

Исследование спектральных рассеивающих свойств наноразмерного отверстия в пленке

Н. В. Гришина¹, Ю. А. Еремин^{2а}, А. Г. Свешников¹

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, ¹ физический факультет, кафедра математики; ² факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической физики. 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1. E-mail: ^аeremin@cs.msu.ru

На основе метода дискретных источников проводится анализ спектральных характеристик рассеяния излучения на отверстии в металлической пленке, нанесенной на стеклянную призму. В области образования неизлучающей волны обнаружен эффект экстремального просачивания электромагнитной энергии через отверстие.

PACS: 42.25.-p; 42.25.Fx.

Ключевые слова: рассеяние света, неизлучающие волны, наноразмерное отверстие в пленке, метод дискретных источников.

Статья поступила 23.01.2008, подписана в печать 04.02.2008.

Введение

Анализ рассеивающих свойств наноразмерных структур регулярно преподносит сюрпризы исследователям. Совсем недавно был обнаружен эффект аномального просачивания энергии через металлический экран, в котором проделаны субмикронные отверстия [1]. При этом размеры отверстий были существенно меньше дифракционного предела. Подобное явление возникает на определенной длине волны излучения, которая зависит от материала экрана. Следом за этим появилась работа [2], в которой наблюдаемый эффект получил свое обоснование. Было выяснено, что это явление возникает в металлах за счет возбуждения плазмонов — свободных электронов, в изобилии присутствующих в благородных металлах. Впоследствии множество исследователей изучали различные аспекты просачивания волн через наноразмерные отверстия в металлических экранах и пленках применительно к конструированию оптических антенн и биосенсоров [3, 4]. Отметим, что подавляющее большинство работ посвящено рассмотрению нормального падения волны на плоскость экрана. Кроме того, во всех имеющихся публикациях анализируется случай распространяющихся волн, когда отсутствуют условия возникновения неизлучающей волны непосредственно за экраном. Однако именно эффект образования неизлучающей волны в настоящее время широко используется при конструировании оптических антенн, локальных биосенсоров, а также в современных конструкциях сверхразрешающих микроскопов [5–7].

Математическая модель отверстия в пленке

Начнем с математической постановки рассматриваемой задачи рассеяния. Пусть пространство разделено на три части: воздух — область D_0 ($z > d$), проводящая пленка толщины d — D_f ($d > z > 0$) и стеклянная призма — D_1 ($z < 0$). В качестве внешнего возбуждения будем рассматривать поле линейно поляризованной плоской электромагнитной волны $\{\mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0\}$, падающей из призмы D_1 под углом θ_1 относительно нормали на плоскую границу Ξ_1 ($z = 0$) раздела призма–пленка. Пусть пленка ограничена плоскостями Ξ_0 и Ξ_1 , при этом плоскость Ξ_0 ($z = d$) отделяет пленку от воздуха. Цилиндрическое отверстие, занимающее область D_i с гладкой границей ∂D_i , торцы которой на плос-

костях $\Xi_{0,1}$ гладко сопряжены с боковой поверхностью цилиндра, расположено внутри пленки. При этом заполнение отверстия может отличаться от заполнения областей D_0 и D_1 . Будем полагать, что ось симметрии области D_i совпадает с направлением внешней нормали к Ξ_1 . Введем прямоугольную систему координат, выбрав ее начало на плоскости Ξ_1 , а ось Oz направим вдоль оси симметрии отверстия. Тогда математическая постановка задачи будет иметь вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}_\zeta &= jk\varepsilon_\zeta \mathbf{E}_\zeta, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_\zeta &= -jk\mu_\zeta \mathbf{H}_\zeta, \end{aligned} \quad \text{в } D_\zeta, \quad \zeta = 0, f, 1, i, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_p \times (\mathbf{E}_i(p) - \mathbf{E}_f(p)) &= 0, \\ \mathbf{n}_p \times (\mathbf{H}_i(p) - \mathbf{H}_f(p)) &= 0, \end{aligned} \quad p \in \partial D_i,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_z \times (\mathbf{E}_0(p) - \mathbf{E}_f(p)) &= 0, \\ \mathbf{e}_z \times (\mathbf{H}_0(p) - \mathbf{H}_f(p)) &= 0, \end{aligned} \quad p \in \Xi_0,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_z \times (\mathbf{E}_f(p) - \mathbf{E}_1(p)) &= 0, \\ \mathbf{e}_z \times (\mathbf{H}_f(p) - \mathbf{H}_1(p)) &= 0, \end{aligned} \quad p \in \Xi_1,$$

условия излучения (или затухания) для рассеянных полей на бесконечности.

Здесь $\{\mathbf{E}_\zeta, \mathbf{H}_\zeta\}$ — полное поле в соответствующей области, \mathbf{e}_z — орт z декартовой системы координат, а \mathbf{n}_p — нормаль к поверхности отверстия ∂D_i . Напомним, что в областях $D_{1,f}$ полное поле включает в себя падающую и отраженную плоские волны, а в области D_0 — преломленную волну, которая при определенных углах падения θ_1 превращается в неизлучающую.

Прежде чем строить приближенное решение для рассеянных полей, решим задачу дифракции поля плоской волны $\{\mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0\}$ на слоистой структуре воздух–пленка–подложка. Как известно [8], это решение может быть записано в явном виде. Обозначим полученное поле $\{\mathbf{E}_\zeta^0, \mathbf{H}_\zeta^0\}$, $\zeta = 0, f, 1$. Теперь будем строить приближенное решение граничной задачи (1) для рассеянного поля $\{\mathbf{E}_\zeta^s, \mathbf{H}_\zeta^s\}$ в D_ζ , $\zeta = 0, f, 1$, и полного поля в D_i на основе метода дискретных источников (МДИ) [5].

Суть МДИ состоит в представлении поля в виде конечной линейной комбинации полей мультиполей, которая удовлетворяет системе уравнений Максвелла в областях $D_{0,f,1,i}$, условиям на бесконечности для рассеянного поля в $D_{0,f,1}$, а также условиям сопряжения для

тангенциальных компонент полей всюду на $\Xi_{0,1}$. В этом случае решение граничной задачи рассеяния (1) сводится к задаче аппроксимации поля внешнего возбуждения на поверхности отверстия ∂D_i полями мультиполей и определения неизвестных амплитуд ДИ из условий сопряжения на ∂D_i , которые принимают следующий вид:

$$\mathbf{n}_p \times (\mathbf{E}_i - \mathbf{E}_i^s) = \mathbf{n}_p \times \mathbf{E}_i^0, \quad \mathbf{n}_p \times (\mathbf{H}_i - \mathbf{H}_i^s) = \mathbf{n}_p \times \mathbf{H}_i^0. \quad (2)$$

Начнем с построения поля внешнего возбуждения внутри пленки $\{\mathbf{E}_i^0, \mathbf{H}_i^0\}$ для P/S -поляризованного возбуждения плоской волной. Это поле может быть записано как

$$\mathbf{E}_i^0 = \omega_i^{P,S} \mathbf{E}_i^+ + \omega_r^{P,S} \mathbf{E}_i^-, \quad \mathbf{H}_i^0 = \omega_i^{P,S} \mathbf{H}_i^+ + \omega_r^{P,S} \mathbf{H}_i^-, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{E}_i^\pm = (\mp \cos \theta_f \mathbf{e}_x + \sin \theta_f \mathbf{e}_z) \gamma^\pm, \quad \mathbf{H}_i^\pm = -n_f \mathbf{e}_y \gamma^\pm$$

для P -поляризации;

$$\mathbf{H}_i^\pm = n_f (\mp \cos \theta_f \mathbf{e}_x + \sin \theta_f \mathbf{e}_z) \gamma^\pm, \quad \mathbf{E}_i^\pm = \mathbf{e}_y \gamma^\pm$$

для S -поляризации;

$$\begin{aligned} \gamma^\pm &= \exp\{-jk_f(x \sin \theta_f \pm z \cos \theta_f)\}, \quad k_\zeta^2 = k^2 \varepsilon_\zeta \mu_\zeta, \\ n_\zeta &= \sqrt{\varepsilon_\zeta \mu_\zeta}, \quad \zeta = 0, f, 1; \\ \omega_i^{P,S} &= \frac{T_{if}^{P,S}}{1 - R_{f1}^{P,S} R_{f0}^{P,S} e^2}, \quad \omega_r^{P,S} = -R_{f0}^{P,S} e^2 \omega_i^{P,S}, \\ e &= \exp\{-jk_f d \cos \theta_f\}; \end{aligned}$$

$R_{\alpha\beta}^{P,S}$, $T_{\alpha\beta}^{P,S}$ — соответствующие коэффициенты отражения и преломления на плоской границе, разделяющей D_α и D_β [8].

Будем строить приближенное решение таким образом, чтобы учесть осевую симметрию геометрии задачи (1). В основу представления для рассеянного поля положим мультипольные источники, удовлетворяющие условиям сопряжения для тангенциальных компонент полей на плоскостях $\Xi_{0,1}$, что позволит учесть аналитически всевозможные взаимодействия отверстия с плоскостями раздела сред [5]. В данном случае структура полей будет определяться тензором Грина слоистой среды [9]. Его азимутальные гармоники Фурье имеют вид [5]

$$\begin{aligned} G_m^{e,h}(\xi, z_n) &= \int_0^\infty J_m(\lambda \rho) v_{11}^{e,h}(z, z_n, \lambda) \lambda^{1+m} d\lambda, \\ g_m(\xi, z_n) &= \int_0^\infty J_m(\lambda \rho) v_{31}(z, z_n, \lambda) \lambda^{1+m} d\lambda, \end{aligned} \quad (4)$$

где $J_m(\cdot)$ — цилиндрическая функция Бесселя, точка $\xi = (\rho, z)$ располагается в полуплоскости $\varphi = \text{const}$, а координаты z_n , обеспечивающие линейную независимость ДИ, могут принимать как действительные, так и комплексные значения. Но они выбираются таким образом, чтобы особенности ДИ были локализованы строго внутри D_i [5]. В данном случае для спектральных функций $v_{11}^{e,h}(z, z_n, \lambda)$, $v_{31}(z, z_n, \lambda)$ справедливы следующие представления:

где $v_{11}^{e,h} = \begin{cases} \alpha_{11}^{e,h}(\lambda, z_n, d) \exp\{-\eta_0(z-d)\}, & z \geq d \\ \frac{\exp\{-\eta_f|z-z_n|\}}{\eta_f} + \\ + \beta_{11}^{e,h} \exp\{-\eta_f|z-d|\} + \\ + \chi_{11}^{e,h} \exp\{-\eta_f z\}, & d \geq z \geq 0, \\ \delta_{11}^{e,h}(\lambda, z_n, d) \exp\{\eta_1 z\}, & z \leq 0, \end{cases}$

$$v_{31} = \begin{cases} \alpha_{31}(\lambda, z_n, d) \exp\{-\eta_0(z-d)\}, & z \geq d, \\ \beta_{31} \exp\{-\eta_f|z-d|\} + \chi_{31} \exp\{-\eta_f z\}, & d \geq z \geq 0, \\ \delta_{31}(\lambda, z_n, d) \exp\{\eta_1 z\}, & z \leq 0, \end{cases} \quad (5)$$

где $\eta_\zeta^2 = \lambda^2 - k_\zeta^2$. Кроме того, спектральные функции удовлетворяют известным условиям сопряжения на плоскостях $z = 0, d$ [9].

Будем строить приближенное решение задачи (1), которое учитывает не только осевую симметрию рассеивателя, но и одновременно поляризацию внешнего возбуждения [5]. В случае P -поляризации используем следующие векторные потенциалы $\{\mathbf{A}_{mn}^e, \mathbf{A}_{mn}^h, \mathbf{A}_n^e\}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{mn}^e &= \{G_m^e(\xi, z_n) \cos(m+1)\varphi; -G_m^e(\xi, z_n) \sin(m+1)\varphi; \\ &\quad -g_{m+1}(\xi, z_n) \cos(m+1)\varphi\}, \\ \mathbf{A}_{mn}^h &= \{G_m^h(\xi, z_n) \sin(m+1)\varphi; G_m^h(\xi, z_n) \cos(m+1)\varphi; \\ &\quad -g_{m+1}(\xi, z_n) \sin(m+1)\varphi\}, \\ \mathbf{A}_n^e &= \{0; G_0^h(\xi, z_n)\}, \end{aligned}$$

а в качестве $G_m^{e,h}$, g_m — функции, удовлетворяющие соотношениям (4), (5).

Тогда с учетом сказанного выше приближенное решение для рассеянного поля принимает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\zeta,N}^s &= \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^{N_m} \left\{ p_{mn} \frac{j}{k \varepsilon_\zeta \mu_\zeta} \text{rot rot } \mathbf{A}_{mn}^e + q_{mn} \frac{1}{\varepsilon_\zeta} \text{rot } \mathbf{A}_{mn}^h \right\} + \\ &\quad + \sum_{n=1}^{N_0} r_n \frac{j}{k \varepsilon_\zeta \mu_\zeta} \text{rot rot } \mathbf{A}_n^e; \quad (6) \\ \mathbf{H}_{\zeta,N}^s &= \frac{j}{k \mu_\zeta} \text{rot } \mathbf{E}_{\zeta,N}^s(M), \quad \zeta = 0, f, 1. \end{aligned}$$

В полном соответствии с [5] строится приближенное решение для внутреннего поля в D_i .

Построенное таким образом представление для приближенного решения удовлетворяет всем условиям граничной задачи (1) за исключением условий сопряжения на поверхности отверстия. Удовлетворяя условиям (2) в некоторой норме, определяем амплитуды ДИ $\{p_{mn}, q_{mn}, r_n\}$. Заметим, что определив таким образом амплитуды ДИ, мы построим представление для рассеянного поля в каждой из областей $D_{0,f,1}$. Совершенно аналогично строится приближенное решение для S -поляризованного внешнего возбуждения [5].

Для вычисления характеристик рассеянного поля в верхнем полупространстве на бесконечности необходимо иметь диаграмму рассеяния $\mathbf{F}(\theta, \varphi)$. В данном случае она определяется в области над пленкой D_0 как

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0^s(M) / |\mathbf{E}^0(z=0)| &= \frac{\exp\{-jk_0 r\}}{r} \mathbf{F}(\theta, \varphi) + o(r^{-1}), \\ z &> d, \quad r = |M| \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Для получения конкретного вида диаграммы рассеяния для приближенного решения (6) достаточно использовать асимптотические представления для интегралов Вейля–Зоммерфельда (3). Тогда для θ, φ -компонент диаграммы рассеяния в случае P -поляризации имеем

$$F_{\theta}^P(\theta, \varphi) = \frac{jk_0}{\varepsilon_0} \sum_{m=0}^M (jk_0 \sin \theta)^m \cos(m+1)\varphi \times \sum_{n=1}^{N_m} \left\{ p_{nm} [\bar{G}_{nm}^e \cos \theta + jk_0 \sin^2 \theta \bar{g}_{nm}] + q_{nm} \bar{G}_{nm}^h \right\} -$$

$$- \frac{jk_0}{\varepsilon_0} \sin \theta \sum_{n=1}^{N_0} r_n \bar{G}_{n0}^h, \tag{7}$$

$$F_{\varphi}^P(\theta, \varphi) = - \frac{jk_0}{\varepsilon_0} \sum_{m=0}^M (jk_0 \sin \theta)^m \sin(m+1)\varphi \times \sum_{n=1}^{N_m} \left\{ p_{nm} \bar{G}_{nm}^e + q_{nm} [\bar{G}_{nm}^h \cos \theta + jk_0 \sin^2 \theta \bar{g}_{nm}] \right\},$$

где соответствующие спектральные функции $\bar{G}_{nm}^{e,h}, \bar{g}_{nm}$

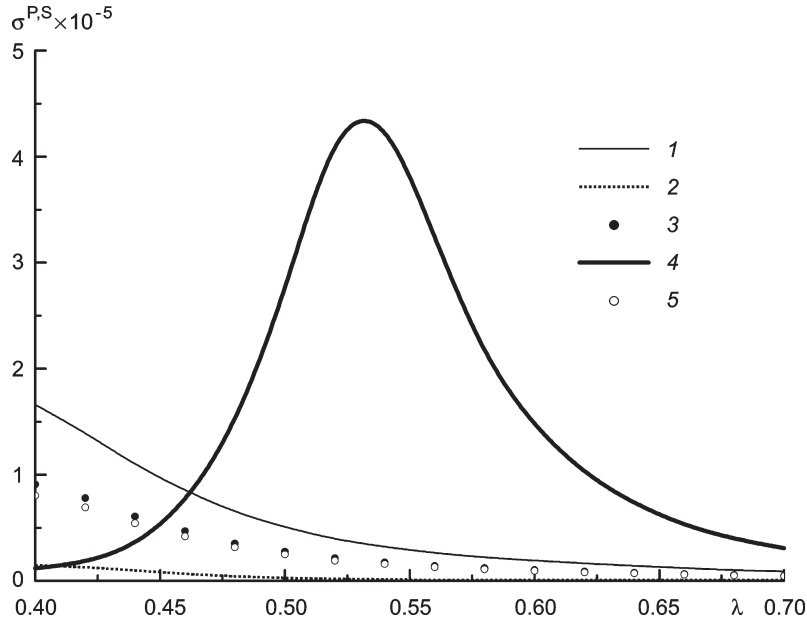


Рис. 1. Сечение рассеяния $\sigma^{P,S}(\lambda)$ (10) в зависимости от длины волны λ для пленки Ag для различных углов падения θ_1 и поляризации: $\theta_1 = 0^\circ$ соответствует кривая 1; $\theta_1 = 42^\circ$, P -поляризация — кривая 2; $\theta_1 = 42^\circ$, S -поляризация — кривая 3; $\theta_1 = 44^\circ$, P -поляризация — кривая 4; $\theta_1 = 44^\circ$, S -поляризация — кривая 5

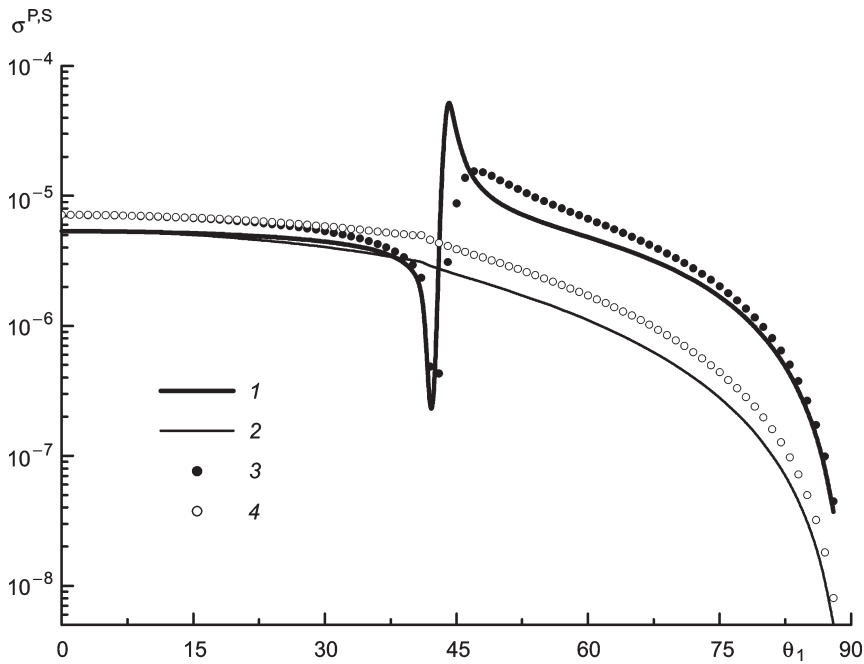


Рис. 2. Сечение рассеяния $\sigma^{P,S}$ в зависимости от угла падения θ_1 для пленок Ag и Au при $\lambda = 532$ нм: Ag, P -поляризация — кривая 1; Ag, S -поляризация — кривая 2; Au, P -поляризация — кривая 3; Au, S -поляризация — кривая 4

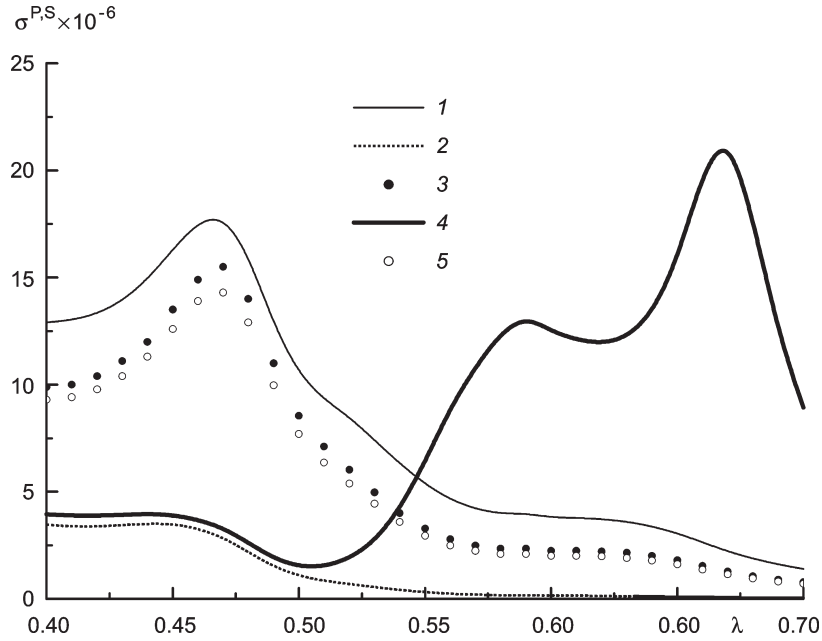


Рис. 3. Те же результаты, что и на рис. 1, но для пленки Au

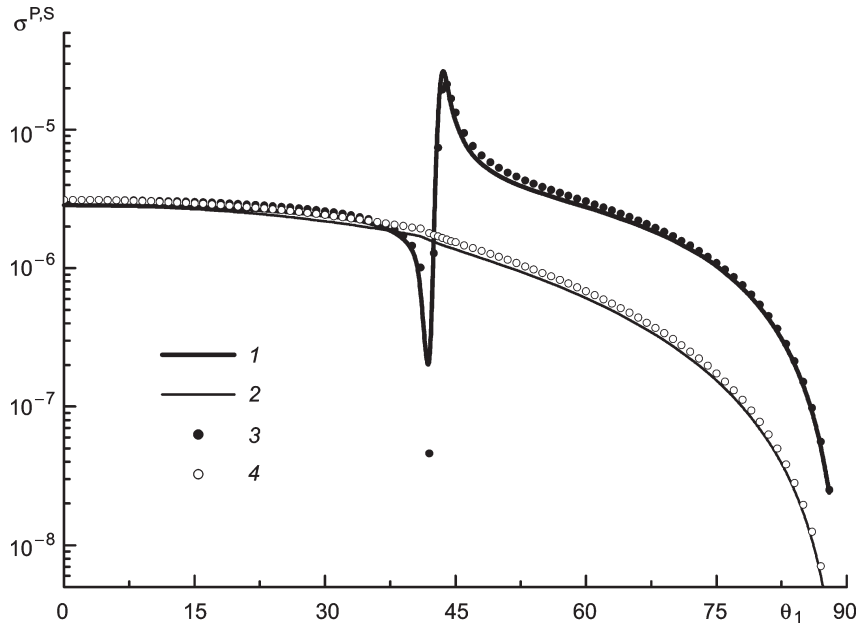


Рис. 4. Те же результаты, что и на рис. 2, но для пленки Au при $\lambda = 670$ нм

принимают вид

$$\bar{G}_{nm}^{e,h}(\theta) = j k_0 \cos \theta \exp\{j k_0 d \cos \theta\} \alpha_{11}^{e,h}(k_0 \sin \theta, z_n, d), \quad (8)$$

$$\bar{g}_{nm}(\theta) = j k_0 \cos \theta \exp\{j k_0 d \cos \theta\} \alpha_{31}(k_0 \sin \theta, z_n, d).$$

Как явствует из (7), (8), компоненты диаграммы рассеяния не содержат интегралов и после определения неизвестных амплитуд ДИ для расчета характеристик рассеяния достаточно вычислять лишь комбинацию элементарных функций.

Результаты моделирования

Будем рассматривать интенсивность рассеянного поля, которая определяется как

$$I^{P,S}(\lambda, \theta, \varphi) = |F_{\theta}^{P,S}(\lambda, \theta, \varphi)|^2 + |F_{\varphi}^{P,S}(\lambda, \theta, \varphi)|^2. \quad (9)$$

Здесь $F_{\theta,\varphi}^{P,S}(\lambda, \theta, \varphi)$ — θ, φ -компоненты диаграммы рассеяния, соответствующие P - и S -поляризации возбуждающей волны (3). Размерность интенсивности (9) — мкм^2 . Нам также будет интересовать сечение рассеяния (СР) — интенсивность, рассеянная в верхнее полупространство

$$\sigma^{P,S}(\lambda) = \int_{\Omega} I^{P,S}(\lambda, \theta, \varphi) d\omega, \quad (10)$$

где телесный угол $\Omega = \{0 \leq \varphi \leq 360^\circ; 0 \leq \theta \leq 90^\circ\}$.

В качестве внешнего возбуждения будем рассматривать плоскую P/S -поляризованную волну, а в качестве материала призмы — стекло ВК7. Мы проведем анализ рассеивающих свойств отверстия диаметром $D = 30$ нм в пленке толщиной $d = 45$ нм в диапазоне длин волн

700 нм $\geq \lambda \geq 400$ нм. На рис. 1–5 приведены результаты вычислительных экспериментов, апостериорная оценка погрешности которых не превышает 1%.

На рис. 1 приведены результаты расчета СР в зависимости от длины волны λ (мкм) для серебряной (Ag) пленки для углов падения $\theta_1 = 0^\circ, 42^\circ, 44^\circ$. Видно, что максимум достигается для P -поляризации при $\theta_1 = 44^\circ$ около значения $\lambda = 532$ нм. На рис. 2 показана зависимость СР от угла падения θ_1 для серебряной и золотой (Au) пленок. Видно, что СР для S -поляризации монотонно убывает. В то время как для P -поляризации сначала падает сразу за критическим углом, который составляет $\theta_c = 41.2^\circ$, а затем резко возрастает, превышая свое значение для нормального падения $\theta_1 = 0^\circ$ на порядок (Ag). Слабее выражен аналогичный эффект для Au пленки. На рис. 3 приведены аналогичные рис. 1 результаты, но для пленки из Au. В данном случае максимум СР достигается вблизи значения $\lambda = 670$ нм. На рис. 4 можно увидеть результаты, аналогичные рис. 2, но для Au и медной пленок (Cu). Виден тот же эффект, что и на рис. 2. На рис. 5 приведены СР для P -поляризации ($\theta_1 = 44^\circ$) для пленок различных материалов Ag–Cu–Au. Максимумы достигаются в различных областях частотного диапазона, но при этих значениях λ вещественные части относительных диэлектрических проницаемостей у этих металлов близки и заключены в пределах $-11.5 \leq \text{Re}(\epsilon_f) \leq -10.2$. В этих случаях отличаются лишь мнимые части ϵ_f , причем чем меньше мнимая часть, тем больше максимум. Кроме того, величину спектрального максимума можно увеличить либо за счет увеличения диаметра отверстия, либо за счет заполнения отверстия. На рис. 5 последняя кривая соответствует заполнению отверстия в пленке Cu веществом SiO.

В заключение отметим, что эффект экстремального просачивания энергии через отверстие (см. рис. 2, 4), возникающий сразу за критическим углом, не зависит от диаметра отверстия, толщины пленки и заполнения отверстия, а определяется лишь материалом пленки. Подобные явления могут активно использоваться при проектировании современных устройств нанооптики и биофотоники. Отметим также, что, несмотря на очевидную практическую значимость обнаруженного эффекта, нам не удалось найти упоминания экспериментов,

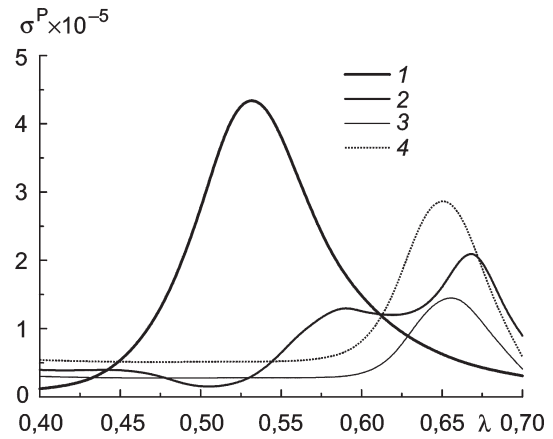


Рис. 5. Сечение рассеяния $\sigma^{P,S}(\lambda)$ для различных пленок Ag–Cu–Au при $\theta_1 = 44^\circ$ и P -поляризации: Ag — кривая 1, Au — кривая 2, Cu — кривая 3, Cu с заполнением отверстия материалом SiO — кривая 4

посвященных экстремальному просачиванию энергии через нанотверстие в области неизлучающих волн.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-01-00318-а).

Список литературы

1. Ebbesen T.W., Lezec H.J., Ghaemi H.F. et al. // Nature. 1998. **391**. P. 667.
2. Wannamacher R. // Opt. Commun. 2001. **195**. P. 107.
3. Barnes W.L., Dereux A., Ebbesen T.W. // Nature. 2003. **424**. P. 824.
4. De Abajo F.J.G. // Rev. Mod. Phys. 2007. **79**. P. 1267.
5. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2007. **47**, № 2. С. 269.
6. Гришина Н.В., Еремин Ю.А., Свешников А.Г. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2007. № 1. С. 38.
7. Eremina E., Grishina N., Eremin Yu. et al. // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2006. **8**. P. 999.
8. Chew W.C. Waves and fields in inhomogeneous media. N. Y., 1995.
9. Дмитриев В.И. Поля в слоистых средах. М., 1963.

Analysis of spectral scattering properties of a nano-hole in a film

N. V. Grishina¹, Yu. A. Eremin^{2a}, A. G. Sveshnikov¹

¹Department of Mathematics, Faculty of Physics; ²Department of Mathematical Physics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Moscow State University, Moscow 119991, Russia.
E-mail: ^aeremin@cs.msu.ru.

Analysis of spectral scattering properties of a nanohole in a metal film deposited on a glass prism, which is based on the discrete sources method, is presented. Effect of extreme transmission of electromagnetic energy through the hole in the field of evanescent wave area is discovered.

PACS: 42.25.-p; 42.25.Fx.

Keywords: light scattering, evanescent waves, nano-hole in film, the Discrete Sources Method.

Received 23 January 2008.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2009)

Сведения об авторах

1. Гришина Наталья Владимировна — к. ф.-м. н., ст. научн. сотр., ст. научн. сотр.; e-mail: ngrishina@inbox.ru.
2. Еремин Юрий Александрович — д. ф.-м. н., вед. научн. сотр.; e-mail: eremin@cs.msu.ru.
3. Свешников Алексей Георгиевич — д. ф.-м. н., профессор; e-mail: sveshnikov@phys.msu.ru.