

АСТРОНОМИЯ, АСТРОФИЗИКА И КОСМОЛОГИЯ

Периодические движения звезды внутри эллиптической галактики с переменной массой

С. А. Гасанов

Государственный астрономический институт имени П. К. Штернберга (ГАИШ МГУ). Россия, 119991, Москва, Университетский пр-т, д. 13. E-mail: gasanov@sai.msu.ru

В рамках задачи о движении звезды внутри слоисто-неоднородной вращающейся эллиптической галактики с переменной массой построены периодические решения методами Ляпунова и малого параметра Пуанкаре для автономизированных уравнений. Исследована устойчивость периодических решений в смысле Ляпунова. При этом считается, что законы изменения плотностей в центре и в слоях галактики разные.

PACS: 95.10.Ce, 98.10.+z, 98.52.Eh.

Ключевые слова: небесная механика, звездная динамика и кинематика, внегалактические объекты и системы.

Статья поступила 19.08.2008, подписана в печать 30.10.2008.

1. Постановка задачи

В работе [1] рассмотрена задача о пространственном движении звезды внутри слоисто-неоднородной вращающейся эллиптической галактики E с переменной массой. Законы изменения плотности эллипсоидальных слоев по времени считаются отличающимися друг от друга на постоянный множитель. Как показано ранее [2], можно рассматривать и более общий случай, а именно когда плотность в центре галактики O изменяется по закону $\rho_0(t)$, а в последующих слоях — по закону $\rho_k(t)$, ($k = 1, 2, \dots$). Общая плотность галактики E при этом представится в виде $\rho(t) = \rho_0(t) - \varepsilon \rho_1(t) - \varepsilon^2 \rho_2(t) - \dots - \varepsilon^k \rho_k(t)$, где ε — безразмерный малый параметр, характеризующий распределение плотности.

Положим, что эллиптическая галактика с переменной массой ограничена эллипсоидальной поверхностью с полуосями $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ ($\bar{a} \geq \bar{b} \geq \bar{c}$) и имеет общую плотность $\rho(t)$ и вращается с угловой скоростью $\Omega = \Omega(t)$ вокруг полярной оси Oz . Плотность каждого слоя при этом является функцией времени, т.е. эллипсоидальные слои состоят из веществ с переменной массой. При этом в выражении плотности галактики $\rho(t)$ ограничимся членами до ε^2 включительно и будем считать, что движение звезды S происходит под действием только силы притяжения со стороны этой галактики.

Координаты x , y , z звезды S отнесены к прямоугольной системе координат с началом в центре эллиптической галактики O и осями, направленными по соответствующим главным осям этой галактики. Уравнения движения звезды внутри гравитирующей галактики E в этой системе координат представляют собой систему уравнений с переменными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} - 2\Omega \frac{dy}{dt} - \Omega^2 x - \frac{d\Omega}{dt} y &= \frac{\partial U}{\partial x}, \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\Omega \frac{dx}{dt} - \Omega^2 y + \frac{d\Omega}{dt} x &= \frac{\partial U}{\partial y}, \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= \frac{\partial U}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1)$$

Силовая функция (общий потенциал) U при этом опре-

деляется рядом по степеням параметра ε

$$U = V_0 + R,$$

где

$$\begin{aligned} V_0 &= -\frac{\rho_0(t)}{2} (V_{01}x^2 + V_{02}y^2 + V_{03}z^2 - 2V_{00}), \\ R &= \frac{\varepsilon}{4} \rho_1(t) (R_1x^4 + R_2y^4 + R_3z^4 + 2R_4x^2y^2 + \\ &\quad + 2R_5x^2z^2 + 2R_6y^2z^2) + \frac{\varepsilon^2}{6} \rho_2(t) (S_1x^6 + S_2y^6 + \\ &\quad + S_3z^6 + 3S_4x^2y^4 + 3S_5x^4y^2 + 3S_6x^2z^4 + \\ &\quad + 3S_7x^4z^2 + 6S_8x^2y^2z^2 + 3S_9y^4z^2 + 3S_{10}y^2z^4) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

В разложении (2) возмущающей функции R сохранены члены до ε^2 порядка включительно. При $\varepsilon = 0$ силовая функция $U = V_0$ представляет собой потенциал притяжения однородного эллипсоида с переменной массой. Слоисто-неоднородному эллипсоиду с переменной массой соответствует ненулевое значение ε . Все коэффициенты $V_{0i} > 0$ ($i = 0, 1, 2, 3$) и $R_k > 0$ ($k = 1, 2, \dots, 6$) приведены в работе [3], а $S_n > 0$ ($n = 1, 2, \dots, 10$) — в [4]. Эти коэффициенты содержат гравитационную постоянную G и суть многочлены четвертого порядка относительно вторых эксцентриситетов λ и μ , которые считаются малыми параметрами и связаны с полуосями $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ эллипсоидальной поверхности следующим образом: $\bar{a}^2 = \bar{c}^2(1 + \lambda^2)$, $\bar{b}^2 = \bar{c}^2(1 + \mu^2)$, ($\mu \leq \lambda < 1$).

Цель настоящей работы — автономизация системы уравнений (1), построение методами Ляпунова и Пуанкаре периодических решений для автономизированных уравнений и исследование их устойчивости.

2. Автономизированные уравнения

Система уравнений (1) представляет собой систему с переменными коэффициентами и с помощью пространственно-временного преобразования

$$x = v(t)\xi(\tau), \quad y = v(t)\eta(\tau), \quad z = v(t)\zeta(\tau), \quad d\tau = u(t) dt, \quad (3)$$

где $v(t)$ — множитель, а $u(t)$ — ядро преобразования, подлежащие определению, приводится к системе с по-

стоянными коэффициентами, т.е. к автономизированным уравнениям [2]. Условия автономизации имеют вид

$$\frac{1}{u^2 v} \frac{d^2 v}{dt^2} = a_0, \quad \frac{\rho_0(t)}{u^2} = b_0, \quad \frac{\rho_1(t)v^2}{u^2} = b_1, \quad \frac{\rho_2(t)v^4}{u^2} = b_2, \quad (4)$$

и

$$uv^2 = b_3, \quad \Omega v^2 = b_4, \quad \frac{\Omega}{u} = \frac{b_4}{b_3} = \Omega_1, \quad (5)$$

где a_0 и b_k ($k = 0, 1, \dots, 4$) — произвольные постоянные, причем $b_0 > 0$, $b_1 > 0$ и $b_2 > 0$, так как плотности $\rho_0(t)$, $\rho_1(t)$ и $\rho_2(t)$ — положительные функции. При этом для множителя преобразования (3) — функции $v(t)$ как решения дифференциального уравнения из (4) найдено следующее выражение [2]:

$$v^2(t) = \alpha t^2 + 2\beta t + \gamma, \quad \alpha = \text{const}, \quad \beta = \text{const}, \quad \gamma = \text{const}. \quad (6)$$

Кроме того, функции $u(t)$, $\Omega(t)$, $\rho_0(t)$, $\rho_1(t)$ и $\rho_2(t)$, а также связь между независимыми переменными τ и t определяются равенствами

$$u(t) = \frac{b_3}{\alpha t^2 + 2\beta t + \gamma}, \quad \Omega(t) = \frac{b_4}{\alpha t^2 + 2\beta t + \gamma} \quad (7)$$

и

$$\rho_i(t) = \frac{b_i b_3^2}{(\alpha t^2 + 2\beta t + \gamma)^{i+2}} \quad (i = 0, 1, 2), \quad (8)$$

$$\tau = b_3 \int \frac{dt}{\alpha t^2 + 2\beta t + \gamma}.$$

Тогда дифференциальный закон изменения плотностей слоев эллиптической галактики примет вид

$$\dot{\rho}_i(t) = -k_i [\rho_i(t)]^{(2i+5)/(2i+4)}, \quad (9)$$

$$k_i = (2i+4)(b_i b_3^2)^{-1/(2i+4)} > 0 \quad (i = 0, 1, 2).$$

По аналогии с законом Эддингтона–Джинса [5, 6], который был сформулирован исходя из теории эволюции звезд главной последовательности, положим, что существует обобщенный закон изменения массы галактики или ее плотности в виде

$$\frac{dM(t)}{dt} = M_0 M^n(t) \quad (M_0 = \text{const}, \quad n \geq 0). \quad (10)$$

Закон изменения массы (или плотности) $M(t)$ (10) назовем обобщенным законом, или аналогом закона Эддингтона–Джинса. Следовательно, дифференциальный закон изменения плотности (9) соответствует обобщенному закону (10) при $n = 5/4$, $n = 7/6$ и $n = 9/8$ соответственно.

Угловая скорость вращения галактики E — функция $\Omega(t)$ должна удовлетворять неравенству Пуанкаре $\Omega^2(t) < 2\pi G K \rho(t)$ [1, 7, 8], которое представляет собой условие существования вращающейся галактики как фигуры равновесия. Здесь G — гравитационная постоянная, K — постоянная, зависящая от формы и размеров эллиптической галактики E и приведена в [1, 3], причем $0 < K < 1$. В силу условий (4) и (7) неравенство Пуанкаре можно переписать в виде

$$\Omega(t) \leq A, \quad A = \text{const} \geq 0. \quad (11)$$

Система уравнений (1) при выполнении условий автономизации (4) примет вид

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} - 2\Omega_1 \frac{d\eta}{d\tau} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial \xi}, \quad \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + 2\Omega_1 \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial \eta}, \quad \frac{d^2 \zeta}{d\tau^2} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial \zeta}, \quad (12)$$

Здесь силовая функция (общий потенциал) $\bar{U}$ в новых переменных равна

$$\bar{U} = R_0 + \bar{R}, \quad R_0 = \bar{V}_0 + \bar{V}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{R} = & \frac{\bar{U}_0}{4} (R_1 \xi^4 + R_2 \eta^4 + R_3 \zeta^4 + 2R_4 \xi^2 \eta^2 + 2R_5 \xi^2 \zeta^2 + \\ & + 2R_6 \eta^2 \zeta^2) + \frac{\bar{U}_1}{6} (S_1 \xi^6 + S_2 \eta^6 + S_3 \zeta^6 + 3S_4 \xi^2 \eta^4 + \\ & + 3S_5 \xi^4 \eta^2 + 3S_6 \xi^2 \zeta^4 + 3S_7 \xi^4 \zeta^2 + 6S_8 \xi^2 \eta^2 \zeta^2 + \\ & + 3S_9 \eta^4 \zeta^2 + 3S_{10} \eta^2 \zeta^4), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\bar{U}_0 = \varepsilon b_1 \geq 0, \quad \bar{U}_1 = \varepsilon^2 b_2 \geq 0,$$

$$\bar{V} = -\frac{1}{2} (a_1 \xi^2 + a_2 \eta^2 + a_3 \zeta^2),$$

$$\bar{V}_0 = 2\pi G \bar{c}^2 \sqrt{(1 + \lambda^2)(1 + \mu^2)} \left(b_0 - \frac{\varepsilon}{2} b_1 - \frac{\varepsilon^2}{3} b_2 \right).$$

Заметим, что система уравнений (12) при $a_1 = V_{01} - \Omega_1^2$, $a_2 = V_{02} - \Omega_1^2$ и $a_3 = 0$ представляет собой уравнения движения звезды внутри эллиптической галактики с постоянной массой во вращающейся с постоянной угловой скоростью Ω_1 системе координат [1], а при $a_1 = a_2 = -\Omega_1^2$ и $a_3 = 0$ — внутри шарового скопления. Кроме того, постоянные a_k ($k = 1, 2, 3$), фигурирующие в системе уравнений (12) и в выражении потенциала $\bar{V}$, связаны с a_0 , b_0 и Ω_1 соотношениями

$$\begin{aligned} a_1 = a_0 + b_0 V_{01} - \Omega_1^2, \quad a_2 = a_0 + b_0 V_{02} - \Omega_1^2, \\ a_3 = a_0 + b_0 V_{03} \quad (a_3 \geq a_2 \geq a_1). \end{aligned} \quad (15)$$

Следовательно, из девяти произвольных постоянных a_i ($i = 0, 1, 2, 3$) и b_k ($k = 0, 1, 2, 3, 4$) в силу условия (4) только шесть независимы: a_0 и b_k ($k = 0, 1, 2, 3, 4$). В соотношении (15) неравенство в скобках следует из условий $b_0 \geq 0$ и $V_{03} \geq V_{02} \geq V_{01}$ [4].

Так как $\partial \bar{U} / \partial t = 0$, система уравнений (12) допускает аналог интеграла Якоби [1]

$$\left(\frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{d\tau} \right)^2 = \bar{U} + h, \quad h = \text{const}, \quad (16)$$

где общий потенциал $\bar{U}$ определяется равенством (13) и (14). Из этого интеграла легко получаются поверхности нулевой скорости $\bar{U} = C$ и область возможности движения звезды $\bar{U} \geq C$ ($C = -h$) соответственно [1]. Обратим внимание на то, что в третьем уравнении системы (13) появляется член с коэффициентом a_3 .

3. Уравнения невозмущенного движения

Рассмотрим автономизированную систему уравнений (12) при $\varepsilon = 0$, т.е. уравнения невозмущенного движения звезды внутри однородной эллиптической галактики с постоянной массой. Для этих уравнений аналог интеграла Якоби имеет точно такой же вид, что и (16), в которой следует заменить $\bar{U}$ на R_0 .

Очевидно, что при $a_k \geq 0$ и $\bar{V}_0 + h_0 \geq 0$ или $a_k \leq 0$ и $\bar{V}_0 + h_0 \leq 0$ ($k = 1, 2, 3$) невозмущенное движение звезды может происходить внутри эллипсоида с полуосями $\bar{a}_k = \sqrt{(2\bar{V}_0 + 2h_0)/a_k}$ ($k = 1, 2, 3$). При различных знаках a_k и при $\bar{V}_0 + h_0 \geq 0$ (или $\bar{V}_0 + h_0 < 0$) невозмущенное движение звезды происходит внутри однополостного (или двухполостного) гиперboloида.

Характеристическое уравнение системы невозмущенного движения

$$(\Lambda^4 + p\Lambda^2 + q)(\Lambda^2 + a_3) = 0, \quad p = 4\Omega_1^2 + a_1 + a_2, \quad q = a_1a_2 \quad (17)$$

при $a_k > 0$ ($k = 1, 2, 3$) имеют чисто мнимые корни $\Lambda_{1,2,3,4} = \pm i\theta_k$ ($k = 1, 2$) и $\Lambda_{5,6} = \pm i\theta_3$, где

$$\theta_1 = \sqrt{\frac{p}{2} - \sqrt{D}}, \quad \theta_2 = \sqrt{\frac{p}{2} + \sqrt{D}}, \quad \theta_3 = \sqrt{a_3}, \quad (18)$$

$$D = \frac{p^2}{4} - q.$$

Помимо этого в силу (15) условие мнимости корней уравнения (17) можно переписать в виде $p \geq 0$, $q \geq 0$, $D \geq 0$. Тогда общее решение системы уравнений невозмущенного движения при выполнении этого условия можно представить в виде [4, 9]

$$\begin{aligned} \xi &= C_1 \cos \omega_1 + P_2 C_2 \sin \omega_2, \\ \eta &= P_1 C_1 \sin \omega_1 + C_2 \cos \omega_2, \\ \zeta &= C_3 \cos \omega_3, \end{aligned} \quad (19)$$

где положено

$$P_1 = \frac{2\Omega_1\theta_1}{a_2 - \theta_1^2} = \frac{a_1 - \theta_1^2}{2\Omega_1\theta_1}, \quad P_2 = \frac{2\Omega_1\theta_2}{\theta_2^2 - a_1} = \frac{\theta_2^2 - a_2}{2\Omega_1\theta_2}, \quad (20)$$

$$\omega_k = \theta_k \tau + \sigma_k.$$

Здесь C_k и σ_k — произвольные постоянные, а величины θ_k ($k = 1, 2, 3$) определяются равенством (18). Кроме того, орбита (19) при $\zeta = 0$, как показано в работе [3], представляет собой эллиптическую эпициклоиду.

4. Периодические решения, построенные методами Ляпунова и малого параметра Пуанкаре

Систему уравнений (12) будем использовать для построения методом Ляпунова периодических решений с периодом T вблизи центральной точки либрации L_1 [3]. Пусть $\Lambda = \pm i\theta$ — пара мнимых корней характеристического уравнения (17). Тогда период T ищется в виде ряда по степеням произвольной постоянной c :

$$T = \frac{2\pi}{\theta} (1 + h_2 c^2 + h_3 c^3 + h_4 c^4 + h_5 c^5 + \dots), \quad (21)$$

а вместо τ вводится новая независимая переменная ν посредством подстановки $\nu = 2\pi \cdot (\tau - \tau_0) / T$. Полученной после подстановки системе уравнений постараемся удовлетворять отрезками рядов по степеням произвольной постоянной c до 5-го порядка включительно [10, 11]:

$$\xi = \sum_{k=1}^5 \xi_k c^k + \dots, \quad \eta = \sum_{k=1}^5 \eta_k c^k + \dots, \quad \zeta = \sum_{k=1}^5 \zeta_k c^k + \dots \quad (22)$$

Эти ряды сходятся абсолютно при достаточно малых значениях c , и процедура построения периодических решений методом Ляпунова с помощью рядов (22) подробно описана в работе [3]. При $|c| < 0.9613$ семейства периодических решений — эллипсы и прямолинейные отрезки — будут находиться внутри данной эллиптической галактики [3]. Для быстрой сходимости рядов (22) по степеням произвольной постоянной c можно взять более узкую область значений c [3].

Теперь построим периодические решения уравнений (12) с периодом $\tilde{T}_k$ ($k = 1, 2, 3$) методом малого

параметра Пуанкаре. В качестве малого параметра возьмем безразмерный параметр ε , характеризующий распределение плотности, и обозначим через ξ_0 , η_0 и ζ_0 решение порождающих уравнений системы (12). Тогда периодические решения с периодом $\tilde{T}_k$ этой системы, обращающиеся в порождающиеся при $\varepsilon = 0$, согласно методу малого параметра Пуанкаре, будем искать в виде абсолютно сходящихся при $|\varepsilon| < \varepsilon^*$ ($0 < \varepsilon^* < 1$) рядов [4, 11, 12]

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_0 + \xi_1 \varepsilon + \xi_2 \varepsilon^2 + \dots, \\ \eta &= \eta_0 + \eta_1 \varepsilon + \eta_2 \varepsilon^2 + \dots, \\ \zeta &= \zeta_0 + \zeta_1 \varepsilon + \zeta_2 \varepsilon^2 + \dots, \end{aligned} \quad (23)$$

где ξ_k , η_k , ζ_k ($k = 1, 2, \dots$) — искомые периодические функции τ с периодом $\tilde{T}_k$. Для построения таких решений подставим ряды (23) в систему (12) и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях малого параметра ε в обеих частях этих уравнений. Это даст систему дифференциальных уравнений относительно ξ_k , η_k , ζ_k . Далее в системе уравнений (12) сделаем подстановку $a_k = \alpha_k + \varepsilon \cdot \beta_k + \varepsilon^2 \cdot \gamma_k$, где α_k , β_k и γ_k ($k = 1, 2, 3$) — некоторые постоянные, отличные от нуля. Эта подстановка гарантирует, что периоды решений (23) не будут совпадать с периодами собственных колебаний. Тем самым исключаются резонансные соотношения [4, 12]. Процедура построения таких решений подробно описана в работе [4].

5. Об устойчивости периодических решений и их сравнении

Для исследования устойчивости в смысле Ляпунова построенных нами методом малого параметра Пуанкаре периодических решений с периодом $\tilde{T}_k$ ($k = 1, 2, 3$) воспользуемся результатами работы [4], где эта процедура подробно описана. Заметим, что система уравнений в вариациях для этих решений есть система уравнений с периодическими коэффициентами, а исследование корней ее характеристического уравнения позволяет определить устойчивость исследуемых периодических решений в смысле Ляпунова. Для составления характеристического уравнения нужно задать начальные условия, согласно которым будем численно решать систему уравнений в вариациях. Зададим четыре группы начальных условий [4], которые в силу теории Флоке [13, 14] были использованы в работах [15–17] для исследования устойчивости треугольных точек либрации в ограниченной эллиптической задаче трех тел, в работе [18] — устойчивости лагранжевых точек либрации в ограниченной эллиптической фотогравитационной задаче трех тел, а в работе [19] — устойчивости прямолинейных и треугольных точек либрации в нелинейном приближении в пространственной ограниченной эллиптической фотогравитационной задаче трех тел.

Поскольку система уравнений (12) является гамильтоновой (существует силовая функция), то для устойчивости семейства периодических решений необходимо, чтобы вычисленные модули всех корней характеристического уравнения были равны единице [11, 12].

В работе [4] в качестве примера из каталога [20] взята эллиптическая галактика NGC 680 и в виде рисунков приведены области устойчивости периодических решений с периодами $\tilde{T}_1$, $\tilde{T}_2$ и $\tilde{T}_3$ в зависимости от значений ключевых параметров. Для краткости аналогичные результаты в настоящей работе приведены в виде трех рисунков.

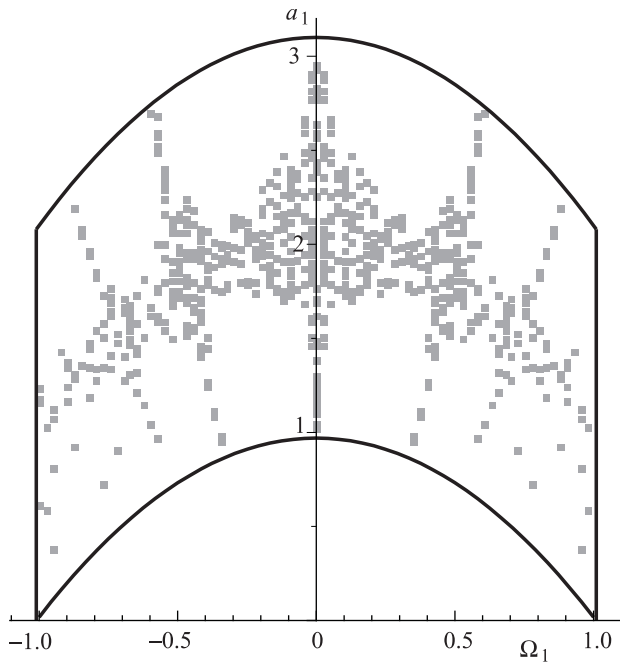


Рис. 1. Область устойчивости периодических решений с периодом $\tilde{T}_1$ для эллиптической галактики NGC 680 в зависимости от параметров Ω_1 и a_1

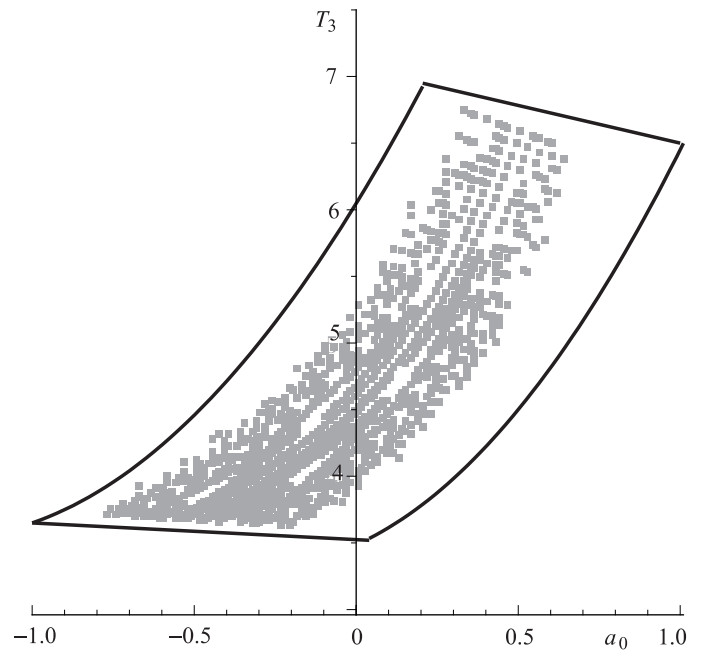


Рис. 3. Область устойчивости периодических решений с периодом $\tilde{T}_3$ для эллиптической галактики NGC 680 в зависимости от параметра a_0 и периода $\tilde{T}_3$

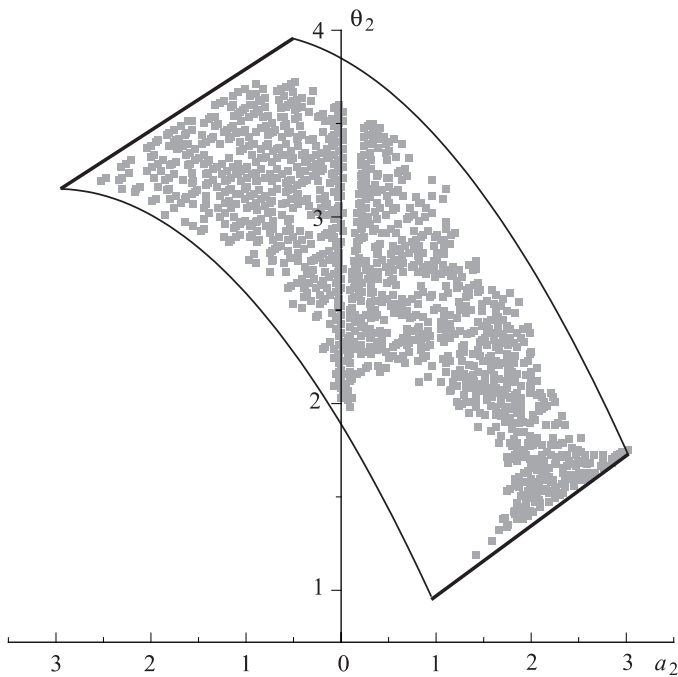


Рис. 2. Область устойчивости периодических решений с периодом $\tilde{T}_2$ для эллиптической галактики NGC 680 в зависимости от параметров a_2 и θ_2

На рис. 1 приведена область устойчивости периодических решений с периодами $\tilde{T}_1$ для эллиптической галактики NGC 680 в зависимости от параметров Ω_1 и a_1 . На рис. 2 — область устойчивости периодических решений с периодами $\tilde{T}_2$ для этой галактики в зависимости от параметров a_2 и θ_2 . Наконец, на рис. 3 — область устойчивости периодических решений с периодами $\tilde{T}_3$ для галактики NGC 680 в зависимости от параметра a_0 и периода $\tilde{T}_3$. На рис. 1, 2 и 3 области устойчивости

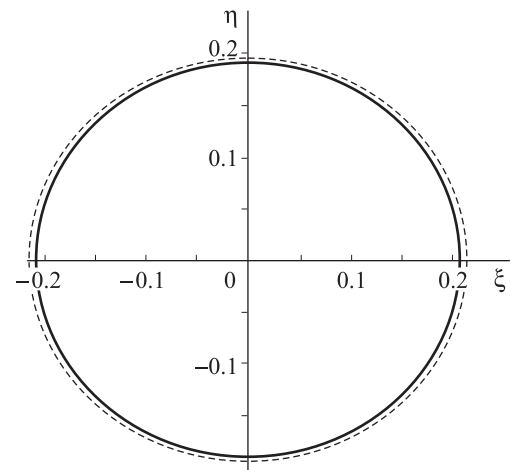


Рис. 4. Графики периодических решений, построенных методами Ляпунова (прерывистый эллипс) и Пуанкаре (сплошной эллипс) для эллиптической галактики NGC 680

не закрашены и приняты во внимание следующие значения параметров: $\varepsilon = 0.01$, $b_1 = 0.1$, $b_2 = 0.01$, $0 \leq b_0 \leq 1$, $|a_0| \leq 1$, $|\Omega_1| \leq 1$. При этом единицы измерения выбраны так, что гравитационная постоянная и большая полуось эллиптической галактики NGC 680 равны единице: $G = 1$, $a = 1$.

На рис. 4 приведены графики периодических решений с периодами T_1 и $\tilde{T}_1$ для эллиптической галактики NGC 680, построенных методами Ляпунова (прерывистый эллипс) и Пуанкаре (сплошной эллипс). При этом для первых периодических решений независимая переменная изменяется в интервале $[0, T_1]$, где T_1 определяется равенством (21) при $\theta = \theta_1$, а для вторых — в интервале $[0, \tilde{T}_1]$, где $\tilde{T}_1 = 2\pi/\theta_1$. Кроме того, для

постоянных ε , b_1 и b_2 взяты значения, указанные выше, а для остальных — следующие: $a_0 = 0.05$, $b_0 = 0.03$, $\Omega_1 = 0.05$, $c = 0.9613$.

Заключение

В рамках задачи о движении звезды внутри слоисто-неоднородной вращающейся эллиптической галактики с переменной массой построены периодические решения методами Ляпунова и малого параметра Пуанкаре для автономизированных уравнений. Найдены области устойчивости в смысле Ляпунова периодических решений, построенных методом Пуанкаре. При этом считается, что законы изменения плотностей в центре и в слоях галактики разные.

Автор выражает благодарность к.ф.-м.н., доценту Л.Г. Лукьянову за ценные советы и замечания.

Список литературы

1. Гасанов С.А. // Письма в Астрон. журн. 2007. **33**, № 12. С. 925.
2. Гасанов С.А. // Письма в Астрон. журн. 2008. **34**, № 3. С. 202.
3. Гасанов С.А. // Письма в Астрон. журн. 2003. **29**, № 10. С. 792.

4. Гасанов С.А. // Письма в Астрон. журн. 2006. **32**, № 3. С. 217.
5. Jeans J.H. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1924. **85**. P. 912.
6. Поляхова Е.Н. // Ученые записки ЛГУ. 1989. № 424. С. 104.
7. Poincare H. Lecons sur les hypotheses cosmogoniques. Paris, 1911.
8. Огородников К.Ф. Динамика звездных систем. М., 1958.
9. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 1967.
10. Ляпунов А.М. Собрание сочинений. М.; Л., 1956.
11. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Аналитические и качественные методы. М., 1964.
12. Малкин И.Г. Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний. М.; Л., 1949.
13. Floquet G. // S. R. Acad. Sci. 1880. **91**. P. 880.
14. Floquet G. // Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. 1883. **12**. P. 47.
15. Danby J.M.A. // Astron. Journ. 1964. **69**, № 2. P. 165.
16. Bennett A. // Icarus. 1965. **4**, № 2. P. 177.
17. Лукьянов Л.Г. // Бюллетень ИТА АН СССР. 1969. **11**, № 10.
18. Лукьянов Л.Г., Кочеткова А.Ю. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. № 5. С. 71.
19. Кочеткова А.Ю. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1999. № 5. С. 69.
20. De Vaucouleurs G., De Vaucouleurs A., Corwin H. et al. Third Reference Catalogue of Bright Galaxies. V. 2, 3. N. Y., 1991.

Periodic motions of star inside a layered inhomogeneous elliptical galaxy with variable mass

S. A. Gasanov

Sternberg State Institute of Astronomy, Moscow 119991, Russia.

E-mail: gasanov@sai.msu.ru.

Periodic solutions by Lyapunov method and small parameter Poincare for autonomization equations are constructed for the problem of star motion inside a layered inhomogeneous rotating elliptic galaxy with variable mass. The stability of periodic solutions is investigated in the Lyapunov sense in a suggestion that the laws of density variations in the center and in the layers of the galaxy are different.

PACS: 95.10.Ce, 98.10.+z, 98.52.Eh.

Keywords: celestial mechanics, stellar dynamics and kinematics, extragalactic objects and systems.

Received 19 August 2008.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 2(2009).

Сведения об авторах

1. Гасанов Сафар Али оглы — к.ф.-м.н., ст. научн. сотр.; тел.: 939-16-50, e-mail: gasanov@sai.msu.ru.