеси профиль накачки $q_3(x)$ задавался таким же, как $q_2(x)$, а величины скоростей накачки брались пропорциональными концентрациям компонент.

Результаты и обсуждение

На рис. 2 показаны типичные распределения скоростей накачки и стационарные профили населенностей уровней и интенсивности поля в резонаторе для согласованной смеси. При выбранных профилях накачки на всей апертуре резонатора имеет место равновесное соотношение населенностей $G_{2s}(x)$ и $G_{3s}(x)$.

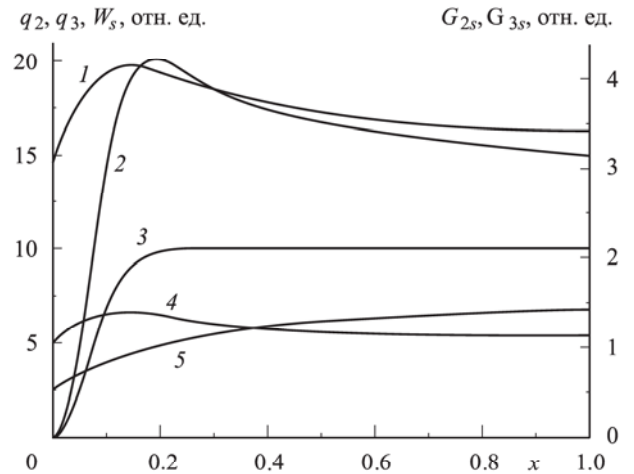


Рис. 2. Стационарные профили населенностей G_{3s} (1), G_{2s} (4), накачки q_3 (2), q_2 (3), интенсивности поля W_s (5). Условия расчета: смесь $\xi_2 : \xi_3 = 1 : 3$, $\gamma_2 = 2$, $\gamma_3 = 4.5$

На рис. 3 показана структура мод возмущений в области, прилегающей к оси НР. Видно, что как амплитуды возмущений населенностей, так и их фазы (по отношению к фазе колебаний поля) достаточно быстро уменьшаются к оси НР, что является следствием спада стационарных профилей населенностей и поля. Особую роль в механизме неустойчивости играет фаза усиления Φ_2 , поскольку, согласно (8), она определяет инкремент колебаний $\Gamma \approx \Omega \cos \Phi_2(0)$. При движении среды через переменное поле с уменьшающейся амплитудой происходит задержка фазы колебаний усиления по отношению к фазе поля [8]. Если при этом на оси резонатора оказывается $\Phi_2(0) < \pi/2$, то возникает неустойчивость ($\Gamma > 0$). При малой скорости обмена (рис. 3, а) происходит затухание колебаний, при этом $\Phi_2(0) > \pi/2$. Фаза Φ_3 заметно запаздывает

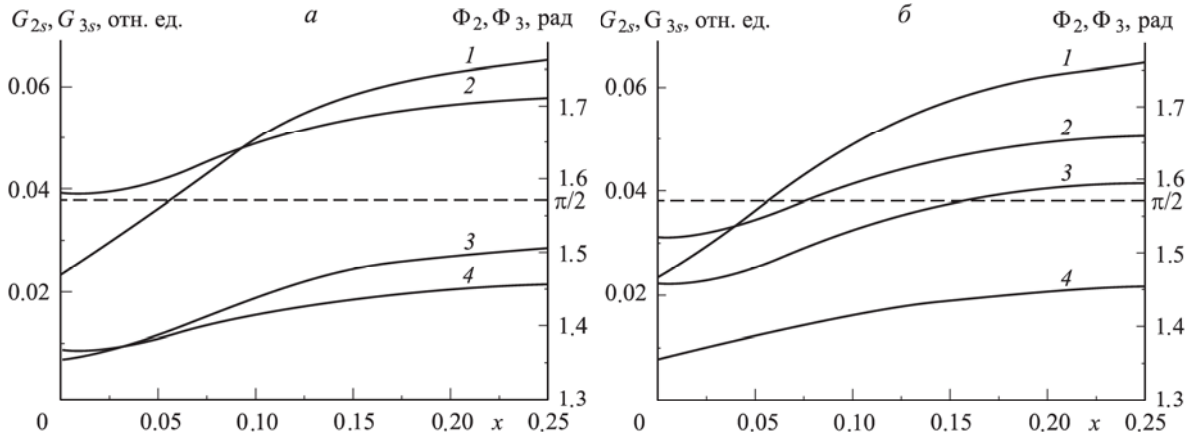


Рис. 3. Амплитуды мод возмущений \bar{g}_2 (4), \bar{g}_3 (1) и их фазы Φ_2 (2), Φ_3 (3) в приосевой области резонатора. Условия расчета: смесь 1:3, $\gamma_2 = 2$, $\gamma_3 = 4.5$, $\Omega_0 = 156$. Скорости обмена $\gamma_{32} = 10$ (а), $\gamma_{32} = 10^3$ (б)

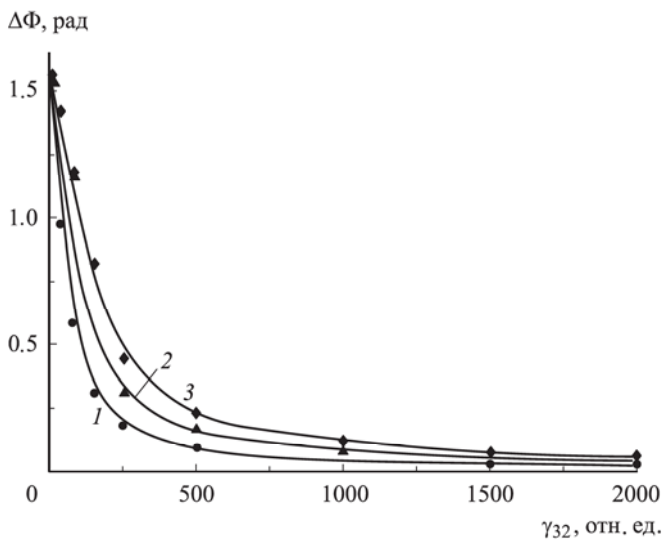


Рис. 4. Зависимость разности фаз возмущений компонент $\Phi_2(0) - \Phi_3(0)$ на оси НР от скорости обмена для смесей 1:10 (1), 1:3 (2), 1:1 (3). Точки — теоретические значения

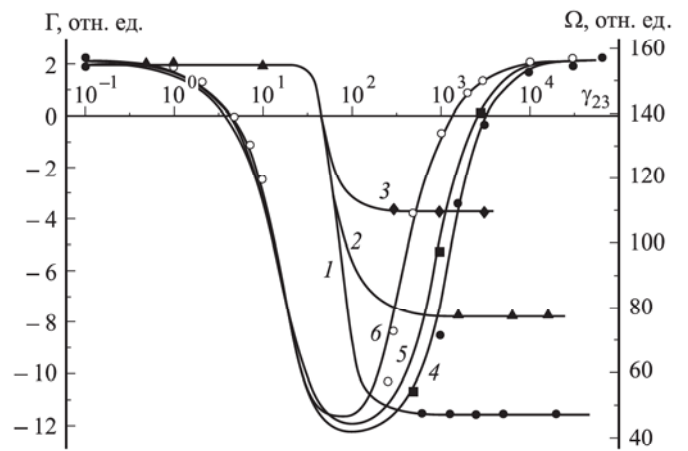


Рис. 5. Частоты (1, 2, 3) и инкременты (4, 5, 6) в смесях 1:10 (1, 4), 1:3 (2, 5), 1:1 (3, 6) релаксационных колебаний при разных скоростях обмена. Точки — расчет по аналитической модели. Условия расчета: «согласованная» смесь, $\gamma_2 = 2$, $\gamma_3 = 4.5$, $q_2^m = 10$, $q_3^m = 30$, $\Omega_0 = 156$

по отношению к Φ_2 . В области быстрого обмена ($\gamma_{32} \gg \Omega_0$, рис. 3, б) фазы колебаний компонент сближаются, при этом $\Phi_2(0)$ уменьшается ниже уровня $\pi/2$. На рис. 4 показана зависимость разности фаз $\Delta\Phi = \Phi_2(0) - \Phi_3(0)$ от скорости обмена для разных смесей. Точками показаны теоретические значения, рассчитанные по соотношению (12).

Результаты расчетов частот и инкрементов РК в смесях с различной скоростью обмена представлены на рис. 5. Приведены данные для согласованных компонент смесей, соответствующие одним и тем же стационарным профилям населенностей и поля.

Видно, что инкременты и частоты РК критическим образом зависят от соотношения скоростей обмена γ_{ik} и величины Ω_0 . На рис. 5 можно выделить три области скоростей обмена, соответствующие слабому ($\gamma_{ik} \ll \Omega_0$), среднему ($\gamma_{ik} \sim \Omega_0$) и сильному ($\gamma_{ik} \gg \Omega_0$) обмену. Качественные осо-

бенности поведения системы в указанных областях связаны с изменением соотношения прямого $\bar{J}_{23} = \gamma_{23}\bar{g}_2$ и обратного $\bar{J}_{32} = \gamma_{32}\bar{g}_3$ потоков возмущений $\bar{J}_{32}/\bar{J}_{23} = \gamma_{32}/(\Gamma + \chi_{32})$. В области слабого обмена можно пренебречь влиянием обратного потока, при этом уравнение (4) становится независимым от (5). Действие прямого потока сводится к увеличению эффективной скорости релаксации лазерного уровня, что вызывает падение инкремента (см. (16)).

В средней области неполного обмена возрастающий обратный поток возмущений начинает компенсировать действие прямого потока. Уменьшение инкремента прекращается и далее происходит его рост. В диапазоне скоростей обмена, соответствующих максимальному затуханию РК, наблюдается достаточно быстрое изменение частоты колебаний в сторону ее уменьшения, которое наиболее значительно для «бедных» смесей с малым содержанием активной компоненты. Влияние скорости обмена

на частоту РК во многом обусловлено изменением фазы Φ_J потока возмущений. Можно показать, что на оси НР $\Phi_J(0) \approx \Phi_2(0) + \Phi_3(0)$ и при увеличении γ_{32} фаза $\Phi_J(0)$ возрастает и приближается к фазе величины $\bar{\Gamma}\bar{g}_2(0)$, что, как видно из (4), должно приводить к изменению частоты. Качественно это явление можно объяснить эффективным «перемешиванием» населенностей уровней компонент, в результате чего индуцированный полем «сброс» населенности лазерного уровня распределяется на обе компоненты смеси пропорционально их концентрациям. Заметим, что соотношение (18) для частоты РК в смесях носит общий характер и остается справедливым в случае неподвижных сред и для других типов резонаторных систем.

В области сильного обмена по мере увеличения γ_{ik} прямой и обратный потоки возмущений выравниваются по величине и становятся синфазными. Предельная величина результирующего потока $\bar{J} = \bar{J}_{23} - \bar{J}_{32}$ на оси НР составляет $\bar{J}_\infty(0) \approx (\gamma_{23}/\gamma_{32})\bar{\Gamma}\bar{g}_2(0)$. Порог неустойчивости раньше достигается для более «богатых» смесей.

Результаты расчетов для несогласованных смесей качественно не отличаются от приведенных на рис. 5. Это говорит о том, что основной механизм затухания РК в смесях связан с обменом возмущениями между компонентами, в то время как изменение стационарных профилей играет меньшую роль. В отсутствие согласования предельные значения инкрементов Γ_∞ для разных смесей не совпадают, причем, как правило, они оказываются более высокими в бедных смесях.

Заключение

Результаты работы показывают, что процессы обмена возмущениями в движущихся лазерно-активных смесях вызывают эффективное подавление релаксационных колебаний. Последние могут возбуждаться только при очень высоких скоростях обмена ($\gamma_{ik} \gg \Omega_0$). В типичных условиях $\text{CO}_2\text{-N}_2$ -БПЛ порог возбуждения РК соответствует давлениям смеси выше 100 торр. Следует ожидать, что взаимодействие РК с другими типами автоколебаний [8] при определенных условиях может приводить к снижению порога неустойчивости.

Литература

1. Дрейзин Ю.А., Дыхне А.М. // Письма в ЖЭТФ. 1974. **19**, № 12. С. 718.
2. Alte M.L. // Appl. Phys. Lett. 1976. **29**, N 1. P. 35.
3. Лиханский В.В., Напартович А.П. // Квант. электрон. 1980. **7**, № 2. С. 237.
4. Баранов А.Н., Николаева А.Ю., Одинцов А.И., Федосеев А.И. // Квант. электрон. 1993. **20**, № 6. С. 589.
5. Мушенков А.В., Одинцов А.И., Саркаров Н.Э., Федосеев А.И. // Квант. электрон. 1997. **24**, № 5. С. 431.
6. Ханин Я.И. Динамика квантовых генераторов. М., 1975.
7. Mushenkov A.V., Odintsov A.I., Fedoseev A.I., Fedjanovich A.V. // Proc. of SPIE Int. Soc. Opt. Eng. 2002. **4644**. P. 307.
8. Одинцов А.И., Саркаров Н.Э., Федосеев А.И. // Квант. электрон. 2006. **36**, № 9. С. 853.

Поступила в редакцию
21.12.2007