ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

Вычитание объектов поляризованным светом

Ю. Г. Павленко

Специализированный учебно-научный центр Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова — Школа им. А. И. Колмогорова (СУНЦ МГУ), кафедра физики. Россия, 121357, Москва, ул. Кременчугская, д. 11. E-mail: adm@aesc.msu.ru

В работе показано, что можно осуществить голографическое вычитание объектов заменой фазовой пластинки на зеркало.

PACS: 42.40.–i.

Ключевые слова: голография.

Статья поступила 21.05.2008, подписана в печать 23.12.2008.

Введение

В большинстве работ по голографии используется «скалярная» форма электромагнитного поля, несмотря на то что напряженность электрического поля является вектором. Учитывая поляризацию волны, можно рассмотреть новые следствия теории. Одно из них связано с изменением поляризации при отражении от границы раздела двух сред. При падении волны на металлическую пластинку происходит изменение поляризации. Если плоская волна с вектором поляризации $\boldsymbol{a}_i$ распространяется в направлении единичного вектора $\boldsymbol{n}_i$, то после отражения $\boldsymbol{a}_f = -\boldsymbol{a}_i + 2\boldsymbol{p}_i(\boldsymbol{p}\boldsymbol{a}_i)$, $\boldsymbol{n}_f = \boldsymbol{n}_i - 2\boldsymbol{p}(\boldsymbol{p}\boldsymbol{n}_i)$, где $\boldsymbol{p}$ — единичный вектор, перпендикулярный плоскости пластинки. В случае волны с вектором поляризации, перпендикулярным плоскости падения $\boldsymbol{p}\boldsymbol{a}_i = 0$, имеем $\boldsymbol{a}_f = -\boldsymbol{a}_i$. Этот эффект можно использовать для реализации вычитания предметов при голографической записи нескольких объектов.

1. Решение уравнений Максвелла в параксиальном приближении

Из уравнений Максвелла в случае монохроматического поля $\boldsymbol{E}(t,\boldsymbol{x}) = \operatorname{Re}\boldsymbol{E}_\omega(\boldsymbol{x})\exp(-i\omega t)$ следует уравнение для комплексной амплитуды

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\boldsymbol{E}_\omega - k^2\boldsymbol{E}_\omega = 0, \qquad (1)$$

где $k=\omega/c$. Будем искать решение уравнения (1) в виде квазиплоской волны в окрестности оси z. В параксиальном приближении удобно радиус-вектор точки обозначить символом $\boldsymbol{x} = (x_n, z)$, $n = 1, 2$.

Вводя функцию Грина, можно записать интегральное уравнение, связывающее напряженность поля в некоторой точке со значениями напряженности на замкнутой поверхности [1, 2]. Представим решение уравнения (1) в виде $\boldsymbol{E}_\omega(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{e}(x_n, z)\exp(ikz)$. Пусть известна напряженность поля $\boldsymbol{e}(x_n, z') = \boldsymbol{u}(x_n, z')\exp(-ikz')$ в плоскости $z = z'$. Используя приближение Кирхгофа, найдем решение уравнения (1) в виде

$$\theta(z-z')e_m(\boldsymbol{x}) = \int d^2x' G_{ms}[x_n - x_n', z-z'] u_s(x_n', z')\exp(-ikz'). \qquad (2)$$

Здесь $\theta(z-z')$ — функция Хевисайда, $G_{ms} = gP_{ms}(\boldsymbol{n}')$, где g — функция Грина параболического уравнения Леонтовича

$$2ik\partial_z g + \partial_{nn} g = 2ik\delta^{(3)}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'),$$

$$g[x_n - x_n', z-z'] = \left[2\pi i\frac{(z-z')}{k}\right]^{-1} \exp\left[ik\frac{(x_n - x_n')^2}{2(z-z')}\right],$$

тензор поляризации $P_{ms}(\boldsymbol{n}') = \delta_{ms}(\boldsymbol{n}'\boldsymbol{N}) - N_m n_s'$, где $\boldsymbol{n}' = (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')/(z-z')$, $\boldsymbol{N} = (\boldsymbol{n}' + \boldsymbol{p})/2$, $\boldsymbol{p} = (0,0,1)$.

Отметим, что выполняются соотношение $n_m' P_{ms}(\boldsymbol{x}') = 0$ и условие инвариантности преобразования Френеля

$$\int d^2x'\, g[x_n - x_n', z-z'] g[x_n' - x_{0n}, z'-z_0] = g[x_n - x_{0n}, z-z_0]. \qquad (3)$$

В пределе $z \to z'$ соотношение (2) обращается в тождество, поскольку $\boldsymbol{u}\boldsymbol{p} = 0$:

$$g[x_n - x_n', z-z'] \to \delta^{(2)}(x_n - x_n'), \quad \boldsymbol{n}' \to \boldsymbol{p}. \qquad (4)$$

2. «Вычитание» предметов

Формирование голограммы. Расположим прозрачный фотослой в плоскости $z=0$. Амплитуда опорной линейно поляризованной волны $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{a}\exp(-ikz)$, $\boldsymbol{a} = (0, a, 0)$, $a = a^*$. Интенсивность волны $J_0 = c\varepsilon_0 a^2/2$. Напряженность электрического поля волны, рассеянной объектами B, расположенными в плоскости $z = -d_1$, определяется преобразованием Френеля (2):

$$b_m(\boldsymbol{x}) = \int d^2x_{0n}\, G_{ms}[x_n - x_{0n}, z+d_1] a_s f_b(x_{0n})\exp(ikd_1),$$
$$z \geqslant -d_1, \qquad (5)$$

где $f_b(x_n)$ — функция, характеризующая отклик объектов B.

В плоскости голограммы $z = 0$ амплитуда напряженности поля $\boldsymbol{e}^{(1)} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}(x_1, x_2, 0)$. Среднее значение интенсивности

$$J^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{c\varepsilon_0}{2}[a^2 + \boldsymbol{b}\boldsymbol{b}^* + (\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^* + \boldsymbol{a}^*\boldsymbol{b})].$$

Поскольку интенсивность рассеянного света значительно меньше интенсивности опорной волны, то далее будем опускать слагаемые пропорциональные квадрату амплитуд рассеянной волны, и последнее выражение запишется как

$$J^{(1)}(x_1, x_2) \approx \frac{c\varepsilon_0}{2}[a^2 + (\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^* + \boldsymbol{a}^*\boldsymbol{b})].$$

Расположим теперь объекты C в плоскости $z = -d_2$. При второй экспозиции опорный пучок разделим на два пучка — первый освещает объекты B и C, второй падает на фотопленку после отражения от зеркала. Пусть вектор поляризации $\boldsymbol{a}$ направлен перпендикулярно плоскости падения на зеркало. Тогда после отражения от зеркала вектор напряженности электрического поля в плоскости голограммы

$$\boldsymbol{e}^{(2)} = -\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}(x_1, x_2, 0) + \boldsymbol{c}(x_1, x_2, 0),$$

$$c_m(x_1, x_2, 0) = \int d^2x_{0n}\, G_{ms}[x_n - x_{0n}, d_2] a_s f_c(x_{0n}) \exp(ikd_2).$$

Интенсивность волны, падающей на голограмму:

$$J^{(2)}(x_1, x_2) = \frac{c\varepsilon_0}{2}[a^2 - (\boldsymbol{ab}^* + \boldsymbol{a}^*\boldsymbol{b} + \boldsymbol{ca}^* + \boldsymbol{ac}^*)].$$

Суммарная интенсивность после двух экспозиций равна

$$J^{(12)}(x_1, x_2) = J^{(1)} + J^{(2)} = \frac{c\varepsilon_0}{2}[2\boldsymbol{a}^2 - (\boldsymbol{ca}^* + \boldsymbol{ac}^*)].$$

Отсюда следует, что произошло вычитание информации об объектах B.

Амплитудное пропускание голограммы в пределах линейного участка характеристической кривой фотоэмульсии можно представить в виде $T = v_0 - v_1(J^{(12)} - J_0)$, где v_0, v_1 — постоянные коэффициенты [3, 4]. Опуская квадраты амплитуд рассеянного света, получим

$$T(x_1, x_2) \approx v_0 - \frac{c\varepsilon_0 v_1}{2}[\boldsymbol{a}^2 - (\boldsymbol{ca}^* + \boldsymbol{ac}^*)]. \quad (6)$$

Восстановление изображения. Направим на голограмму плоскую волну $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{a}\exp(ikz)$. Положим в (2) $z' = 0$ и подставим амплитудный коэффициент пропускания $u_s = T(x_n)a_s$. В результате получим амплитуду поля за голограммой в области $z \geqslant 0$

$$e_m(\boldsymbol{x}) = \int d^2x'\, G_{ms}[x_n - x'_n, z] T(x'_n) a_s. \quad (7)$$

Учитывая (6), получим из (7) сумму трех слагаемых

$$e_m(\boldsymbol{x}) = e_m^{(0)}(\boldsymbol{x}) + e_m^{(im)}(\boldsymbol{x}) + e_m^{(r)}(\boldsymbol{x}). \quad (8)$$

Первый член представляет собой волну постоянной амплитуды

$$e_m^{(0)}(\boldsymbol{x}) = \left[v_0 - \frac{c\varepsilon_0 v_1 a^2}{2}\right] \int d^2x'\, G_{ms}[x_n - x'_n, z] a_s = \left[v_0 - \frac{c\varepsilon_0 v_1 a^2}{2}\right] a_m, \quad (9)$$

или $\boldsymbol{E}^{(0)} = (v_0 - v_1 J_0)\boldsymbol{a}\exp(ikz)$.

Второй член в (8)

$$e_m^{(im)}(\boldsymbol{x}) = \frac{c\varepsilon_0 v_1}{2} \int d^2x'\, G_{ms}[x_n - x'_n, z] a_s \times \int d^2x_{0n}\, G_{ki}[x'_n - x_{0n}, d_2] a_k a *_i f_c(x_{0n}) \exp(ikd_2). \quad (10)$$

Учитывая (3), получим

$$e_m^{(im)}(\boldsymbol{x}) = \frac{c\varepsilon_0 v_1}{2} \int d^2x_{0n}\, G_{ms}[x_n - x_{0n}, z + d_2] a_s \times \Lambda f_c(x_{0n}) \exp(ikd_2), \quad (11)$$

где $\Lambda = P_{ki}(\boldsymbol{n}_{20}) a_k a *_i$, $\boldsymbol{n}_{20} = [(x_n - x_{0n})/(z + d_2), 1]$. Поскольку $\Lambda \approx aa^*$, то амплитуда $\boldsymbol{e}^{(im)}$ соответствует волне, формирующей действительное изображение в области $z > -d_2$ от «мнимых» объектов C, расположенных в плоскости $z = -d_2$: $\boldsymbol{E}^{(im)}(\boldsymbol{x}) = v_1 J_0 \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) \exp(ikz)$.

Третий член в (8)

$$e_m^{(r)}(\boldsymbol{x}) = \frac{c\varepsilon_0 v_1}{2} \int d^2x'\, G_{ms}[x_n - x'_n, z] a_s \times \int d^2x_{0n}\, G^*_{ki}[x'_n - x_{0n}, d_2] a_k a_i f^*_c(x_{0n}) \exp(-ikd_2) = v_1 J_0 \int d^2x_{0n}\, G_{ms}[x_n - x_{0n}, z - d_2] a_s f^*_c(x_{0n}) \exp(-ikd_2).$$

Амплитуда $\boldsymbol{e}^{(r)}$ соответствует волне, расходящейся в области $z > d_2$ от «реальных» объектов C, расположенных в плоскости $z = d_2$.

Заключение

Предложенная схема осуществляет голографическое вычитание объектов в результате изменения поляризации опорного пучка света при отражении от зеркала. В отличие от известной схемы здесь отпадает необходимость в использовании фазовой пластинки [3].

Список литературы

1. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М., 1979.
2. *Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П.* Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. М., 1989.
3. *Сороко Л.М.* Основы голографии и когерентной оптики. М., 1971.
4. *Милер М.* Голография. Л., 1979.

Subtract of the object by polarized light

Yu. G. Pavlenko

Special School-Scientific Center of Moscow State University (Kolmogorov School), Kremenchugskaya str. 11, Moscow 121357, Russia.
E-mail: adm@aesc.msu.ru

The work demonstrates that it is possible to realize the holographic image subtraction by substituting the phase plate to mirror.

PACS: 42.40.–i.
Keywords: holography.
Received 21 May 2008.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 2(2009).

Сведения об авторе
Павленко Юрий Григорьевич — д. ф.-м. н., профессор; тел.: 438-74-16, E-mail: adm@aesc.msu.ru.