ОБЗОР

АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

О «черных дырах» и темной материи

Ю. М. Лоскутов

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

Показано, что из полной системы классических уравнений гравитации для уединенного центрально-симметричного тела следует: 1) в галилеевых координатах все метрические коэффициенты индуцируемого телом риманова пространства нигде не могут обращаться ни в нуль, ни в бесконечность и 2) вместе с производными первого порядка они должны быть всюду непрерывными. Уравнения не содержат решений, отвечающих «черным дырам», но не исключают решений, соответствующих объектам, радиус поверхности которых (в стандартных координатах) равен удвоенной массе материи, заключенной под этой поверхностью. Такие объекты могут давать основной вклад в темную материю Вселенной и объяснять наблюдаемые эффекты гравитационного микролинзирования и другие эффекты. При определенных условиях они могут становиться источниками мощного рентгеновского излучения.

PACS: 04.70.–s, 95.30.Sf.

Ключевые слова: физика черных дыр, относительность и гравитация.

Статья поступила 12.07.2008, подписана в печать 10.09.2008.

Введение

Проблемы «черных дыр» и темной материи занимают физиков (да и не только их) уже много лет. Однако окончательный вывод о существовании первых и о природе последней до сих пор не сделан. Осторожные и ответственные исследователи, трактуя те обнаруженные явления, которые некоторыми физиками поспешно объясняются как результат проявления «черных дыр», предпочитают говорить о «кандидатах» в «черные дыры» (употребляя термин «черная дыра» в смысле «кандидата в черные дыры»), не исключая других возможных объяснений [1]. Открытие эффекта гравитационного микролинзирования [2–4] расширило возможности наблюдателей [5], но все же не привело их к окончательному выводу о том, что неоспоримой причиной этого эффекта являются «черные дыры», так как вызвать его могут и какие-то другие (неизвестные пока) сверхкомпактные объекты, не наблюдаемые обычными средствами.

Ниже подробно анализируются обе проблемы и делаются вытекающие из общепринятых уравнений гравитации (и их решений) вполне определенные выводы.

1. Основные уравнения

В случае статической сферически-симметричной задачи квадрат интервала соответствующего риманова пространства (выбрана система единиц $c = \hbar = G = 1$) записывается в виде

$$ds^2 = B\,dt^2 - A^{-1}\,dr^2 - Z^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2), \tag{1}$$

где

$$r^2 = (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2,$$

x^ε — галилеевы координаты. Коэффициенты $B(r)$, $A(r)$ и $Z(r)$ ищутся из полной системы уравнений

$$R^{\varepsilon\lambda} - \frac{1}{2}g^{\varepsilon\lambda}R = \frac{8\pi}{\sqrt{-g}}\,T^{\varepsilon\lambda}, \tag{2}$$

$$\partial_\varepsilon \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} = 0 \tag{3}$$

при граничных условиях

$$B|_{r\to\infty} \to 1, \quad A|_{r\to\infty} \to 1,$$
$$\frac{Z}{r}\Big|_{r\to\infty} \to 1, \quad \frac{rZ'}{Z}\Big|_{r\to 0} \to 1, \quad Z' \equiv dZ/dr. \tag{4}$$

Здесь $R^{\varepsilon\lambda}$ — тензор Риччи, $R \equiv R^{\varepsilon\lambda}g_{\varepsilon\lambda}$, $g_{\varepsilon\lambda}$ — метрические коэффициенты, $g \equiv \det g_{\varepsilon\lambda} = \det \tilde{g}^{\varepsilon\lambda}$, $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-g}\,g^{\varepsilon\lambda}$, а плотность тензора энергии–импульса материи, формирующей тело (об этом см. далее п. 3), имеет вид

$$T^{\varepsilon\lambda} = \sqrt{-g}\big[(\rho + p)u^\varepsilon u^\lambda - pg^{\varepsilon\lambda}\big], \tag{5}$$

где $p(r)$ и $\rho(r)$ — давление и скаляр плотности материи, а $u^\varepsilon \equiv dx^\varepsilon/ds$ — 4-скорости ее элементов (в нашем случае $u^\kappa = 0$, $u^0u^0 = g^{00}$). В равновесном состоянии давление удовлетворяет уравнению

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{1}{2}(\rho + p)\frac{d}{dr}\ln B, \quad p|_{r\to\infty} \to 0. \tag{6}$$

Переход в (2), (3) к B, A и Z приводит к системе

$$\frac{d}{dr}\big(ZAZ'^2\big) = \big(1 - 8\pi\rho Z^2\big)Z', \tag{7}$$

$$\frac{d}{dr}\ln B = \left[\frac{1 + 8\pi pZ^2}{AZ'^2} - 1\right]\frac{Z'}{Z}, \tag{8}$$

$$\frac{d}{dr}\big(BAZ^4\big) = 4BZ^2r. \tag{9}$$

Из (7) с учетом (4) следует

$$AZ'^2 = 1 - 2y, \tag{10}$$

где

$$y \equiv \frac{M}{Z}, \quad M = 4\pi\int_0^r \rho Z^2 Z'\,dr. \tag{11}$$

Подставляя (10) в (8) и (9), преобразуем последние к виду

$$\frac{d}{dr}\ln B = 2\frac{y + 4\pi pZ^2}{1 - 2y}\frac{Z'}{Z}, \tag{12}$$

$$\frac{(1-2y)}{Z'^2}ZZ'' = 2 - 2y - 2\frac{rZ'}{Z} + 4\pi(p-\rho)Z^2. \qquad (13)$$

Уравнение же для A согласно (9),(12) или (10), (13) запишется так:

$$ZZ'A' + 3(1-2y) - 4\frac{rZ'}{Z} + 1 + 8\pi p Z^2 = 0, \qquad (14)$$

где штрихи означают производные по r. Независимыми можно считать уравнения (12), (14), (6) и (13) или (9), определяемые на всем интервале $0 \leqslant r \leqslant \infty$.

2. Анализ уравнений и их решений

В дифференциальных уравнениях n-го порядка на подчиняющиеся уравнениям функции и их производные до $(n-1)$-го порядка включительно всегда налагается требование их непрерывности в области определения. Из этого следует, что удовлетворяющие своим уравнениям функции $p(r)$, $B(r)$, $A(r)$, $Z(r)$ и $Z'(r)$ всюду должны быть непрерывными. Это ведет в свою очередь к тому, что и первые производные B' и A' в силу структуры (12), (14) оказываются непрерывными (разрыв на границе тела претерпевают p', B'', A'' и Z''). Следовательно, согласно теореме Вейерштрасса [6], функции B и A на любом конечном отрезке будут ограниченными. Поскольку при $r \to \infty$ они, согласно условиям (4), тоже ограниченны, то их ограниченность будет выполняться всюду при $0 \leqslant r \leqslant \infty$.

Покажем теперь, что функции B и A нигде не обращаются в нуль и являются строго положительными. Для этого обратимся к уравнению (9), преобразовав его к интегральному виду

$$B^2A^2Z^8 = 8\int\limits_0^r B^2AZ^6 r\,dr. \qquad (15)$$

Отсюда следует, что при удалении от точки $r=0$ функция $A(r)$ не может опускаться в отрицательную область, так как правая часть (15) становилась бы тогда отрицательной, тогда как левая должна быть положительной, т. е. уравнение (15) нарушалось бы. Значит, в некоторой области $r>0$ функция $A(r)$, удовлетворяющая (15), т. е. и (9), будет положительной. Может ли $A(r)$ в какой-то точке $r=r_0>0$ обратиться в нуль? Ответ очевиден — нет, не может, ибо тогда левая часть (15) обратилась бы при $r=r_0$ в нуль, а правая часть как интеграл от положительной функции по области $0 \leqslant r \leqslant r_0$ должна быть положительной. Таким образом, функция A, удовлетворяющая (9), во всей области $0 < r \leqslant \infty$ будет строго положительной.

Аналогично можно убедится, что не существует такой точки $r>0$, в которой функции $B(r)$ или $Z(r)$ обратились бы в нуль; в силу этого и граничных условий (4) функции $B(r)$ и $Z(r)$ должны быть положительными при всех $0 < r \leqslant \infty$.

Итак, решения уравнений (6), (9), (12), (14) для коэффициентов B и A обязаны удовлетворять в области $0 < r \leqslant \infty$ строгим неравенствам

$$0 < B < \infty, \quad 0 < A < \infty. \qquad (16)$$

При этом функции B, A, p, Z, B', A', Z' должны быть всюду непрерывными.

Следствие (16) ведет к важным физическим результатам, на которых мы сейчас остановимся.

Во-первых, благодаря неравенствам (16) из выражений (10), (11) возникнет справедливое всюду неравенство

$$2M \leqslant Z. \qquad (17)$$

Оно означает, что исходная система гравитационных уравнений с ее граничными условиями допускает существование лишь таких тел, радиус $Z_0 \equiv Z(r_0)$ поверхности которых не может быть меньше удвоенной массы материи $2M_0 \equiv 2M(Z_0)$, заключенной под этой сферой (здесь и далее все величины, помечаемые индексом «0», будут относиться к их значениям на поверхности тела). Иначе говоря, исходные уравнения не содержат решений, отвечающих «черным дырам» (т. е. решений с областью, в которой имело бы место неравенство $2M > Z$). При формальном «сжатии» тела в сколь угодно малую область его масса тоже должна становиться сколь угодно малой (впервые на такую возможность было указано в [7]). Из всего этого следует, что схлопывающееся под действием собственного гравитационного поля вещество, обладавшее перед началом схлопывания полной энергией E, в силу закона сохранения энергии не сможет сосредоточиться в сколь угодно малой области. Значение Z_0 на поверхности образовавшегося в результате схлопывания тела будет, согласно (17), не меньше, чем $2M_0$; величина же $2M_0$ будет диктоваться в силу закона сохранения энергии величиной E (за вычетом потерь на излучения и возможные иные потери). Стало быть, коллапс в состояние «черной дыры» оказывается запрещенным. Это целиком согласуется с утверждениями А. Эйнштейна: «Основным результатом проведенного исследования является четкое понимание того, что в реальном мире отсутствуют шварцшильдовские сингулярности... Шварцшильдовская сингулярность отсутствует, так как вещество нельзя концентрировать произвольным образом; в противном случае частицы, образующие скопления, достигнут скорости света» [8] и С. Вейнберга: «...кажущаяся сингулярность Шварцшильда может быть только свойством системы координат...» [9] (введенных с нарушением требований к якобианам, добавим мы).

Вместе с тем уравнения и граничные условия не исключают решений, соответствующих телам, на поверхности которых выполняется соотношение $Z_0 = 2M_0$. Согласно (10), (11), на таких поверхностях будут иметь место равенства

$$\left.\frac{dy}{dZ}\right|_{Z_0-0} = 0, \quad Z'_0 \equiv Z'\Big|_{Z_0} = 0, \quad 8\pi\rho_0^{\text{in}} Z_0^2 = 1, \qquad (18)$$

где ρ_0^{in} — значение внутренней плотности ρ на границе тела[1].

Во-вторых, если решения с $Z_0 = 2M_0$ на поверхности тела существуют, то давление p на таких поверхностях

[1] Обратим внимание на то, что dr/dZ является якобианом перехода от переменной r к переменной Z, если бы такой переход был задуман. Однако в силу (18) и требований, предъявляемых к якобианам (на открытых множествах координат якобианы не должны обращаться ни в нуль, ни в бесконечность), такой переход оказывается недопустимым в случаях, когда состояния тел с $Z=2M$ реализуются; он возможен лишь тогда, когда всюду $Z>2M$. Поэтому выводы, получаемые путем перехода от r (без оглядки на поведение якобиана) к сопутствующим координатам в ситуациях, когда состояние $Z=2M$ достижимо, признать физически состоятельными нельзя.

Встречаются утверждения, что в (2) координаты x^ε можно считать любыми. Это глубокое заблуждение. Допустимый класс не может обращаться в нуль, как это сейчас будет показано.

Введем вместо p и Z функции Q и F посредством замен

$$\frac{rZ'}{Z} \equiv Q\sqrt{1-2y}, \quad y+4\pi p Z^2 \equiv F\sqrt{1-2y}-(1-2y). \quad (19)$$

Тогда для Q и F из (13) и (6) последуют уравнения

$$rQ' + 2Q^3 - Q^2F - Q = 0, \quad (20)$$

$$rF' + \left[F^2 + 1 - 4F\sqrt{1-2y} + 2(1-2y)\right] Q = 0. \quad (21)$$

Из (19) видно, что функции Q и F всюду непрерывны; вследствие этого непрерывными будут также и определяемые в (20), (21) производные Q' и F'. Стало быть, согласно теореме Вейерштрасса, сами функции Q и F на любом конечном отрезке должны быть ограниченными. Значит, если в (19) положить $2y_0 = 1$, то последует

$$Z_0' = 0, \quad 8\pi p_0 Z_0^2 = -1, \quad (22)$$

т.е. $p_0 = -\rho_0^{\text{in}}$. Первое из равенств (22)подтверждает результат (18), второе же равенство кажется на первый взгляд странным, но только на первый взгляд. В действительности отрицательное значение давления на поверхности тела и над ней как раз и должно отвечать физической реальности, поскольку внутри тела и вне его существует физическое гравитационное поле, первоисточником которого является вещество (далее всюду под веществом мы условимся для удобства понимать все формы материи, за исключением связанного гравитационного поля). Материя, образуемая гравитационным полем, обладает всеми присущими любой другой материи характеристиками: плотностью ρ_f, давлением p_f, 4-скоростями u^ε ее элементов, внутренним взаимодействием и взаимодействием с самим телом и т.д. («...поле тяготения само обладает энергией...», писал В. Фок в [10, с. 446], а еще раньше А. Эйнштейн утверждал: «...тензор гравитационного поля $\vartheta_{\mu\nu}$ является источником поля наравне с тензором материальных систем $\theta_{\mu\nu}$. Исключительное положение энергии гравитационного поля по сравнению со всеми другими видами энергии привело бы к недопустимым последствиям» [11]). Гравитационное поле проявляется в силовом воздействии на тела, находящиеся в нем. А так как силы гравитации являются силами притяжения, то должно быть $\rho_f < 0$, т.е. и $p_f < 0$. На поверхности тела давление создается материей, расположенной выше этой поверхности, т.е. материей, образуемой связанным гравитационным полем (если нет атмосферы), а значит, и должно быть отрицательным. В [9] создаваемое гравитационным полем давление на поверхности тела игнорировалось (считалось $p_0 = 0$). Поэтому согласиться с приведенным там доказательством ограничения $y < 4/9$ нельзя[1].

Если (19) учесть в (10) и (12), то последуют равенства

$$AQ^2 = r^2/Z^2, \quad B = \exp\left[-2\int_r^\infty \left(F - \sqrt{1-2y}\right) Q\frac{dr}{r}\right].$$

В силу ограниченности функций Q и F и условий (4) отсюда и из (9) вновь вытекают неравенства (16), влекущие за собой (17).

3. Роль гравитационного поля

Итак, входящий в $T^{\varepsilon\lambda}$ скаляр ρ формируется как за счет собственно вещества, так и за счет индуцируемого им гравитационного поля, т.е. его можно представить (раскрыть) в виде

$$\rho \equiv \rho|_{G=0} + \left(\rho - \rho|_{G=0}\right) \equiv \rho_s + \rho_f, \quad (23)$$

где ρ_s — часть, формирующаяся только голым (без гравитационной шубы) веществом, а ρ_f — часть, обязанная гравитационному полю и только ему. Задача теперь состоит в поиске скаляра ρ_f. Помочь здесь могут уравнения (2), тождественными преобразованиями приведенные (с использованием (3)) к форме, которую по причинам, проистекающим из дальнейшего, целесообразно назвать полевой формой:

$$g^{\alpha\beta}\,\partial_\alpha\,\partial_\beta\,\tilde g^{\varepsilon\lambda} = 16\pi(T^{\varepsilon\lambda} + \tau^{\varepsilon\lambda}). \quad (24)$$

Здесь структура $\tau^{\varepsilon\lambda}$, обретающая смысл плотности тензора энергии–импульса гравитационного поля, определяется выражением

$$16\pi\sqrt{-g}\,\tau^{\varepsilon\lambda} \equiv \frac{1}{2}\left(\tilde g^{\varepsilon\alpha}\tilde g^{\lambda\beta} - \frac{1}{2}\tilde g^{\varepsilon\lambda}\tilde g^{\alpha\beta}\right)\left(\tilde g_{\nu\sigma}\tilde g_{\tau\mu} - \frac{1}{2}\tilde g_{\tau\sigma}\tilde g_{\nu\mu}\right)\times$$
$$\times\,\partial_\alpha\tilde g^{\tau\sigma}\,\partial_\beta\tilde g^{\nu\mu} + \tilde g^{\alpha\beta}\tilde g_{\tau\sigma}\,\partial_\alpha\tilde g^{\varepsilon\tau}\,\partial_\beta\tilde g^{\lambda\sigma} - \tilde g^{\varepsilon\beta}\tilde g_{\tau\sigma}\,\partial_\alpha\tilde g^{\lambda\sigma}\,\partial_\beta\tilde g^{\alpha\tau} -$$
$$-\,\tilde g^{\lambda\alpha}\tilde g_{\tau\sigma}\,\partial_\alpha\tilde g^{\beta\sigma}\,\partial_\beta\tilde g^{\varepsilon\tau} + \frac{1}{2}\tilde g^{\varepsilon\lambda}\tilde g_{\tau\sigma}\,\partial_\alpha\tilde g^{\sigma\beta}\,\partial_\beta\tilde g^{\alpha\tau} + \partial_\alpha\tilde g^{\varepsilon\beta}\,\partial_\beta\tilde g^{\lambda\alpha}, \quad (25)$$

где $\tilde g_{\tau\sigma} \equiv g_{\tau\sigma}/\sqrt{-g}$.

Заметим, кстати, что уравнения (2), (3), (24) можно представить в ковариантном виде, перейдя в них от частных производных ∂_ε по галилеевым координатам x^ε к ковариантным производным D_α в метрике $\gamma_{\alpha\beta}(\xi)$ с произвольным выбором координат ξ^α и преобразовав все входящие в уравнения величины к новым координатам. Все, что войдет в уравнения, будет обладать при этом истинно тензорными свойствами (в том числе и символы Кристоффеля — подробнее см. [12, 13]). Если вместо $\tilde g^{\varepsilon\lambda}$ ввести, следуя [14], $\tilde\Phi^{\varepsilon\lambda} \equiv \tilde g^{\varepsilon\lambda} - \tilde\gamma^{\varepsilon\lambda}$, где $\tilde\Phi^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\,\Phi^{\varepsilon\lambda}$, $\tilde\gamma^{\varepsilon\lambda} \equiv \sqrt{-\gamma}\,\gamma^{\varepsilon\lambda}$, $\gamma \equiv \det\gamma_{\alpha\beta}$, а $\gamma_{\alpha\beta}(x)$ — метрические коэффициенты пространства Минковского, то производные $\partial_\alpha\tilde g^{\varepsilon\lambda}$ можно будет всюду заменить ковариантными производными $D_\alpha\tilde\Phi^{\varepsilon\lambda}$, так как $D_\alpha\tilde\gamma^{\varepsilon\lambda} \equiv 0$. Тогда станет ясным, что $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ будут представлять собой гравитационные потенциалы тензорного (2-го ранга) гравитационного поля, а $\tau^{\varepsilon\lambda}$, являющееся, согласно (25),

координат должны определять требования к якобианам, связывающим одни координаты с другими и в том числе с галилеевыми координатами (в которых понятен физический смысл задаваемых величин). Игнорирование этих требований ведет к появлению разного рода неоднозначностей, сингулярностей и нефизических результатов.

[1] Если, вопреки сказанному выше, считать, что вне тела значения ρ и p равны нулю, то из (19) последует строгое неравенство $2y < 1$, согласующееся с [9]; при этом производная Z' нигде не будет обращаться в нуль. Однако давление p_0 на поверхности тела можно считать равным нулю только тогда, когда вне тела нет материи. Если материальность поля и универсальность гравитационных взаимодействий признать физической реальностью, то полагать p_0 равным нулю станет невозможным, так как вне тела окажется материя, образованная внешним гравитационным полем. В настоящей работе как раз и рассматривается подход, основанный на таком признании (см. п. 3).

квадратичной формой производных первого порядка от гравитационных потенциалов, будет плотностью тензора энергии–импульса гравитационного поля. Уравнение (3) запишется при этом в виде[1]

$$D_\varepsilon \tilde{\Phi}^{\varepsilon\lambda} = 0. \quad (3a)$$

Если, пользуясь [15, 16], разложить тензор $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ по неприводимым представлениям со спинами $S = 2, 1, 0, 0'$, то выяснится, как показано в [14], что (3) или (3a) исключают нефизические состояния поля со спинами $S = 1, 0'$, оставляя реальными состояния с $S = 2, 0$. Как видно, уравнения (3) или (3a) являются принципиально важными и игнорировать их нельзя, если мы хотим избежать нефизических примесей.

Выполнение условий (3) или (3a), исключающих из состояний поля нефизические примеси с $S = 1, 0'$, ведет, как было показано в п. 2, к положительной определенности функции $A(r)$ и соответственно к выполнению неравенства (17). Если (3a), а значит и (9), игнорировать, т. е. вклад в поле нефизических примесей учесть, то в решении (10) уравнения (7) отрицательные значения $A(r)$ исключаться не будут, т. е. y тоже сможет быть как больше, так и меньше 1/2. Стало быть, к отрицательным значениям $A(r)$ и отвечающим «черным дырам» решениям с $2M > Z$ приводит вклад в гравитационное поле *нефизических* примесей с $S = 1, 0'$. Допускать же этого нельзя!

Уравнения (24) справедливы для любого гравитационного поля $\Phi^{\varepsilon\lambda}$, как статического, так и нестатического. Поскольку они являются уравнениями второго порядка, то от подчиняющихся им потенциалов $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ и их производных $\partial_\alpha \Phi^{\varepsilon\lambda}$ первого порядка требуется непрерывность на всем интервале $0 \leqslant r \leqslant \infty$; на бесконечном удалении от источника на $\Phi^{\varepsilon\lambda}$ налагаются условия $\Phi^{\varepsilon\lambda}|_{r\to\infty} \to 0$. Из этого вытекает, что в силу теоремы Вейерштрасса все компоненты потенциала $\Phi^{\varepsilon\lambda}$, т. е. и $\tilde{g}^{\varepsilon\lambda}$, всегда и всюду будут ограниченными, а плотность $\tau^{\varepsilon\lambda}$ — непрерывной.

В нашем случае

$$\tilde{g}^{00} = \frac{Z^2}{r^2\sqrt{BA}}, \quad \tilde{g}^{kn} = \sqrt{\frac{B}{A}}\left[\gamma^{kn} + \left(1 - \frac{Z^2 A}{r^2}\right)\frac{x^k x^n}{r^2}\right].$$

Из их ограниченности следуют полученные ранее неравенства $0 < A < \infty$, $0 < B < \infty$. Но вернемся к поиску ρ_f.

Единственным тензорным скаляром, связанным с гравитационным полем, и только с ним, является непрерывный всюду след

$$\tau \equiv \tau^{\varepsilon\lambda}\tilde{g}_{\varepsilon\lambda} = \rho_f - 3p_f. \quad (26)$$

Иных скаляров, определяемых гравитационным полем, нет. Поэтому естественно выдвинуть гипотезу, что часть ρ_f, входящая в (23), и есть тот скаляр ρ_f, который определяется выражением (26), т. е. считать

$$\rho \equiv \rho_s + \tau + 3p_f, \quad (27)$$

где

$$16\pi\tau \equiv \frac{1}{2}\left(\tilde{g}_{\varepsilon\sigma}\tilde{g}_{\lambda\tau} + \frac{1}{2}\tilde{g}_{\tau\sigma}\tilde{g}_{\varepsilon\lambda}\right) g^{\alpha\beta}\,\partial_\alpha \tilde{g}^{\tau\sigma}\,\partial_\beta \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} + \\ + \frac{1}{\sqrt{-g}}\tilde{g}_{\varepsilon\lambda}\,\partial_\alpha \tilde{g}^{\varepsilon\beta}\,\partial_\beta \tilde{g}^{\lambda\alpha}. \quad (28)$$

Учитывая здесь (10)–(13), найдем

$$4\pi\rho_f Z^2 = -\frac{7q^2 - 6qf + 2f^2}{1 - 2y} + 4\left(1 + q - \frac{1}{2}f\right) - \\ - \frac{1}{q^2}(4 - 4q + 3q^2)(1 - 2y) + 12\pi p_f Z^2, \quad (29)$$

где

$$q \equiv \frac{rZ'}{Z}, \quad f \equiv y + 4\pi p Z^2 + (1 - 2y).$$

Поскольку, согласно гипотезе (27), значение ρ оказывается отличным от нуля всюду, то масса тела $M(Z)$ не будет оставаться постоянной при $Z > Z_0$ — в нее даст вклад масса материи, образуемой гравитационным полем (полная масса $E = M(\infty)$ всегда будет меньше M_0, а в случае сильного поля — в несколько раз меньшей — см. [13]). Аналогично во всех уравнениях, отнесенных к внешней области тела, не исчезнут члены с ρ и p. Уравнение (6), например, в области $Z > Z_0$ будет уравнением равновесия материи, образуемой полем.

Вклад ρ_f в ρ играет основную роль в гравитационном дефекте массы — именно он делает невозможным выход удвоенной массы $2M_0$ за пределы значения Z_0, каким бы малым это значение ни делалось (подробнее см. [13]). В ньютоновском пределе гипотеза (27) приводит к правильным (и хорошо известным) результатам как для полной массы уединенного статического тела, так и для энергии системы тел [13]. Полная масса E уединенного тела определится, согласно (11), (27), выражением

$$E = 4\pi\int_0^\infty (\rho_s + \rho_f) Z^2 Z'\, dr. \quad (30)$$

Для однородного шара радиуса r_0 ($\rho_s = \mathrm{const}$) в ньютоновском пределе выражения (29) и (13) дают

$$4\pi\rho_f Z^2 \simeq -3y^2/(1 - 2y) \simeq -3M_s^2/r^2,$$

$$M_s = 4\pi\int_0^r \rho_s r^2 dr = y_0\frac{r^3}{r_0^2},$$

$$Z_{\text{ext}} \simeq r + M_s^0, \quad Z_{\text{in}} \simeq r\left(1 + \frac{3}{2}y_0 - \frac{1}{2}y_0\frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad y_0 \equiv \frac{4\pi}{3}\rho_s r_0^2.$$

Учитывая это в (30), получим, как и должно быть, значение

$$E = M_s^0 - \frac{3}{5}\frac{(M_s^0)^2}{r_0},$$

[1] Гравитационные потенциалы $\Phi^{\varepsilon\lambda}(x)$, представленные в галилеевых координатах x^ε, отвечают реально существующему физическому гравитационному полю. При переходе от x^ε к произвольным координатам ξ^α физические компоненты $\Phi^{\varepsilon\lambda}(x)$ смешиваются в $\Phi^{\alpha\beta}(\xi)$ с неинерциальными примесями, возникающими вследствие преобразований

$$\Phi^{\alpha\beta}(\xi) = \Phi^{\varepsilon\lambda}(x)\frac{\partial\xi^\alpha}{\partial x^\varepsilon}\,\frac{\partial\xi^\beta}{\partial x^\lambda}.$$

Поэтому если мы хотим иметь дело с гравитационным полем в чистом виде, то должны использовать галилеевы координаты, что и сделано в работе.

где M_s^0 — полная масса вещества шара (масса M_0 окажется при этом равной $M_0 = E + 3(M_s^0)^2/r_0 > E$).

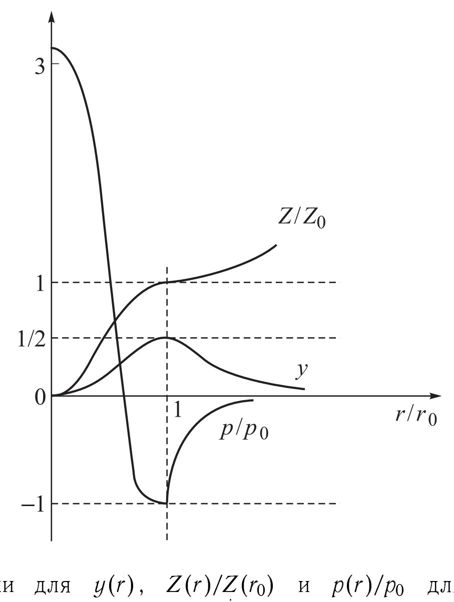
В случае произвольного поля выражение (11) будет представлять собой в силу (27) и (29) интегральное уравнение для массы $M(r)$. От него лучше перейти к дифференциальному уравнению для $y \equiv M/Z$:

$$y' = \left\{-y + 4\pi Z^2 \left[\rho_s \Theta\left(1 - \frac{Z}{Z_0}\right) + \rho_f\right]\right\}\frac{Z'}{Z}, \qquad (31)$$

где $\Theta(1-x) = 1$ при $x < 1$ и $\Theta(1-x) = 0$ при $x > 1$. Слагаемое с $\rho_f < 0$ в правой части (31) в силу своей структуры не дает возможности величине y превысить значения $y_0 = 1/2$.

4. Физические следствия

Итак, система уравнений гравитации допускает решения с $y_0 = 1/2$, т.е. допускает возможность существования объектов с $\rho_0^{\text{in}} = 1/8\pi Z_0^2$ и $p_0 = -\rho_0^{\text{in}}$ на их поверхностях. В случае больших концентраций вещества в теле, когда величина $8\pi\rho_s Z^2(r)$ в области $r_1 \leqslant r \leqslant r_0$ оказывается существенно превышающей единицу, значение $y \equiv M(r)/Z(r)$ может стать весьма близким к 1/2 уже при $r \sim r_1$. Прирост y в слое $r_1 \leqslant r \leqslant r_0$ в силу (17), (29), (31) будет тогда незначительным (см. рисунок), т.е. во всем слое сохранится приближенное равенство $y \sim 1/2$. Это обеспечит, согласно (11), (19), другие приближенные равенства: $8\pi\rho Z^2 \sim 1$, $4\pi p Z^2 \sim -y \sim -1/2$, т.е. $p \sim -\rho$. На границе тела давление $p = p_s + p_f$ достигает своего наинизшего из возможных значения, целиком определяемого давлением поля $p_f^0 = -\rho_0^{\text{in}}$; давление же вещества здесь будет равным нулю: $p_s^0 = 0$. В указанном слое значение связанной с гравитационным полем величины $Z(r) \equiv r(1 + \tilde{\Phi}(r))$ будет оставаться вследствие (10) или (19) близким к $Z(r_1) \sim Z(r_0) \equiv Z_0$, что трансформирует приведенные выше приближенные равенства к виду $p \sim -\rho \sim -\rho_0^{\text{in}}$. Отсюда следует, что давление вещества p_s будет близким к нулю во всем слое (а он может быть и очень широким). Это может означать только то, что температура T объекта в приповерхностной области практически не отличается от абсолютного нуля ($T \sim 0$). Следовательно, из приповерхностных областей



Графики для $y(r)$, $Z(r)/Z(r_0)$ и $p(r)/p_0$ для тела с $\rho_s/\rho_0^{\text{in}} \gg 1$

никакого заметного излучения возникнуть не может. Излучение из центральных областей, если оно способно выйти наружу, будет энергетически сильно подавлено большим гравитационным красным смещением (из-за малости g_{00} в центральных областях, где температура может оказаться высокой). Стало быть, такие объекты будут невидимыми и вполне могут давать основной вклад в темную массу Вселенной. Но они должны проявлять себя в динамических эффектах — в тех самых, в которых, как считалось ранее, проявляют себя «черные дыры» [17, 18]. Кроме того, они должны проявляться в эффектах гравитационного микролинзирования [19–22], заменяя собой «черные дыры».

При падении вещества на объекты с большой концентрацией вещества в них (как рассматривалось выше) аккрецирующее вещество не будет испытывать в слое $r_1 \leqslant r \leqslant r_0$ заметного торможения из-за столкновений, так как там масса *вещества* тела оказывается почти полностью «съеденной» гравитационным полем. Действительно, из-за выполняющихся на интервале $r_1 \leqslant r \leqslant r_0$ приближенных равенств $M(r)/Z(r) \sim 1/2$, $Z(r) \sim Z_0$ следует также приближенное равенство $M(r) \sim M(r_1) \sim M(r_0) \equiv M_0$, говорящее о том, что в указанном слое прирост M за счет вещества тела практически полностью компенсируется гравитационным дефектом массы. В области же $r < r_1$ метрический коэффициент g_{00} становится чрезвычайно малым, обуславливая большой гравитационный сдвиг частот излучения. В совокупности все это должно приводить к существенному смягчению спектра излучения аккрецирующего вещества. С ростом массы тела излучение аккрецирующего вещества должно все более и более смещаться в мягкую область (заметным может оставаться лишь излучение аккрецирующего диска). С уменьшением же массы тела гравитационный дефект массы будет спадать к несущественной ньютоновской поправке. При аккреции вещества на такие тела спектр излучения будет иметь жесткую границу, исчезающую (или существенно смягченную) в случае аккреции на тела больших масс.

Иная ситуация возникает, если подобный объект, скажем, с массой в несколько солнечных масс, захватит во внешнюю приповерхностную область плазму. Тогда захваченные сильным гравитационным полем частицы плазмы могут достигать в квазиравновесном состоянии скоростей $v^2 \sim 0.1$. Следовательно, такие объекты будут источниками мощного рентгеновского излучения.

Уравнения не исключают решений, соответствующих равновесным телам-гигантам с массой в несколько сотен, тысяч и более солнечных масс (гигант с $M \sim 10^4 M_\odot$ будет иметь размеры, близкие к размерам Земли). Естественно ожидать их сосредоточения в центральных областях галактик.

Нет запрета и на возможность существования структур с $\rho_0^{\text{in}} \simeq 1/8\pi Z_0^2$ в ядрах обычных звезд и, в частности, в ядре Солнца.

Часть подобных объектов могла образоваться в результате коллапса вещества к состоянию $Z_0 = 2M_0$ (условимся называть такие объекты «коллапсарами»). Но возможно также допустить и их рождение на ранней стадии эволюции Вселенной вследствие флуктуаций плотности ее вещества при сверхвысоких плотностях (условимся называть такие объекты «реликтами»). Если они образовались[1], например, при плотностях 10^{50} г·см$^{-3}$ $< \rho <$ 10^{60} г·см$^{-3}$ (считаются допустимыми и более высокие плотности), то такие «реликты» будут обладать, согласно (18), линейными размерами $3 \cdot 10^{-17}$ см $< Z_0 <$ $3 \cdot 10^{-12}$ см и массами $2 \cdot 10^{11}$ г $< M <$ $2 \cdot 10^{16}$ г. На расстоянии r см от своего центра они будут вызывать ускорения $(10^4/r^2)$ см·с$^{-2}$ $< |\boldsymbol{a}| <$ $(10^9/r^2)$ см·с$^{-2}$. Пролетая через газообразную или жидкую среду, «реликты» будут интенсивно поглощать ее близко расположенные элементы, создавая в своей окрестности плазменное светящееся облако. Они практически без помех могут пронизывать твердые тела, вырывая и поглощая ближайшие атомы и молекулы и придавая этим телу как целому некоторое ускорение (перемещая его).

Таковы следствия, вытекающие из анализа полной системы уравнений гравитации.

Заключение

Проведенный анализ полной системы классических уравнений гравитации и их решений привел к следующим важным выводам.

1. Все метрические коэффициенты оказываются ограниченными и нигде не обращающимися в нуль; вместе с производными первого порядка они всюду при $0 \leqslant r \leqslant \infty$ непрерывны.

2. «Черные дыры» оказываются физически нереализуемыми — соответствующих им решений уравнения не содержат.

3. Физически допустимыми оказываются тела, радиус (в стандартных координатах) поверхности которых равен или больше удвоенной массы материи, заключенной под этой сферой.

4. Тела с $2M_0 = Z_0$ на поверхности имеют в приповерхностной области отрицательные давления и температуру, близкую к нулю.

5. Такие тела могут вносить основной вклад в темную материю Вселенной и объяснять те явления, которые трактовались ранее как результат проявления «черных дыр».

6. При определенных условиях они могут создавать мощные источники рентгеновского излучения.

7. Не запрещено существование как микроскопических по размерам (но не по массе), так и макроскопических объектов (вплоть до гигантов) с $Z_0 = 2M_0$ на поверхности.

8. Ключевую роль во всех результатах играет гравитационное поле тела.

Все это, безусловно, требует дальнейшего сопоставления с наблюдениями. Но пока ни с теоретической точки зрения, ни с точки зрения имеющихся экспериментальных данных каких-либо противоречий с приведенными результатами обнаружить не удалось. Если же новые проблемы возникнут (а это вполне возможно), то разбираться в них надо, опираясь на материальность всего сущего и не выходя за пределы строгих математических законов, чтобы не получить, как было с черными дырами, очередных мистических следствий.

Автор благодарен академику А. А. Логунову, многочисленные и порой весьма острые дискуссии с которым способствовали кристаллизации части идей, воплощенных в настоящей работе. Автор благодарен также академику А. М. Черепащуку за полезную информацию, которая помогла уточнить некоторые особенности внутреннего строения сверхмассивных тел, и К. В. Парфенову за помощь при подготовке рукописи к печати.

Список литературы

1. *Черепащук А.М.* // Природа. 2006 **10**. С. 16.
2. *Alcock C., Akerlof C.W., Allsman R.A.* et.al. // Nature. 1993. **365**. P. 621.
3. *Бялко А.В.* // Астрон. журн. 1969. **46**. С. 998.
4. *Paczynski B.* // Astrophys. J. 1986. **304**. P. 1.
5. *Черепащук А.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2005. № 2. С. 62.
6. *Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х.* Математический анализ. М., 1979.
7. *Зельдович Я.Б.* // ЖЭТФ. 1962. **42**. С. 641.
8. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. 2. М., 1966. С. 514.
9. *Вейнберг С.* Гравитация и космология. М., 1975.
10. *Фок В.А.* Теория пространства, времени и тяготения. М., 1961.
11. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. 1. М., 1965. С. 227.
12. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2003. № 4. С. 19.
13. *Лоскутов Ю.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. № 3. С. 18.
14. *Логунов А.А., Мествиришвили М.А.* Релятивистская теория гравитации. М., 1989.
15. *Fronsdal C.* // Nuovo Cimento. Suppl. 1958. **9**. P. 416.
16. *Barnes K.J.* // J. Math. Phys. 1965. **6**. P. 788.
17. *Зельдович Я.Б.* // Докл. АН СССР. 1964. **155**. С. 67.
18. *Sapleter E.E.* // Astrophys. J. 1964. **140**. P. 796.
19. *Черепащук А.М.* // УФН. 2003. **173**. С. 345.
20. *Богданов М.Б., Черепащук А.М.* // Астрон. журн. 2002. **79**. С. 693.
21. *Богданов М.Б., Черепащук А.М.* // Астрон. журн. 2004. **81**. С. 291.
22. *Захаров А.Ф., Сажин М.В.* // УФН. 1998. **168**. С. 1041.

[1] Хотя не ясно, из чего такие «реликты» состоят, но если исходные уравнения, включая уравнение равновесия (6), не исключают соответствующих решений (а это действительно так), то теоретически их существование можно считать допустимым; есть ли это или нет этого в природе, — ответ должны дать наблюдения.

On “black holes” and dark matter

Yu. M. Loskutov

Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

It is shown that in consequence of the complete system of classical gravity equations for a spherically symmetric isolated body: (1) all metric coefficients of the Riemannian space induced by a body, in Galileian coordinates cannot be equal neither zero, nor infinity, and (2) they must be continuous together with their first order derivatives.
The equations don’t have any solutions which correspond to “black holes”, but admit solutions that describe objects with the radius of outward surface (in standard coordinates) which is equal to the double mass of a matter under this surface. These objects can give the main contribution to the dark matter of Universe and provide an explanation of observed effects such as gravitational microlenses and others. Under certain conditions they can become powerful X-ray sources.

PACS: 04.70–s, 95.30.Sf.
Keywords: physics of black holes, relativity and gravitation.
Received 2 July 2008.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 2(2009).

Сведения об авторе

Лоскутов Юрий Михайлович — д. ф.-м. н., профессор; профессор; тел.: 939-16-47.