

Оптические свойства апериодических тонкослойных структур: эффективный показатель преломления

А. В. Козарь

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: avk@phys.tsu.ru

Статья поступила 20.09.2008, подписана в печать 26.12.2008.

Найдены простые аналитические выражения для эффективного показателя преломления апериодической тонкослойной структуры, адекватно описывающей ее оптические свойства в широком интервале длин волн. Проведен анализ полученных выражений и сформулированы общие для такого класса структур оптические свойства. Правомерность полученных результатов проиллюстрирована на примере численного эксперимента.

Ключевые слова: многослойные структуры, интерференция.

УДК: 535.4. PACS: 42.25.-р.

Введение

В последние годы появился целый ряд публикаций, в которых был представлен не только алгоритм синтеза структур с толщинами слоев существенно меньше четвертьволновых [1, 2], но и проанализированы и обобщены их основные структурные и волновые свойства [3–12].

Анализ и обобщение результатов исследования характеристик таких структур показали, что они обладают целым рядом уникальных, присущих только им структурных и волновых свойств, что позволило выделить такие структуры в отдельный класс — тонкослойные интерференционные структуры (ТИС). Детально эти свойства изучены для ТИС с двух- и трехслойным периодом [3–7, 9–12], в случае же многослойного периода или апериодической многослойной ТИС были получены общие асимптотические соотношения, подтверждающие наличие этого свойства и для таких структур [8], однако эти результаты требуют более детального рассмотрения и анализа.

1. Постановка задачи

Анализ фундаментальных свойств ТИС с двух-, трех- и многослойным периодами показал, что они сохраняются для такого класса структур и в случае наличия малых потерь в слоях структуры [9], наклонного падения волны [10], при малых вариациях оптических и геометрических параметров слоев ТИС [11] и при отличии фронта падающей волны от плоского [12]. Учитывая это обстоятельство, с целью сокращения математических выкладок и не обужая общности, рассмотрим в настоящей работе взаимодействие плоской монохроматической волны с некоторой многослойной структурой в предположении, что в обрамляющих ее средах и слоях структуры поглощение отсутствует, падение волны нормально к плоскости ее слоев, частотная дисперсия показателей преломления слоев структуры на рассматриваемом интервале длин волн пренебрежимо мала.

Исследование взаимодействия волны с тонкослойной структурой будем проводить для длин волн $\lambda > 4n_j d_j$, где n_j , d_j — показатель преломления и геометрическая толщина j -го слоя структуры соответственно. Это условие определяет область тонкослойных решений для структур класса ТИС, т. е. когда каждый слой структуры по оптической толщине меньше (или существенно меньше) четвертьволновой, а полная оптическая толщина всей

структуре близка к четвертьволновой, т. е. для длин волн, лежащих в области последнего (длинноволнового) интерференционного максимума отражения волны от структуры [5].

Целью настоящей работы является нахождение и анализ аналитических выражений для эффективного показателя преломления рассматриваемой структуры как функции от значений показателей преломления, толщин и числа слоев структуры, который адекватно описывает волновые свойства многослойной апериодической структуры (коэффициенты отражения и пропускания падающей на структуру волны) на заданном интервале длин волн. Отметим, что в такой постановке исследования интенсивно ведутся уже давно, однако либо в них делаются специальные предположения относительно функционального характера неоднородности (линейный, экспоненциальный, гиперболический и т. д.) [13, 14], либо учитываются значения показателя преломления неоднородного слоя лишь на его границах [15, 16], либо рассматриваются гладкие функции $n(z)$ для относительно толстых (несколько длин волн) слоев [17].

2. Эффективный показатель преломления

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну, падающую из полубесконечной среды с показателем преломления n_L на многослойную структуру, состоящую из N плоскопараллельных слоев с показателями преломления n_j и геометрическими толщинами d_j ($j \in [1, N]$) и расположенную за ней полубесконечную среду (подложку) с показателем преломления n_S .

Для решения задачи относительно эффективного показателя преломления n_{eff} воспользуемся методикой, изложенной в [3], а именно будем искать решение при условии, что система (структура и граничные среды) находится в согласованном режиме, т. е. коэффициент отражения волны от структуры и расположенной за ней средой с показателем преломления n_S равен нулю (в этом случае $n_S = n_{\text{eff}}$, а фаза коэффициента отражения от структуры, ограниченной полубесконечными средами с показателем преломления n_L , $\varphi_r = \pi$). Тогда эффективное значение показателя преломления N -слойной структуры может быть найдено из системы двух независимых уравнений вида [3]:

$$\begin{cases} {}^N M_{11} {}^N M_{21} - {}^N M_{22} {}^N M_{12} n_{\text{eff}}^2 = 0, \\ {}^N M_{22} {}^N M_{21} - {}^N M_{11} {}^N M_{21} n_L^2 = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где ${}^N M_{lm}$ — элементы характеристической матрицы N -слойной структуры:

$$\begin{aligned} {}^N M &= \prod_{j=1}^N M_j = \begin{pmatrix} {}^N M_{11} & {}^N M_{12} \\ {}^N M_{21} & {}^N M_{22} \end{pmatrix}, \\ M_j &= \begin{pmatrix} \cos(\beta_j d_j) & -i n_j^{-1} \sin(\beta_j d_j) \\ -i n_j \sin(\beta_j d_j) & \cos(\beta_j d_j) \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где $\beta_j = (2\pi n_j d_j)/\lambda$ — постоянная распространения волны в j -м слое. Подставляя в (1) элементы характеристической матрицы ${}^N M_{lm}$, получим эквивалентную систему уравнений вида [3]

$$\begin{cases} n_{\text{eff}} n_L = \frac{{}^N M_{21}}{{}^N M_{12}}, \\ \frac{n_{\text{eff}}}{n_L} = \frac{{}^N M_{11}}{{}^N M_{22}}. \end{cases} \quad (2)$$

Решая (2) при соответствующих значениях элементов характеристических матриц для каждого слоя относительно n_{eff} , получим для $N \gg 1$ [5, 7, 8]

$$n_{\text{eff}} = \frac{1}{n_L} \frac{\sum_{j=1}^N n_j T_j - F \prod_{j=1}^N T_j}{\sum_{j=1}^N \frac{T_j}{n_j} - F^{-1} \prod_{j=1}^N T_j}, \quad (3)$$

где $T_j \equiv \tan \frac{2\pi n_j d_j}{\lambda}$, $F = \prod_{j=1}^K \frac{n_{2j-1}}{n_{2j}}$, ($N = 2K$); $F = n_N \prod_{j=1}^K \frac{n_{2j-1}}{n_{2j}}$, ($N = 2K - 1$).

Функции F и F^{-1} ограничены сверху при любом N и не превышают значения порядка n_{max} из всего набора значений n_j . В то же самое время функция $\prod_{j=1}^N T_j$ быстро

убывает с ростом N , поскольку в силу структурного алгоритма тонкослойных структур при заданной длине волны λ , соответствующей области длинноволнового интерференционного максимума отражения волны от структуры, при увеличении числа слоев (разбиений) должно выполняться условие $d_j \sim 1/N$ [3, 6, 8] и соответственно $T_j \ll 1$. Таким образом, для больших N с высокой степенью точности (оценки показывают, что уже при $N=4$ ошибка составляет не более 3% [4]) выражение (3) можно переписать в виде

$$n_{\text{eff}} \approx \frac{1}{n_L} \frac{\sum_{j=1}^N n_j^2 d_j}{\sum_{j=1}^N d_j} = \frac{1}{n_L} \frac{\sum_{j=1}^N n_j^2 d_j}{L}, \quad (4)$$

где $L = \sum_{j=1}^N d_j$ — суммарная (полная) геометрическая толщина структуры.

Таким образом, в области последнего длинноволнового максимума отражения волны от многослойной структуры ее эффективный показатель преломления n_{eff} , как следует из (4), инвариантен относительно порядка чередования слоев структуры и длины падающей на структуру волны.

В случае однородно структурированных (по оптической или геометрической толщине) пространственно неоднородных структур, что часто имеет место как для искусственно созданных, так и для природных пленок, из (4) получим:

а) слои структуры имеют одинаковую оптическую толщину ($n_j d_j = n_i d_i = D$):

$$n_{\text{eff}} = \frac{1}{n_L} \frac{D \sum_{j=1}^N n_j}{L} = \frac{1}{n_L} \frac{\sum_{j=1}^N n_j}{\sum_{j=1}^N \frac{1}{n_j}}; \quad (5)$$

б) слои структуры имеют одинаковую геометрическую толщину ($d_j = d_i = d$):

$$n_{\text{eff}} = \frac{1}{n_L} \frac{\sum_{j=1}^N n_j^2}{N}. \quad (6)$$

Особый практический интерес представляет случай, когда рассматриваемая структура обладает слабой пространственной неоднородностью показателя преломления, т. е. все значения n_j лежат в интервале $[n_M, n_m]$, где n_M , n_m — максимальное и минимальное значения показателей преломления из всего множества значений n_j соответственно, причем $n_j = \bar{n} \pm \delta_j$, где $\bar{n} = (n_M + n_m)/2$; $0 \leq \delta_j \ll \bar{n}$. Тогда как из (5), так и из (6) в результате несложных преобразований с точностью до величин порядка δ_j^2 получим:

$$n_{\text{eff}} = \frac{n_M n_m}{n_L}. \quad (7)$$

Причем, если структура пленки оптически однородна, т. е. $n_j = n_i = n$, то как из соотношения (4), так и (7) получим хорошо известное выражение для эффективного показателя преломления однородной четвертьволновой пленки:

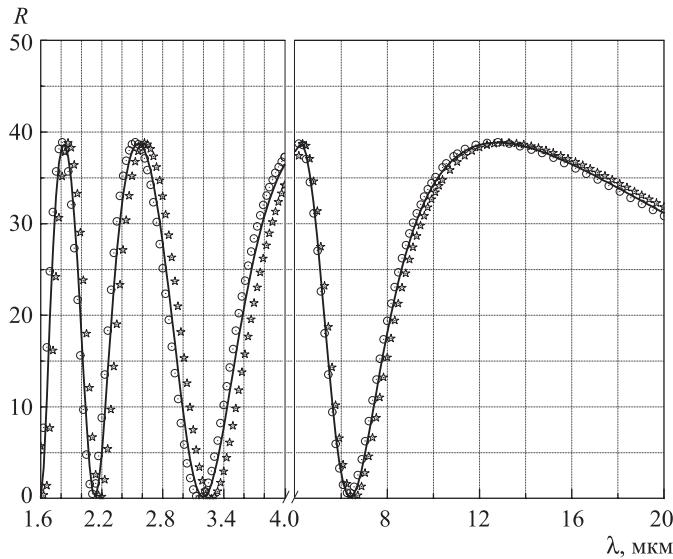
$$n_{\text{eff}}(\lambda/4) = \frac{n^2}{n_L}.$$

Таким образом, для тонкой однородно структурированной (по оптической или геометрической толщине слоев) пленки с малым отличием показателей преломления соседних слоев (слабой пространственной дисперсией показателя преломления) для всего множества $N!$ возможных комбинаций взаимного расположения слоев структуры (формы функции $n(z)$) эффективный показатель преломления структуры на всем множестве значений длин волн $\lambda > 8n_j d_j$ будет определяться лишь максимальным и минимальным значениями показателей преломления двух ее слоев (экстремальными значениями функции $n(z)$) и может быть найден из соотношения (7).

В частности, отметим, что хорошо известное и часто используемое приближение Шрёдера [16], в котором n_{eff} пропорционально произведению значений показателей преломления на границах неоднородной пленки, является частным случаем выражения (7), справедливым лишь для монотонных функций $n(z)$.

3. Численный эксперимент

Проведенная серия численных экспериментов по соотнесению результатов расчета зависимости коэффициента отражения от длины волны по точным формулам и с использованием формул (4)–(7), для различных значений n_j , N и δ_j и различной формы $n(z)$ (степенной, экспоненциальной, гармонической и случайной), показал правомерность использования полученных соотношений для расчета оптических характеристик пространственно неоднородных пленок (слоистых структур) в длинноволновой области спектра.



Зависимость энергетического коэффициента отражения от длины волны (в интервале $8n_jd_j \leq \lambda \leq 100n_jd_j$) для 16-слойной ТИС, граничащей слева и справа со свободным пространством ($n_L = n_S = 1$) с равномерным изменением показателя преломления от слоя к слою от 2.15 до 2.0 с шагом 0.01

В качестве примера на рисунке представлена зависимость энергетического коэффициента отражения от длины волны (в интервале $8n_jd_j \leq \lambda \leq 100n_jd_j$) для 16-слойной ТИС, граничащей слева и справа со свободным пространством ($n_L = n_S = 1$) с равномерным изменением показателя преломления от слоя к слою от 2.15 до 2.0 с шагом 0.01. Слои имеют одинаковую оптическую толщину $n_i d_i = n_j d_j = 0.2$. На представленном графике сплошная линия — результаты расчета по точным формулам, а дискретные значения соответствуют расчетам по формулам (4) (линия (*) на рисунке) и (7) (линия (○) на рисунке). Причем при расчете по формуле (4) использовалась однослойная модель с эквивалентным показателем преломления $n_{eq} = \sqrt{n_{eff} n_L}$ и толщиной $d = 1.58$ мкм, а при расчете по формуле (7) двухслойная модель с $n_M = 2.15$; $d_M = 0.74$ мкм и $n_m = 2.0$; $d_m = 0.79$ мкм (толщины слоев рассчитывались по формулам для синтеза ТИС с двухслойным периодом при

$\lambda = 13.1$ мкм, приведенным в [3]). В рассмотренном случае формулы (4) и (7) дают практически совпадающие значения для эффективного показателя преломления многослойной структуры — 4.3035 и 4.3 соответственно, что и обуславливает, как видно из рисунка, хорошее соответствие рассчитанных на их основе спектральных зависимостей коэффициентов отражения как между собой, так и в сравнении с точным расчетом.

Список литературы

1. Козарь А.В. // Тр. Всесоюзн. научно-технич. конф. «Проектирование и применение радиоэлектронных устройств на диэлектрических волноводах и резонаторах». Саратов, 1983. С. 136.
2. Козарь А.В. // Тр. Всесоюзн. научн. сем. «Методы синтеза и применение многослойных интерференционных систем». М., 1984. С. 118.
3. Козарь А.В. // Оптика и Спектроскопия. 1985. 5, № 59. С. 1132.
4. Козарь А.В. // Оптика и Спектроскопия. 1988. 5, № 64. С. 1130.
5. Kozar A.V. // Mater. of Intern. Congr. on Optical Science and Engineering «Optical Thin Films and Applications». Hague, Netherlands, 1990. P. 45.
6. Козарь А.В., Рязанова Е.Л. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1990. 31, № 5. С. 52.
7. Kozar A.V. // Mater. of «Optical Interference Coatings Topical Meeting» of the Optical Society of America. USA, 1992. P. 97.
8. Козарь А.В. // Препринт. ф-та МГУ. М., 2003. № 8. С. 1.
9. Козарь А.В., Путрина Е.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1990. 33, № 6. С. 57.
10. Козарь А.В., Путрина Е.В., Фионова О.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1995. 36, № 3. С. 39.
11. Козарь А.В., Путрина Е.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. 33, № 6. С. 31.
12. Алейникова С.П., Козарь А.В., Путрина Е.В. // IV Всерос. школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах». Красновидово, 1994. С. 114.
13. Jacobsson R. Physics of Thin Films. N.Y., 1975. 8.
14. Knittl Z. Optics of Thin Films. N.Y., 1976.
15. Koppelman G., Krebs K. // Z. Phys. 1961. 164. P. 539.
16. Schröder H. // Ann. Phys. 1941. 39. P. 55.
17. Tikhonravov A.V., Trubetskoy M.K., Sullivan B.T., Dobrowolski J.A. // Appl. Opt. 1997. 36. P. 7188.

Optical properties of aperiodic thin layer structures: effective refraction index

A. V. Kozar'

Department of Photonics and Microwave Structures, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.
E-mail: avk@phys.msu.ru.

Simple analytical solutions for an effective index of refraction of an aperiodic thin-layer structure, which correctly describe its optical properties in a wide range of incident wavelengths, are obtained. Their analysis results in a general for such class of structures optical properties. The validity of the obtained results is illustrated by a computer simulation.

Keywords: multilayer structures, interference.

PACS: 42.25.-p.

Received 20 September 2008.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 3(2009).

Сведения об авторе

Козарь Анатолий Викторович — д. ф.-м. н., профессор, зам. декана; e-mail: avk@phys.msu.ru.