

## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ. ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА

# Интерференционные явления в теории многофотонного вынужденного обратного тормозного эффекта для широких в импульсном представлении электронных волновых пакетов

И. А. Буренков<sup>a</sup>, О. В. Тихонова

*Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скobelцына (НИИЯФ МГУ).  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. E-mail: <sup>a</sup>ivanburenkov@gmail.com*

Статья поступила 07.11.2008, подписана в печать 26.12.2008.

Рассмотрены интерференционные особенности процесса поглощения и испускания квантов внешнего лазерного поля пространственно узким электронным волновым пакетом при рассеянии на потенциальном центре. В рамках теории возмущений по взаимодействию с потенциальным центром получены и проанализированы угловые диаграммы вылета и энергетический спектр электрона в результате рассеяния в лазерном поле. Обнаружены новый механизм эффективного нагрева плазмы, образующейся в кластере под действием интенсивного внешнего лазерного поля, а также наличие выделенных углов рассеяния электронного волнового пакета, обусловленных интерференцией падающего и рассеянного волновых пакетов.

**Ключевые слова:** электронный волновой пакет, вынужденный тормозной эффект, многофотонные процессы, квантовая интерференция, эффективный разогрев кластеров в лазерном поле.

УДК: 539.18, 539.186.22. PACS: 36.40.Gk, 36.40.Mg, 32.80.Wr, 33.20.Xx.

## Введение

Одно из актуальных направлений современной лазерной физики — генерация мощных ультракоротких лазерных импульсов и их взаимодействие с атомными иnanoструктурными системами. На данный момент достигнуты рекордные длительности лазерных импульсов, вплоть до нескольких оптических циклов лазерного поля.

Одним из возможных применений таких импульсов является их использование для исследования динамики квантовых систем и различных физических процессов с предельно высоким пространственным и временным разрешением.

При взаимодействии мощного ультракороткого импульса с nanoструктурами и кластерами возможен интенсивный нагрев плазмы, образованной в процессе ионизации. Экспериментально были обнаружены электроны с энергиями вплоть до 5 кэВ, как под действием ИК лазерного излучения [1, 2], так и под действием УФ-излучения [3]. В случае низкочастотного (ИК) воздействия столь высокая степень нагрева может быть объяснена резонансным поглощением лазерного излучения при совпадении собственной частоты коллективных электронных колебаний в самосогласованном потенциале, возникающем в кластере в процессе ионизации, с частотой лазерного поля [4, 5]. Однако в случае УФ-излучения плазменная частота соответствующего ионизованного кластера слишком мала, поэтому резонансное поглощение невозможно, а механизм нагрева и причины возникновения высокоэнергетичных электронов оказываются до конца не ясны [6]. Одним из возможных механизмов, объясняющих такой нагрев электронов в кластерах, является вынужденный тормозной эффект (ВТЭ), который заключается в вынужденном поглощении и испускании квантов лазерного поля электронами в кластере при рассеянии на потенциальных центрах ионов. Впервые теоретически ВТЭ был исследован в подходе Бункина и Федорова [7], позволяющем точно учесть взаимодействие

электрона с лазерным полем, а взаимодействие с потенциалом рассматривалось по теории возмущений. Дальнейшие работы [8–10] позволили сделать некоторые обобщения теории Бункина–Федорова (БФ), однако оказывается, что в рамках традиционного понимания ВТЭ трудно объяснить появление электронов таких высоких энергий [11].

В случае взаимодействия лазерного импульса с атомным кластером процесс ВТЭ может иметь ряд особенностей, обусловленных ультракороткой длительностью лазерного воздействия. В этом случае электроны, возникающие в континууме в процессе ионизации атомов кластера, характеризуются широкими в импульсном представлении волновыми пакетами, качественно отличными от плоской волны, что приводит к возможности различных интерференционных эффектов. В настоящей работе исследован процесс поглощения и испускания квантов внешнего лазерного поля свободным электронным волновым пакетом при его рассеянии на потенциальном центре в условиях широкого начального импульсного распределения электрона в континууме. Получены и проанализированы угловые и энергетические распределения рассеявшегося электрона, отвечающие различному числу испущенных или поглощенных квантов поля. Обнаружен эффект интерференции между прошедшей и рассеянной частями электронного волнового пакета и проанализирована его роль. Обнаружен новый механизм эффективного разогрева электронов и ионов в кластере под действием сильного внешнего лазерного поля, отвечающий за возникновение медленно спадающей высокоэнергетической части в спектре электронов.

## 1. Аналитическая модель

Процесс рассеяния электронного волнового пакета на потенциальном центре в присутствии электромагнитного поля описывается нестационарным уравнением

Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[ \frac{(\hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c}\hat{\mathbf{A}}(t))^2}{2m} + U(r) \right] \psi, \quad (1)$$

где  $\hat{\mathbf{p}}$  — оператор импульса, а  $\hat{\mathbf{A}}(t)$  — вектор-потенциал электромагнитного поля, не зависящий от пространственных координат в дипольном приближении, а потенциальная энергия взаимодействия электрона с центром, на котором происходит рассеяние, была выбрана в форме потенциала Юкавы:

$$U(r) = -ze^2 \frac{e^{-r/\alpha}}{r}. \quad (2)$$

Начальное условие, определяющее широкий в импульсном представлении электронный волновой пакет, было выбрано в гауссовой форме:

$$\psi(r, t=0) = \frac{1}{b\sqrt{\pi}} \exp\left[\frac{-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2}{2b^2}\right] \exp\left(\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}_0 \cdot \mathbf{r}\right). \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{p}_0$  определяют средние начальные значения координат и импульса электрона относительно потенциального центра, а параметр  $b$  позволяет варьировать ширину исходного волнового пакета. Отметим что в случае, когда начальное состояние электрона есть плоская волна с импульсом  $\mathbf{p}_0$ , а огибающая лазерного импульса не зависит от времени, решение задачи (1) хорошо известно и, согласно теории Бункина-Федорова [7], может быть записано в двумерном случае в следующем виде:

$$C_p^{(n)} = -\frac{i}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{p_0}} U_{pp_0} J_n\left(\frac{e\epsilon_0(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)}{\hbar m \omega^2}\right) \delta(E_f - E_0 - n\hbar\omega), \quad (4)$$

где  $C_p^{(n)}$  — амплитуды рассеяния электрона на потенциале  $U$  с поглощением (испусканием)  $n$  фотонов,  $J_n$  — функция Бесселя  $n$ -го порядка,  $U_{pp_0}$  — фурье-образ потенциала,  $\epsilon_0$  — амплитуда вектора напряженности электрического поля, а  $\mathbf{p}_0$  и  $\mathbf{p}$  — импульсы электрона до и после процесса рассеяния, определяющие энергии  $E_0$  и  $E_f$  соответственно, которые удовлетворяют закону сохранения энергии с учетом поглощения и испускания  $n$  квантов поля  $E_f = E_0 + n\hbar\omega$ .

## 2. Результаты и обсуждение

Начальное условие (3) означает суперпозицию большого числа плоских волн с разбросом по импульсам в интервале  $\Delta p \simeq \hbar/b$ , что оказывается порядка атомной единицы для предельно узких пространственных начальных электронных волновых пакетов. В этом случае решение задачи (1) не сводится к виду (4) и может приводить к новым физическим эффектам, обусловленным интерференцией различных волн в электронном волновом пакете в процессе рассеяния. Аналогично [7] решение задачи (1) с начальным условием (3) может быть записано в виде разложения

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \int C_p \psi_p^V(\mathbf{r}, t) d\mathbf{p}, \quad (5)$$

по волковским функциям

$$\psi_p^V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \exp\left[\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - \frac{i}{2m\hbar} \int_{-\infty}^t \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}(t')\right)^2 dt'\right], \quad (6)$$

являющимся точным решением задачи о движении свободного электрона в поле электромагнитной волны. Подставляя (5) в уравнение (1), нетрудно получить уравнение для амплитуд вероятностей в первом порядке теории возмущений по взаимодействию с потенциалом (2):

$$i\hbar \dot{C}_p^{(1)n} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2} \int C_{p_i}^{(0)} U_{p_ip_f} J_n\left(\frac{e\epsilon_0(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)}{\hbar m \omega^2}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(E_f - E_i - n\hbar\omega)t\right) d\mathbf{p}_i. \quad (7)$$

Приведенный результат соответствует двумерному случаю, выбор которого обусловлен отсутствием зависимости от сферического угла  $\phi$  и упрощает сравнение с численными расчетами. Здесь  $C_{p_i}^{(0)}$  отвечает импульсному распределению для начального волнового пакета (3):

$$C_p^{(0)} = \frac{b}{\hbar\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-b^2}{2\hbar^2}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2\right) \exp\left(\frac{i}{\hbar}\mathbf{r}_0(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)\right), \quad (8)$$

где  $b$  — ширина электронного волнового пакета, причем для  $b = 2$  а. е. ширина пакета в энергетическом представлении составит  $20 \div 30$  эВ, что много больше, чем энергия кванта лазерного поля. Матричный элемент  $U_{p_ip_f}$  может быть представлен в виде

$$U_{p_ip_f} = \frac{ze^2}{\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\hbar^2}(p_i^2 + p_f^2 - 2p_ip_f \cos(\theta_i - \theta_f))}}, \quad (9)$$

где  $\theta_i$  и  $\theta_f$  определяют направление импульсов в электронном волновом пакете до и после рассеяния соответственно.

Анализ полученного уравнения позволяет выявить несколько различных режимов для рассматриваемого процесса в зависимости от соотношений между временем рассеяния и периодом лазерного поля, а также в зависимости от соотношения между колебательной скоростью электрона в лазерном поле и средней начальной скоростью электронного волнового пакета.

В случае, когда колебательной скоростью электрона можно пренебречь по сравнению со средней начальной скоростью его поступательного движения, а время рассеяния гораздо больше, чем период внешнего поля, интегрирование по времени уравнения (7) приводит к следующим выражениям для амплитуды рассеяния с поглощением или испусканием  $n$  квантов поля:

$$C_{p_f}^{(1)n}(\theta_f, p_f) \Big|_{t \rightarrow \infty} = \\ = -\frac{im}{\pi\hbar^2} \int C_{p_i}^{(0)} U_{p_ip_f} J_n(N_{p_ip_f}) \delta(p_f^2 - p_i^2 - 2mn\hbar\omega) d\mathbf{p}_i = \\ = -\frac{im}{\pi\hbar^2} \int [C_{p_i}^{(0)}(\theta_i) U_{p_ip_f}(\theta_i, \theta_f) J_n(N_{p_ip_f})]_{p_i^2 = p_f^2 - 2mn\hbar\omega} d\theta_i, \quad (10)$$

где

$$N_{p_ip_f} = \frac{e\epsilon_0(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)}{\hbar m \omega^2} \quad (11)$$

— параметр многоквантности, позволяющий оценить наивероятнейший канал вынужденного тормозного эффекта, отвечающий числу поглощенных или испущенных квантов поля  $n \simeq N_{p_ip_f}$  при фиксированных  $\theta_i, \theta_f$ . Полученное выражение означает, что в одно и то же конечное состояние, характеризующееся импульсом  $\mathbf{p}_f$ , в процессе рассеяния происходят переходы из целого набора плоских волн начального волнового пакета с различными по направлению начальными импульсами.

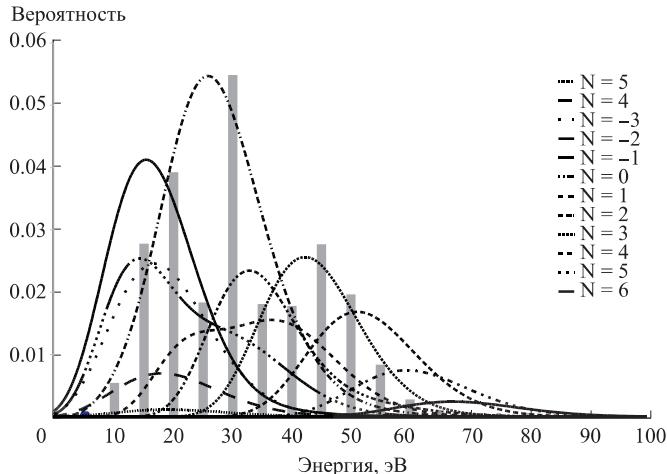


Рис. 1. Спектральные распределения для каналов ВТЭ, отвечающих различному числу поглощенных и испущенных квантов внешнего поля, представлены в виде кривых; спектр, полученный по теории БФ, представлен в виде гистограммы ( $E = 30$  эВ,  $r_0 = -120$  а.е.,  $\hbar\omega = 5$  эВ,  $\varepsilon_0 = 0.05$  а.е.,  $b = 2$  а.е.)

На рис. 1 представлено сравнение результатов теории Бункина–Федорова с энергетическими спектрами  $W^{(n)}(p_f)$  электрона в процессе его рассеяния на потенциальном центре для различных каналов с поглощением и испусканием различного числа квантов поля. Указанные спектры представлены кривыми и вычислялись путем возведения (10) по модулю в квадрат и интегрирования по всем конечным углам вылета электрона:

$$W^{(n)}(p_f) \sim \int |C_p^{(1)n}(p_f, \theta_f)|^2 d\theta_f. \quad (12)$$

Результаты теории Бункина–Федорова представлены в виде гистограммы, отвечающей дельта-образным пикам в спектре электрона на энергиях  $p_f^2/2m = p_i^2/2m \pm n\hbar\omega$ , при этом высоты пиков характеризуют вероятность процесса рассеяния с поглощением или испусканием  $n$  квантов. Хотя высоты распределений, полученных для волнового пакета, качественно согласуются с пиками, даваемыми теорией БФ, и определяются значением параметра многокvantовости, вероятности процессов с участием  $n$  квантов поля представляют собой интегралы от представленных кривых по энергии и в общем случае не согласуются с соответствующими значениями теории Бункина–Федорова. При этом широкое распределение электрона по конечной энергии в каждом канале с участием  $n$  фотонов фактически определяется шириной импульсного распределения в начальном электронном волновом пакете до рассеяния. Представленные данные свидетельствуют о том, что в случае рассеяния широкого в импульсном представлении электронного волнового пакета разделение энергетического спектра на каналы различного порядка многофотонности теряет физический смысл, поскольку в одну и ту же конечную энергию электрона дают вклад различные каналы. В этом случае конечный результат определяется суммированием амплитуд вероятностей всех имеющихся процессов. Поскольку не представляется возможным отделить падающий волновой пакет от рассеянного, плотность вероятности для двумерного импульсного распределения электрона в результате рассеяния в первом порядке теории возмущений принимает вид

$$\begin{aligned} |C_f(\theta_f, p_f)|^2 &= \left| C_p^{(0)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_p^{(1)n} \right|^2 = \\ &= |C_p^{(0)}|^2 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_p^{(1)n}|^2 + \\ &+ 2 \operatorname{Re} \left[ \underbrace{C_p^{(0)*} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_p^{(1)n}}_{I_1} + \underbrace{\sum_{n,k=-\infty, n \neq k}^{\infty} C_p^{(1)k*} C_p^{(1)n}}_{I_2} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Выражение (13) не учитывает истощения исходного состояния, что обусловлено использованием первого порядка теории возмущений. Однако оказывается возможным рассмотреть различные интерференционные эффекты, существенным образом влияющие как на энергетические, так и на угловые конечные распределения электрона после рассеяния.

Из выражения (13) следует, что возникает два типа интерференционных эффектов: между падающей и рассеянными волнами  $I_1$  и между рассеянными волнами, отвечающими процессам разного порядка многофотонности  $I_2$ . Для небольших значений напряженности внешнего лазерного поля относительная доля рассеявшейся части пакета невелика и конечное распределение слабо отличается от начального.

На рис. 2 представлены графики для суммарного спектра в случае более сильного поля, соответствующего параметру многокvantовости  $N_{pp'} = 8.76$ . Хорошо видно, что в этом случае поле достаточно сильное для того, чтобы проявились эффекты высокого порядка многофотонности, обусловленные ненулевым вкладом процессов с поглощением и испусканием большого числа квантов. В полном спектре теперь хорошо заметны отличия от начального распределения: возникает область, отвечающая малым энергиям, но, что более важно, хорошо виден высокоэнергетический «хвост», отвечающий энергии более чем в 100 эВ. Возникновение медленно спадающей высокоэнергетической части в энергетическом распределении электронов связано с проявлением каналов, отвечающих за большее число поглощенных квантов поля и их интерференцию, что приводит к новым механизмам эффективного разогрева электронов в экспериментах по ионизации кластеров ультракороткими лазерными импульсами.

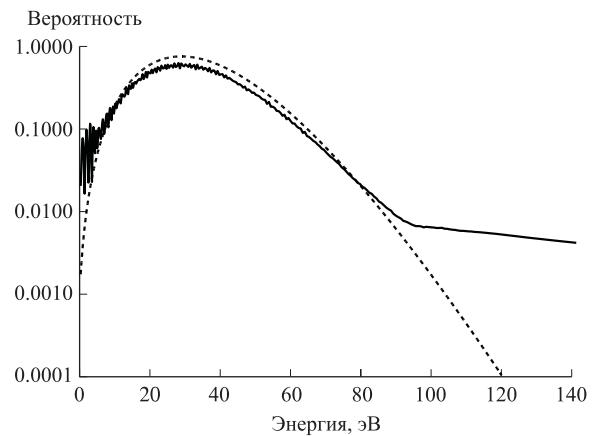


Рис. 2. Начальное энергетическое распределение электрона (штриховая линия), суммарное конечное энергетическое распределение электрона (сплошная линия) ( $E = 30$  эВ,  $r_0 = -120$  а.е.,  $\hbar\omega = 5$  эВ,  $\varepsilon_0 = 0.2$  а.е.,  $b = 2$  а.е.)

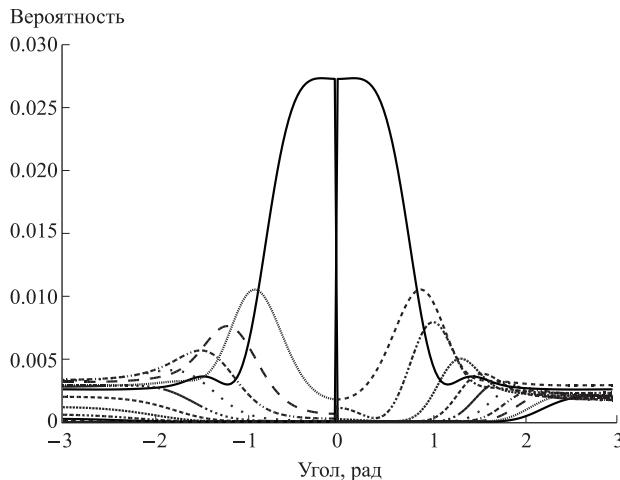


Рис. 3. Симметричные относительно начала координат угловые распределения для различного числа испущенных (область отрицательных углов) и поглощенных квантов (положительные углы) ( $E = 30$  эВ,  $r_0 = -120$  а. е.,  $\hbar\omega = 5$  эВ,  $\varepsilon_0 = 0.2$  а. е.,  $b = 2$  а. е.)

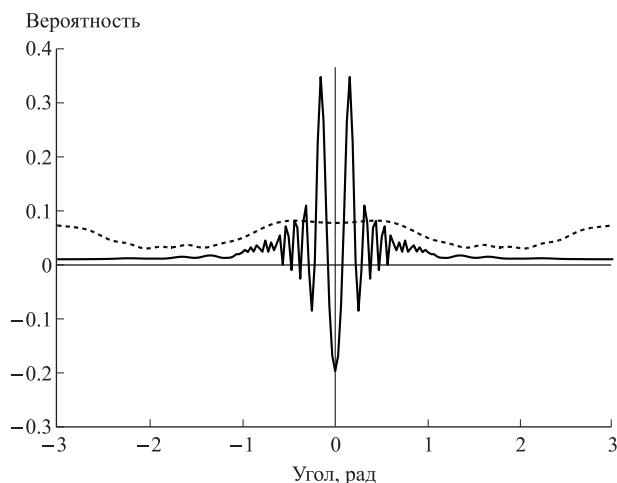


Рис. 4. Интерференционная часть углового распределения для широкого в импульсном представлении электронного волнового пакета (сплошная линия) и угловое распределение, даваемое теорией БФ (штриховая линия) ( $E = 30$  эВ,  $r_0 = -120$  а. е.,  $\hbar\omega = 5$  эВ,  $\varepsilon_0 = 0.2$  а. е.,  $b = 2$  а. е.)

Хотя начальное угловое распределение представляет собой гауссову функцию, однако за счет процессов различных порядков многоквантности в процессе рассеяния возникают новые угловые распределения, сильно отличающиеся от исходного (рис. 3). При этом все процессы, кроме процесса с  $n = 0$ , дают значительный вклад в область больших углов, что приводит к возникновению «крыльев» распределения на больших углах. Интерференция рассеянной части электронного волнового пакета с падающей волной в области малых углов оказывается превалирующей (рис. 4), что приводит к значительному отличию полученных результатов от углового распределения, даваемого теорией БФ, и изрезанности конечного распределения (рис. 5).

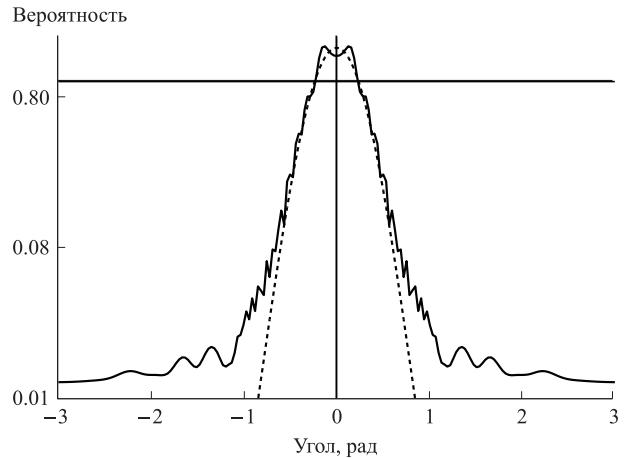


Рис. 5. Полное угловое распределение (сплошная линия), начальное распределение (штриховая линия) ( $E = 30$  эВ,  $r_0 = -120$  а. е.,  $\hbar\omega = 5$  эВ,  $\varepsilon_0 = 0.2$  а. е.,  $b = 2$  а. е.)

### Заключение

В настоящей работе был исследован процесс рассеяния свободного электронного волнового пакета, широкого в импульсном представлении, на неподвижном потенциальном центре в присутствии внешнего лазерного поля. Выбор широкого начального распределения связан с особенностью ионизации атомов в ультракоротких лазерных импульсах, при этом возможно рассеяние сформировавшегося пакета на соседних атомах и ионах в присутствии внешнего лазерного поля. Широкое начальное распределение приводит к значительным изменениям в спектральных и угловых распределениях: в одну и ту же энергию спектра вклад могут давать каналы, отвечающие за разное число поглощенных и испущенных квантов внешнего поля, в то время как теория Бункина–Федорова предсказывает набор узких по энергии пиков, разделенных энергией кванта, изменяется также и относительная вероятность каждого канала. Для достаточно сильных внешних полей, когда становится значительным вклад каналов высокого порядка многофотонности, в спектре возникает высокоэнергетический хвост, объясняющий интенсивный разогрев электронов при ионизации кластеров ультракороткими лазерными импульсами. Отметим, что в отличие от обычно классических эффектов в плазме указанные когерентные свойства электронных распределений имеют место вплоть до установления столкновительного термодинамического равновесия, при этом высокоэнергетическая часть спектра сохраняется существенно дольше за счет малости частоты столкновений при высоких энергиях. Интерференция рассеявшейся части электронного волнового пакета с прошедшей волной приводит к значительным изменениям в полном угловом распределении. Угловое распределение определяет транспортное сечение, поэтому интерференционные особенности могут оказать значительное влияние на проводимость плазмы в кластере.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-02-00317), Программы Президента РФ поддержки ведущих научных школ (грант НШ-133.2008.2), Фонда содействия отечественной науке (программа поддержки лучших студенческих НИР в области ядерной энергетики) и некоммерческого фонда «Династия» (программа поддержки студентов-физиков и молодых докторов наук).

### Список литературы

1. *Ditmire T., Tisch J.W.G., Springate E. et al.* // *Nature*. 1997. **386**. P. 54.
2. *Zamith S., Martchenko T., Ni Y. et al.* // *Phys. Rev. A*. 2004. **70**. P. 011201.
3. *Wabnitz H., Bittner L., de Castro A.R.B. et al.* // *Nature*. 2002. **420**. P. 482.
4. *Martchenko T., Siedschlag Ch., Zamith S. et al.* // *Phys. Rev. A*. 2005. **72**. P. 053202.
5. *Mikaberidze A., Saalmann U., Rost J.-M. et al.* // *Phys. Rev. A*. 2008. **77**. P. 041201(R).
6. *Saalmann U., Siedschlag Ch., Rost J.-M. et al.* // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2006. **39**. P. R39.
7. *Бункин Ф.В., Федоров М.В.* // *ЖЭТФ*. 1965. **49**. С. 1215.
8. *Бункин Ф.В., Казаков А.Е., Федоров М.В.* // *УФН*. 1972. **107**, № 4. С. 559.
9. *Kroll N.M., Watson K.M.* // *Phys. Rev. A*. 1973. **8**. P. 804.
10. *Geltman S.* // *Phys. Rev. A*. 1996. **53**. P. 3473.
11. *Wallbank B., Holmes J.K.* // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 1994. **27**. P. 5405.

### Interference effects in laser-stimulated Bremsstrahlung for wide in momentum representation electron wave packets

**I. A. Burenkov<sup>a</sup>, O. V. Tikhonova**

*D. V. Skobeltsyn Research Institute of Nuclear Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*

*E-mail:* <sup>a</sup>ivanburenkov@gmail.com.

The process of laser-stimulated multiphoton emission and absorption of spatially narrow electron wave packet during its scattering on the potential center is considered. In the framework of the perturbation theory the interaction potential, the angular and energy distributions for the scattered electron are obtained and analyzed. New mechanism of effective heating of plasma produced in a cluster due to the interaction with an intense ultrashort laser pulse is found. Drastic changes in angular distribution resulting from the interference between incident and scattered parts of electronic wave packet are observed.

*Keywords:* electron wave packet, laser-stimulated Bremsstrahlung, multiphoton process, quantum interference, effective laser-assisted cluster heating.

PACS: 36.40.Gk, 36.40.Mr, 32.80.Wr, 33.20.Xx.

*Received 7 November 2008.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 4(2009).

### Сведения об авторах

1. Буренков Иван Александрович — студент; тел.: 939-49-54, e-mail: ivanburenkov@gmail.com.
2. Тихонова Ольга Владимировна — докт. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., профессор; тел.: 939-49-54, e-mail: ovtikhonova@mail.ru.