

Акустооптическое взаимодействие в фотонных кристаллах: частотная зависимость угла Брэгга

З. А. Пятакова^a, Г. В. Белокопытов

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики колебаний. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. E-mail: ^azoya.pyatakova@gmail.com

Статья поступила 13.10.2008, подписана в печать 26.12.2008.

Разработана методика расчета зависимостей угла Брэгга от частоты в двумерных фотонных кристаллах для случая изотропной и анизотропной дифракции Брэгга. Показано, что частотные зависимости угла Брэгга имеют ряд интересных особенностей, связанных с возникновением частичных запрещенных зон для оптических и акустических волн.

Ключевые слова: фотонные кристаллы, акустооптическое взаимодействие.

УДК: 535.326, 534.18. PACS: 43.35.Cg, 42.70.Qs.

Введение

Фотонными кристаллами принято называть материалы, свойства которых модулированы с периодом порядка длины волн оптического излучения [1, 2]. Как правило, в таких неоднородных средах имеет место модуляция не только оптических, но и других физических параметров, в частности упругих, так что для акустических волн длиной порядка микрометра фотонные кристаллы являются одновременно и фононными кристаллами [3].

Большой интерес для решения прикладных задач представляет реализация акустооптического взаимодействия в фотонных кристаллах. Периодичность материальных параметров должна приводить к существенной модификации условий волнового синхронизма в таких средах. Одновременно открываются возможности направленного изменения фотоупругих констант композитных сред. Эта возможность весьма полезна ввиду широкого применения акустооптических устройств в системах обработки оптических сигналов [4].

Акустооптическое взаимодействие также имеет место при дифракции света на акустических волнах, возбуждаемых вследствие тепловых флуктуаций (рассеяние Мандельштама-Бриллюэна), в том числе при уровне световой мощности, вызывающей параметрическую регенерацию фотонов (вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна, ВРМБ). Исследования ВРМБ являются источником информации о нелинейных оптических свойствах сред, и распространение этой методики на изучение свойств фотонных кристаллов может оказаться весьма продуктивным. Экспериментально обнаружено усиление эффекта ВРМБ в фотонных кристаллах [5] и фотонно-кристаллических волокнах [6].

Настоящая работа посвящена рассмотрению особенностей дифракции Брэгга в двумерных фотонных кристаллах. Критическим условием для реализации эффективного акустооптического взаимодействия является определение угла Брэгга, при котором имеет место волновой синхронизм на заданной частоте звука. Исследование условий синхронизма позволит найти в фотонных кристаллах новые варианты акустооптического взаимодействия. Выделяют два типа дифракции Брэгга — изотропную и анизотропную [7]. Изотропной дифракцией в анизотропном материале называют дифракцию без изменения поляризации света. Анизотропной дифракцией соответственно называется дифракция с изменением поляризации. Задачей настоящей работы является разра-

ботка методики и проведение расчетов зависимости угла Брэгга от частоты в двумерном фотонном кристалле.

Модель и метод расчета

Фотонный кристалл в наших расчетах представляет собой совокупность круглых цилиндрических волокон, расположенных параллельно. Волокна образуют квадратную решетку со стороной a и помещены в матрицу из изотропного диэлектрика.

Рассмотрим собственные волны, которые распространяются в периодически неоднородной среде. В линейном приближении волновые поля можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{i,d} \\ \mathbf{H}_{i,d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{i,d}^0(\mathbf{r}) \\ \mathbf{H}_{i,d}^0(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \exp(i(\mathbf{k}_{i,d}\mathbf{r} - \omega_{i,d}t)), \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0(\mathbf{r}) \exp(i(\mathbf{K}\mathbf{r} - \Omega t)).$$

Здесь комплексные амплитуды электрического и магнитного полей $\mathbf{E}_{0i,d}(\mathbf{r}), \mathbf{H}_{0i,d}(\mathbf{r})$, а также упругого смещения $\mathbf{U}_0(\mathbf{r})$ являются периодическими функциями пространственных координат; \mathbf{K} — волновой вектор акустической волны, $\mathbf{k}_{i,d}$ — волновые векторы оптических волн, падающей и дифрагированной. Собственными оптическими волнами в фотонном кристалле являются ТЕ и ТМ волны. Собственные акустические волны — две сдвиговых и одна продольная. Направления колебаний частиц в сдвиговых волнах перпендикулярны друг к другу.

Благодаря фотоупругому эффекту в фотонном кристалле происходит нелинейное взаимодействие световой волны с частотой ω_i и акустической волны с частотой Ω , в результате которого образуется дифрагированная волна с частотой ω_d . При этом выполняются законы сохранения энергии и импульса, так что в однородной среде имеем

$$\omega_i + \Omega = \omega_d, \quad \mathbf{k}_i + \mathbf{K} = \mathbf{k}_d. \quad (2)$$

В неоднородной среде, фотонном кристалле, законы сохранения энергии и импульса выполняются для всех Фурье-компонент нормальных волн (1), что приводит к модификации соотношений (2):

$$\omega_i + \Omega = \omega_d, \quad \mathbf{k}_i + \mathbf{K} = \mathbf{k}_d + \mathbf{G}, \quad (3)$$

где \mathbf{G} — вектор обратной решетки. При $\mathbf{G} \neq 0$ во взаимодействие вовлекаются собственные волны, относящиеся к различным зонам Бриллюэна. Поскольку частота звука на несколько порядков меньше частоты света, в первом приближении можно пренебречь изменением частоты света при дифракции и положить $\omega_i = \omega_d$.

На рис. 1 представлено графическое построение, позволяющее найти частоту звука, на которой происходит фазовый синхронизм для каждого угла падения. Пусть на фотонный кристалл падает под углом Брэгга световая волна. При падении остаются неизменными частота света и составляющая волнового вектора вдоль границы раздела. Для определения направлений распространения падающей и дифрагированной волн, соответствующих уравнениям (3), необходимо знать форму кривых постоянной частоты, а для этого следует рассчитать дисперсионные зависимости для света и звука в фотонном кристалле. Расчеты дисперсионных соотношений удобно вести, используя нормированные параметры

$$\omega^* = \frac{\omega a}{2\pi c}, \quad \Omega^* = \frac{\Omega a}{2\pi v}. \quad (4)$$

где ω^*, Ω^* — частота света и звука соответственно, v — скорость звука в одном из веществ, составляющих фотонный кристалл. В настоящей работе дисперсионные зависимости для света рассчитывались с помощью метода плоских волн [8].

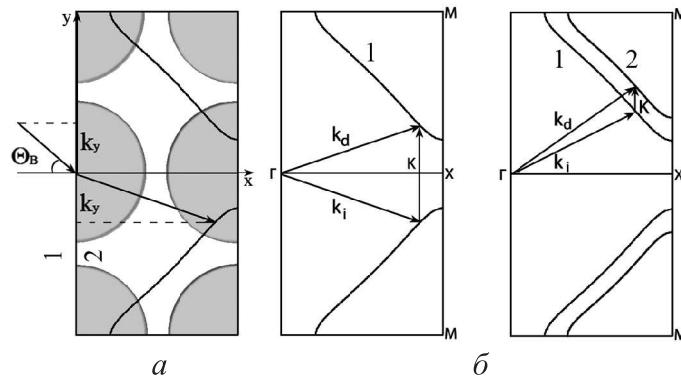


Рис. 1. (а) Границные условия для падающего света на границе фотонного кристалла — сохранение тангенциальной компоненты волнового вектора: 1 — вакуум, 2 — фотонный кристалл. (б) Примеры векторных диаграмм для фотонного кристалла: 1, 2 — изочастотные кривые соответственно для ТЕ- и ТМ-поляризации

Численные расчеты зависимостей угла Брэгга от частоты производились следующим образом. Вначале рассчитывались дисперсионные зависимости $\omega^*(k_x, k_y)$ для двух поляризаций света. Далее для фиксированной нормированной частоты света и для набора фиксированных значений k_x перебирались значения k_y до тех пор, пока $\omega(k_x, k_y)$ для одной из поляризаций не совпадет с выбранной нормированной частотой. Определив значение компоненты k_y волнового вектора падающей волны, находим $\sin \Theta_B = \frac{k_y}{k} = \frac{k_y c}{\omega}$. Найденному углу дифракции соответствует волновой вектор звука K . Для его определения необходимо дополнительно задать направление волнового вектора звука. Наконец, зная величину $K(\Theta_B)$, окончательно находим частоту собственной акустической волны. Последняя процедура производилась методом плоских волн, подробно описанным в работе [9]. Собственные частоты звука в фононном кристалле рассчитываются аналогично собственным частотам света в фотонном кристалле.

Следует отметить, что при акустооптическом взаимодействии изменяются не только диагональные компоненты тензоров диэлектрической проницаемости веществ,

составляющих фотонный кристалл, но в том числе появляются недиагональные компоненты. Это говорит о наличии взаимодействия ТЕ и ТМ мод, а значит, об изменении зонной структуры фотонного кристалла. Изменение тензоров диэлектрической проницаемости достаточно мало, что позволяет нам в первом приближении пренебречь влиянием акустической волны на зонную структуру.

Результаты и обсуждение

С использованием изложенной выше методики были рассчитаны зависимости угла Брэгга от нормированной частоты звука для различных нормированных частот света. Расчеты производились для фотонного кристалла, представляющего собой систему цилиндрических волокон плавленого кварца в матрице кремния. Волокна образуют квадратную решетку, коэффициент заполнения (объемная доля волокон) составляет $f = 0.5$. Указанная пара материалов выбрана с учетом того, что кремний является наиболее распространенным и удобным материалом для устройств микроэлектроники, а плавленый кварц — для устройств волоконной оптики. Данная пара материалов обладает высоким контрастом показателей преломления, и эффекты, обусловленные периодичностью среды, проявляются в таком фотонном кристалле наиболее отчетливо. В расчетах использовались значения показателей преломления материалов для длины волны 1.5 мкм: кремний $n = 3.75$, кварц $n = 1.51$. На этой длине волны спектр поглощения оптических волокон имеет минимум, поэтому она наиболее приемлема для работы устройств передачи и обработки информации. Упругие константы: для кремния $c_{11} = 16.54$; $c_{12} = 6.39$; $c_{44} = 7.95$, 10^{10} Па и плавленого кварца: $c_{11} = 7.81$; $c_{12} = 3.11$; $c_{44} = 2.35$, 10^{10} Па [7]. Дисперсия упругих констант не учитывалась. В качестве нормировки для частоты акустических волн (4) использовалась скорость продольных волн в кварце, $v = 5960$ м/с. Расчет акустических частот производился для поперечных акустических волн, в которых колебания вектора смещения лежат в плоскости, перпендикулярной осям цилиндров.

Дисперсионные зависимости для света и звука в рассматриваемом фотонном кристалле представлены на рис. 2. В расчетах условий волнового синхронизма предполагалось, что волновые векторы падающей и дифрагированной волн лежат в плоскости, перпендикулярной осям цилиндров, а волновой вектор звука направлен вдоль оси y :

$$\mathbf{k}_i = \{k_i \cos \Theta_B, k_i \sin \Theta_B, 0\}, \quad \mathbf{K} = \{0, K, 0\}, \quad \mathbf{G} = 0.$$

Зависимости угла Брэгга от частоты для изотропной (ТЕ-поляризация) и анизотропной дифракции света (преобразование волн ТЕ-ТМ) представлены на рис. 3. Зависимости для ТМ-поляризации в случае изотропной дифракции аналогичны зависимостям для ТЕ (рис. 3, a), а переходы ТМ-ТЕ в случае анизотропной дифракции происходят при направлении распространения звука, противоположном выбранному, или при отрицательных углах падения света. Диапазоны нормированных частот звука, в которых происходит изотропная и анизотропная дифракция, не перекрываются, что позволяет рассматривать эти виды дифракции отдельно.

Из графиков видно, что в случае изотропной дифракции (рис. 3, a) для малых нормированных частот света и звука зависимости угла Брэгга от частоты аналогичны соответствующим зависимостям для изотропной среды.

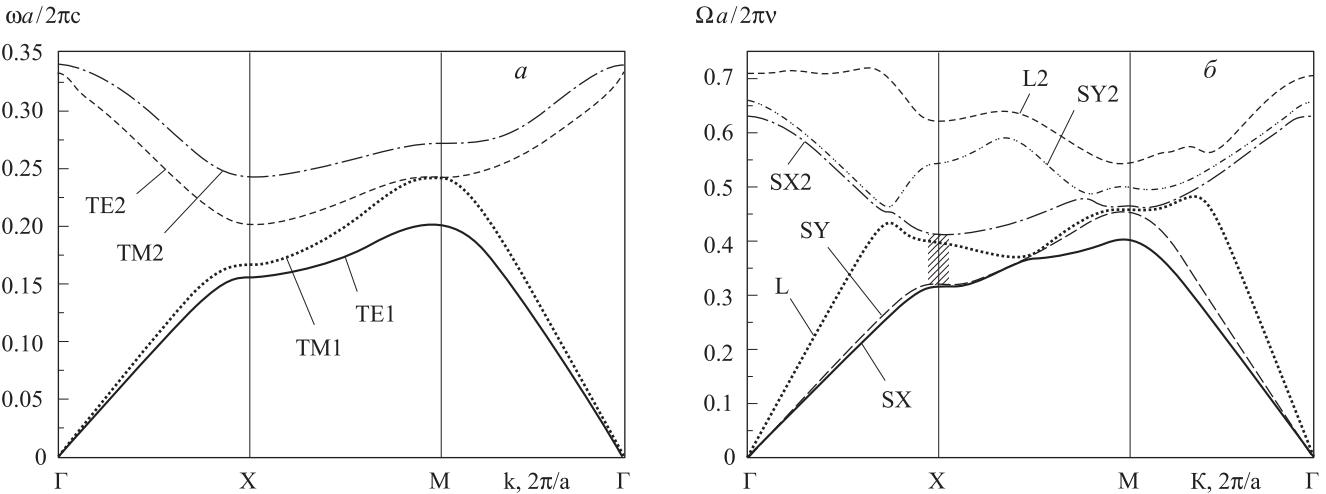


Рис. 2. Дисперсионные кривые для света (а) и звука (б) в фотонном кристалле ($\text{Si}-\text{SiO}_2$, квадратная решетка, $f = 0.5$). Поляризация света: ТЕ и ТМ (ТЕ1, ТМ1 — первая зона Бриллюэна, ТЕ2, ТМ2 — вторая). Поляризация звука — сдвиговая (SX, SY) и продольная (L). SX2, SY2, L2 соответствуют второй зоне Бриллюэна

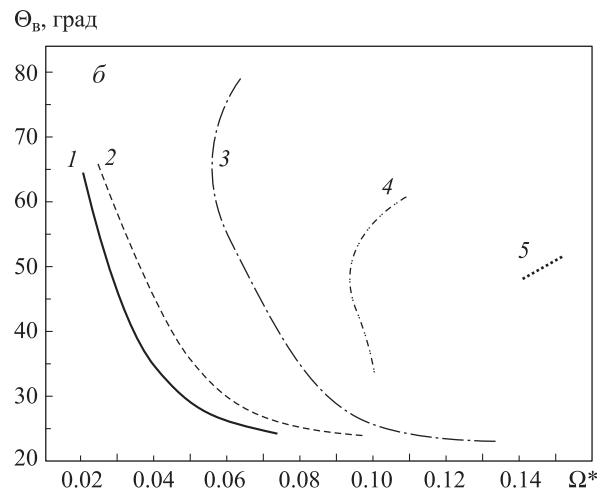
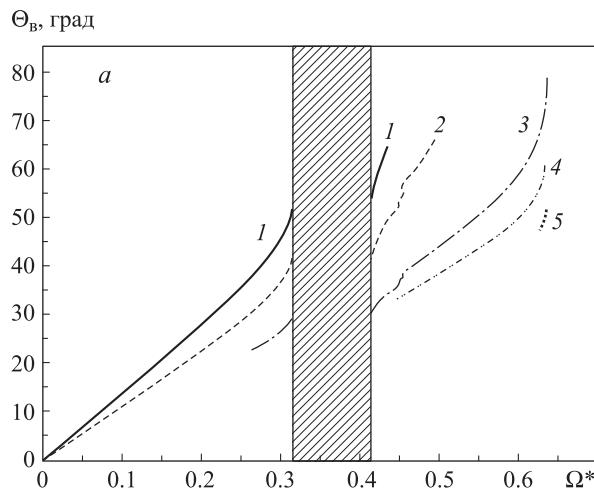


Рис. 3. Зависимости угла Брэгга от частоты ультразвука для различных нормированных частот света: а — изотропная дифракция, ТЕ-поляризация света. Для ТМ-поляризации зависимости ведут себя аналогичным образом. Заштрихована частичная запрещенная зона для поперечных акустических волн; б — анизотропная дифракция, переход из ТЕ- в ТМ-поляризацию света. Нормированные частоты света: 1 — 0.10; 2 — 0.12; 3 — 0.16; 4 — 0.18; 5 — 0.20

Это естественный результат, так как при малых нормированных частотах, соответствующих большим длинам волн, мелкомасштабные неоднородности параметров среды усредняются. Поверхности постоянной частоты на данных длинах волн близки к окружностям.

В определенном диапазоне частот акустических волн имеет место частичная запрещенная зона (т.е. наличие таких направлений, в которых звук не может распространяться) для выбранной поляризации волны в направлении оси y , на графике (рис. 3, а) она обозначена заштрихованным прямоугольником. При переходе к меньшим длинам волн (большим нормированным частотам света) имеет место ограничение значений угла Брэгга. Это связано с появлением частичной запрещенной зоны для света. С увеличением нормированной частоты света диапазон углов Брэгга, в котором проявляется дифракция, сужается. Наконец, для определенной нормированной частоты (в нашем случае она равна 0.21 для ТЕ-поляризации и 0.24 для ТМ) появляется полная запрещенная зона для фотонов, т.е. свет в кристалле не может распространяться ни в одном направлении.

В случае анизотропной дифракции при появлении частичной запрещенной зоны возникает неоднозначность в зависимости угла Брэгга от частоты (рис. 3, б). При увеличении длины волны света зависимости $\Theta_B(\Omega)$ смещаются в сторону более высоких нормированных частот звука.

Сложная форма зависимостей угла Брэгга от частоты может представлять интерес для практических приложений [4]. Так, ограничение угла Брэгга за счет частичной запрещенной зоны (рис. 3, б, кривая 5) можно использовать для создания высокоселективных пространственных фильтров. Наличие областей неоднозначности (рис. 3, б, кривые 3 и 4) позволяет реализовать в некотором диапазоне частот широкогугольную дифракцию Брэгга. Те участки зависимостей, которые почти параллельны оси частот, могут быть использованы для создания модуляторов света.

Для оценки возможности практических приложений надо перейти от нормированных параметров к реальным. Выберем рабочую длину волны света $\lambda = 1.5 \text{ мкм}$. Мож-

но подобрать период решетки так, чтобы нужная ветвь зависимостей приходилась на эту длину. К примеру, с использованием той ветви графика 3, б, которая соответствует нормированной частоте $\omega^* = 0.18$. Тогда период фотонного кристалла должен быть $a = \omega^* \cdot \lambda = 0.27$ мкм. Соответственно радиус кварцевого волокна должен быть $r = 0.11$ мкм.

Для выбранной ветви на графике 3, б оценим минимальную частоту звука, при которой происходит дифракция. Соответствующая нормированная частота $\Omega^* = 0.095$, тогда $\Omega = \Omega^* \cdot 2\pi v/a = 13.2 \cdot 10^9$ Гц. Это очень высокая частота звука, такие частоты сильно затухают в веществе, более того, возникают проблемы с генерацией таких высоких частот. Это связано с тем, что контраст показателей преломления компонент фотонного кристалла и обусловленная им анизотропия очень велики. Для того чтобы частоты звука были приближены к возможностям применения, необходимо выбрать пару материалов с меньшим контрастом показателей преломления либо изменить коэффициент заполнения. Обсуждение этих возможностей целесообразно провести в дальнейшем совместно с оценками величин эффективных фотоупругих констант материалов.

Заключение

В работе проведен расчет частотных зависимостей углов Брэгга для фотонного кристалла, созданного на основе кремния и кварца. Продемонстрированы эффекты, связанные с возникновением частичных запрещенных зон для света и звука в фотонном кристалле. Запрещенные

зоны для звука ограничивают диапазон звуковых частот, запрещенные зоны для света ограничивают диапазон углов падения, при которых наблюдается синхронизм. Показано, что при некоторых комбинациях параметров возможна широкогольная дифракция для потенциального применения в обработке изображений, а при других комбинациях параметров — частотная избирательность для создания узкополосных фильтров.

Авторы выражают благодарность А. С. Логгинову и В. И. Балакшию за обсуждение работы и полезные замечания.

Список литературы

1. Joannopoulos J., Meade R., Winn J. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton, 1995.
2. Sakoda K. Optical properties of photonic crystals. Amsterdam, 2003.
3. Suzuki T., Yu P. // J. Mech. Phys. Solids. 1997. **46**. P. 115.
4. Парыгин В.Н., Балакший В.И. Оптическая обработка информации. М., 1987.
5. Горелик В.С., Кудрявцева А.Д., Чернега Н.В. // Препринт ФИАН № 31, 2005.
6. Elser D., Wittmann Ch., Andersen U.L. et al. // J. Phys. Conference Series. 2007. **92**. P. 012108.
7. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М., 1985.
8. Plihal M., Shambrook A., Maradudin A.A. // Optics Communications. 1991. **80**, N 3.
9. Wu T., Huang Z., Lin S. // Phys. Rev. B. 2004. **69**. P. 094301.

Acousto-optic interaction in photonic crystals: Frequency dependencies of Bragg angle

Z. A. Pyatakova^a, G. V. Belokopytov

Department of Oscillation Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^azoya.pyatakova@gmail.com.

The calculation method for the frequency dependencies of Bragg angle in photonic crystals is developed for the cases of isotropic and anisotropic Bragg diffraction. It is shown that the frequency dependencies of Bragg angle in photonic crystals have a series of promising details due to the formation of partial band gaps for optical and acoustical waves.

Keywords: photonic crystals, acoustooptic interaction.

PACS: 43.35.Cg, 42.70.Qs.

Received 13 October 2008

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2009).

Сведения об авторах

1. Пятакова Зоя Александровна — аспирантка; тел.: 939-41-38, e-mail: zoya.pyatakova@gmail.com.
2. Белокопытов Геннадий Васильевич — к. ф.-м. н., доцент, доцент; тел.: 939-41-38, e-mail: gvb@phys.msu.ru.