Распределение потока мощности направляемой моды по слоям круглого и эллиптического многослойных световодов

В. И. Кривенков

Московский государственный университет приборостроения и информатики. Россия, 107846, Москва, ул. Стромынка, д. 20. E-mail: krivenkov.v@gmail.com

Статья поступила 24.11.2008, подписана в печать 06.02.2009.

Инвариантное выражение в виде контурного интеграла для потока мощности направляемой моды через произвольную область поперечного сечения световода с постоянной диэлектрической проницаемостью представлено в полярных и эллиптических координатах. Получены выражения для потоков мощности направляемой моды через поперечные сечения слоев круглого и эллиптического многослойных световодов.

Ключевые слова: волоконная оптика, направляемая мода, световод.

УДК: 621.396.22.029.7. PACS: 42.81.–i.

Основной причиной, ограничивающей область применения многомодовых круглых и эллиптических многослойных световодов, является межмодовая дисперсия, возникающая в результате перераспределения на неизбежных продольных нерегулярностях потока мощности передаваемого по световоду излучения между всеми направляемыми модами. Если в рабочем диапазоне длин волн количество направляемых мод поддерживаемых световодом невелико (единицы), потоки мощности высших мод в основном сосредоточены в оболочке. Это позволяет за счет небольшой потери мощности передаваемого излучения путем фильтрации высших мод существенно снизить влияние межмодовой дисперсии на процесс передачи по световоду информации. Численный анализ распределения потоков мощности направляемых мод по слоям маломодового круглого или эллиптического многослойного световода позволяет выяснить, как при минимальных потерях мощности передаваемого излучения осуществить максимально эффективную фильтрацию высших мод.

Строгое решение задачи о собственных волнах (направляемых модах) некоторых весьма перспективных многослойных световодов, представленных на основании результатов экспериментального исследования в качестве одномодовых, показывает, что на самом деле световоды являются многомодовыми, причем количество направляемых мод, поддерживаемых ими в указанном диапазоне длин волн, может быть достаточно велико. Устранить это противоречие позволяет теоретический анализ распределения потоков мощности всех направляемых мод по слоям многослойного многомодового световода.

Например, представленные в работе [1] двухканальные концентрические световоды, являясь по сути многомодовыми, обладают дисперсионными характеристиками одномодовых световодов. Объяснить это свойство позволяет характер распределения потоков мощности направляемых мод, когда в оптически более плотном центральном слое двухканального концентрического световода сосредоточен практически весь поток мощности только одной направляемой моды. Причем в зависимости от длины волны это может быть одна из высших мод. Межмодовая дисперсия в таком многомодовом световоде при условии отсутствия заметных продольных неоднородностей и оптимального выбора соответствующих параметров практически может быть сведена к нулю. Можно также ожидать, что при наличии сравнительно небольшой эллиптичности центрального слоя двухканальные световоды способны сохранять состояние поляризации передаваемого излучения.

Проблемы минимизации межмодовой дисперсии и сохранения поляризации излучения в многомодовых круглых и эллиптических многослойных световодах могут быть решены путем комплексного теоретического исследования дисперсионных характеристик и распределения по слоям потоков мощности всех направляемых мод указанных световодов.

Дисперсионные уравнения, полученные в работах [2–4], позволяют с высокой точностью для любой направляемой моды круглого и эллиптического многослойного световода определить зависимость эффективного показателя замедления фазовой скорости $n_e = \beta/k_0$ от длины волны $\lambda = 2\pi/k_0$, где $k_0 = \omega/c$ — волновое число в вакууме, $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ — скорость света в вакууме, ω и β — круговая частота и постоянная продольного распространения, ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные, и связанные с ней дисперсионные характеристики, такие, как показатель замедления групповой скорости $n_g = n_e - \lambda\frac{dn_e}{d\lambda}$ и коэффициенты дисперсии различных порядков $S_m = \frac{1}{c}\frac{d^m n_g}{d\lambda^m}$, $m = 1, 2, \ldots$.

Цель настоящей работы — получить по возможности максимально простые выражения для потоков мощности направляемых мод в слоях круглого и эллиптического многослойных световодов.

При решении поставленной задачи будем исходить из известной зависимости от времени t и координаты z вдоль оси световода векторов напряженности электрического поля $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, z, t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}}\boldsymbol{e}(\boldsymbol{r})\exp[j(\omega t - \beta z)]$ и магнитного поля $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}, z, t) = \frac{1}{\sqrt{\mu_0}}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{r})\exp[j(\omega t - \beta z)]$ направляемой моды, а также полученного в работе [5] инвариантного выражения в виде контурного интеграла для потока мощности направляемой моды P_Ω через произвольную область Ω поперечного сечения световода с постоянной диэлектрической проницаемостью ε, ограниченную контуром L. Представим это выражение в полярных координатах $r, \wp$: $x = r\cos\wp$, $y = r\sin\wp$ и в эллиптических координатах ξ, η: $x = a\,\mathrm{ch}\,\xi\cos\eta$, $y = a\,\mathrm{sh}\,\xi\sin\eta$, где a — половина расстояния между фокусами софокусных эллипсов ($\xi = \mathrm{const}$) и гипербол ($\eta = \mathrm{const}$), точки $r = (x, y) \equiv (r, \wp) \equiv (\xi, \eta)$ (x, y — декартовы координаты) на плоскости, перпендикулярной

оси световода z соответственно в виде [6, 7]

$$P_\Omega = \frac{cn_e}{4k_0^2(\varepsilon - n_e^2)^2} \oint\limits_L \Bigg[k_0^2 r^2 (\varepsilon - n_e^2)(\varepsilon e_z^2 + h_z^2) + \varepsilon \left(r \frac{\partial e_z}{\partial r} \right)^2 + \left(r \frac{\partial h_z}{\partial r} \right)^2 - \varepsilon \left(\frac{\partial e_z}{\partial \wp} \right)^2 - \left(\frac{\partial h_z}{\partial \wp} \right)^2 + 2r \left(\varepsilon e_z \frac{\partial e_z}{\partial r} + h_z \frac{\partial h_z}{\partial r} \right) + 2 \left(n_e + \frac{\varepsilon}{n_e} \right) e_z \frac{\partial h_z}{\partial \wp} \Bigg] d\wp - 2 \Bigg[\varepsilon \frac{\partial e_z}{\partial r} \frac{\partial e_z}{\partial \wp} + \frac{\partial h_z}{\partial r} \frac{\partial h_z}{\partial \wp} + \frac{1}{r} \left(\varepsilon e_z \frac{\partial e_z}{\partial \wp} + h_z \frac{\partial h_z}{\partial \wp} \right) - \left(n_e + \frac{\varepsilon}{n_e} \right) e_z \frac{\partial h_z}{\partial r} \Bigg] dr$$

и в виде

$$P_\Omega = \frac{cn_e}{8k_0^2(\varepsilon_i - n_e^2)^2} \Bigg\{ k_0^2 a^2 (\varepsilon_i - n_e^2) \oint\limits_L (\varepsilon e_z^2 + h_z^2) \times (\sin 2\eta \, d\xi + \operatorname{sh} 2\xi \, d\eta) - \oint\limits_L \frac{2}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\eta} \Bigg[\varepsilon \left(\frac{\partial e_z}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial h_z}{\partial \xi} \right)^2 - \varepsilon \left(\frac{\partial e_z}{\partial \eta} \right)^2 - \left(\frac{\partial h_z}{\partial \eta} \right)^2 \Bigg] (\sin 2\eta \, d\xi - \operatorname{sh} 2\xi \, d\eta) - \oint\limits_L \frac{4}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\eta} \left(\varepsilon \frac{\partial e_z}{\partial \xi} \frac{\partial e_z}{\partial \eta} + \frac{\partial h_z}{\partial \xi} \frac{\partial h_z}{\partial \eta} \right) \times (\operatorname{sh} 2\xi \, d\xi + \sin 2\eta \, d\eta) - 4\varepsilon \oint\limits_L e_z \left(\frac{\partial e_z}{\partial \eta} d\xi - \frac{\partial e_z}{\partial \xi} d\eta \right) - 4 \oint\limits_L h_z \left(\frac{\partial h_z}{\partial \eta} d\xi - \frac{\partial h_z}{\partial \xi} d\eta \right) + 4 \left(n_e + \frac{\varepsilon}{n_e} \right) \oint\limits_L e_z \left(\frac{\partial h_z}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial h_z}{\partial \eta} d\eta \right) \Bigg\},$$

где $e_z = e_z(r, \wp) = e_z(\xi, \eta)$ и $h_z = h_z(r, \wp) = h_z(\xi, \eta)$ — составляющие векторов $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{e}(\boldsymbol{r}, \wp) = \boldsymbol{e}(\xi, \eta)$ и $\boldsymbol{h} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{r}, \wp) = \boldsymbol{h}(\xi, \eta)$ вдоль оси световода z.

В случае круглого n-слойного световода, диэлектрическая проницаемость которого имеет вид

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} \varepsilon_1, & 0 \leqslant r < r_1, \\ \varepsilon_2, & r_1 \leqslant r < r_2, \\ & \dots\dots\dots \\ \varepsilon_n & r_{n-1} \leqslant r \leqslant \infty, \end{cases}$$

поток мощности направляемой моды P_i через поперечное сечение i-го слоя ($r_{i-1} \leqslant r < r_i$, $r_0 = 0$, $r_n = \infty$) можно представить в виде

$$P_i = \frac{cn_e}{4k_0^2(\varepsilon_i - n_e^2)^2} \int\limits_0^{2\pi} \Bigg[k_0^2 r^2 (\varepsilon_i - n_e^2)(\varepsilon_i e_z^2 + h_z^2) + \varepsilon_i \left(r \frac{\partial e_z}{\partial r} \right)^2 + \left(r \frac{\partial h_z}{\partial r} \right)^2 - \varepsilon_i \left(\frac{\partial e_z}{\partial \wp} \right)^2 - \left(\frac{\partial h_z}{\partial \wp} \right)^2 + 2r \left(\varepsilon_i e_z \frac{\partial e_z}{\partial r} + h_z \frac{\partial h_z}{\partial r} \right) + 2 \left(n_e + \frac{\varepsilon_i}{n_e} \right) e_z \frac{\partial h_z}{\partial \wp} \Bigg] d\wp \Bigg|_{r_{i-1}}^{r_i - 0}.$$

Более того, учитывая, что в данном случае [3]

$$e_z(r, \wp) = Z_m^e \left(k_0 \sqrt{\varepsilon_i - n_e^2}\, r \right) \cos \left(m\wp - k\frac{\pi}{2} \right),$$

$$h_z(r, \wp) = Z_m^h \left(k_0 \sqrt{\varepsilon_i - n_e^2}\, r \right) \sin \left(m\wp - k\frac{\pi}{2} \right),$$

где $k = 0, 1$, $m = 0, 1, \dots$ в зависимости от того, какая из направляемых мод рассматривается, Z_m^e и Z_m^h — цилиндрические функции целого порядка m, можно показать, что

$$P_i = \frac{c\pi n_e}{4k_0^2(\varepsilon_i - n_e^2)^2} \Bigg\{ \left[k_0^2 r^2 (\varepsilon_i - n_e^2) - m^2 \right] \left[\varepsilon_i (Z_m^e)^2 + (Z_m^h)^2 \right] + \varepsilon_i \left(r \frac{dZ_m^e}{dr} \right)^2 + \left(r \frac{dZ_m^h}{dr} \right)^2 + 2r \left(\varepsilon_i Z_m^e \frac{dZ_m^e}{dr} + Z_m^h \frac{dZ_m^h}{dr} \right) + 2m \left(n_e + \frac{\varepsilon_i}{n_e} \right) Z_m^e Z_m^h \Bigg\}_{r_{i-1}}^{r_i - 0}.$$

Если диэлектрическая проницаемость световода имеет вид

$$\varepsilon(\xi) = \begin{cases} \varepsilon_1, & 0 \leqslant \xi < \xi_1, \\ \varepsilon_2, & \xi_1 \leqslant \xi < \xi_2, \\ \dots\dots\dots\dots \\ \varepsilon_n, & \xi_{n-1} \leqslant \xi < \infty \end{cases}$$

(эллиптический n-слойный световод), то поток мощности направляемой моды P_i через поперечное сечение i-го слоя световода ($\xi_{i-1} \leqslant \xi < r_i$, $\xi_0 = 0$, $\xi_n = \infty$) будет иметь вид

$$P_i = \frac{cn_e}{8k_0^2(\varepsilon_i - n_e^2)^2} \int\limits_0^{2\pi} \Bigg\{ k_0^2 a^2 (\varepsilon_i - n_e^2)(\varepsilon_i e_z^2 + h_z^2) \operatorname{sh} 2\xi + \frac{2 \operatorname{sh} 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\eta} \Bigg[\varepsilon_i \left(\frac{\partial e_z}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial h_z}{\partial \xi} \right)^2 - \varepsilon_i \left(\frac{\partial e_z}{\partial \eta} \right)^2 - \left(\frac{\partial h_z}{\partial \eta} \right)^2 \Bigg] - \frac{4 \sin 2\eta}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\eta} \left(\varepsilon \frac{\partial e_z}{\partial \xi} \frac{\partial e_z}{\partial \eta} + \frac{\partial h_z}{\partial \xi} \frac{\partial h_z}{\partial \eta} \right) + 4\varepsilon e_z \frac{\partial e_z}{\partial \xi} + 4 h_z \frac{\partial h_z}{\partial \xi} + 4 \left(n_e + \frac{\varepsilon}{n_e} \right) e_z \frac{\partial h_z}{\partial \eta} \Bigg\} d\eta \Bigg|_{\xi_{i-1}}^{\xi_i - 0}.$$

Получить более простое выражение для потока мощности P_i, используя вид функций $e_z = e_z(\xi, \eta)$ и $h_z = h_z(\xi, \eta)$ для направляемой моды [4], в данном случае не представляется возможным.

Подводя итог, заметим, что полученные выше выражения позволяют с высокой точностью для любой направляемой моды определить нормированное распределение потока мощности P_i/P, $i = 1, 2, \dots, n$, где $P = \sum\limits_{i=1}^{n} P_i$, по слоям круглого и эллиптического n-слойного световода. Для объяснения некоторых на первый взгляд не совсем обычных свойств многомодовых световодов со сложным профилем показателя преломления подобная информация может иметь решающее значение.

Список литературы

1. *Беловолов М.И., Бубнов М.М., Дианов Е.М.* и др. // Квант. электрон. 2001. **31**, № 8. С. 733.
2. *Беланов А.С., Кривенков В.И.* // Радиотехника и электроника. 1994. **39**, № 1. С. 31.

3. *Беланов А.С., Дианов Е.М., Кривенков В.И.* // Докл. РАН. 1999. **364**, № 1. С. 37.
4. *Кривенков В.И.* // Докл. РАН. 2002. **382**, № 1. С. 38.
5. *Кривенков В.И.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2009. № 3. С. 111.
6. *Кривенков В.И.* Волноводные характеристики трехслойных эллиптических световодов: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: ИОФАН, 1990.
7. *Belanov A.S., Krivenkov V.I.* // Sov. Lightwave Commun. 1991. **1**, № 3. P. 207.

Distribution of power flow of a guided mode among layers of circular and elliptical multilayer optical fibers

V. I. Krivenkov

Moscow State University of Instrument and Informatics Science, Stromynka str. 20, Moscow 107846, Russia.
E-mail: krivenkov.v@gmail.com.

The invariant expression in the form of contour integral for power flow of a guided mode of an optical fiber across arbitrary area of cross-section with constant permittivity is obtained in both polar and elliptical coordinates. Relationships for the power flows of a guided mode across cross-section of layers of circular and elliptical multilayer optical fibers are also received.

Keywords: fiber optics, guide mode, optical fiber.
PACS: 42.81.–i.
Received 24 November 2008.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 4(2009).

Сведения об авторе

Кривенков Вячеслав Иванович — канд. физ.-мат. наук, доцент; доцент; тел.: 8(495) 447-09-61, e-mail: krivenkov.v@gmail.com.