

Трехмерная модель Гросса–Невё в условиях нарушения Лоренц-инвариантности

В. Ч. Жуковский^a, С. Г. Курбанов^b

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

E-mail: ^a*zhukovsk@phys.msu.ru*, ^b*serdar@front.ru*

Статья поступила 29.04.2009, подписана в печать 01.06.2009.

Изучена трехмерная модель Гросса–Невё с добавлением в лагранжиан члена b_μ , нарушающего Лоренц-инвариантность. Вычислен эффективный потенциал V_{eff} при условии, что член, нарушающий Лоренц-инвариантность, является как действительным, так и мнимым в пространстве Евклида. Получено уравнение щели и рассмотрены следствия введения b_μ с точки зрения нарушения симметрии теории.

Ключевые слова: модель Гросса–Невё, Лоренц-инвариантность, эффективный потенциал.

УДК: 539.12.01. PACS: 11.10.Kk, 04.60.Kz, 11.30.Cp.

Введение

Лоренц-инвариантность и СРТ-симметрия являются достаточно хорошо проверенными законами природы. Однако в последние годы стала широко обсуждаться возможность нарушения этих основных законов физики, были высказаны предположения, что эти симметрии являются лишь приближенными. Действительно, современная квантовая теория допускает нарушение Лоренц-инвариантности (и как следствие СРТ-симметрии) в результате спонтанного нарушения симметрии на фундаментальном уровне. Так, нарушение Лоренц-инвариантности может возникать, например, в теории струн [1, 2], квантовой гравитации [3, 4], некоммутативной теории поля [5–7], суперсимметричной теории [8].

Стандартная модель не располагает механизмами нарушения Лоренц-инвариантности, однако это нарушение может быть следствием нарушения в упомянутых выше более фундаментальных теориях. В спинорном секторе стандартной модели наиболее полный лагранжиан со всеми возможными поправками, нарушающими Лоренц-инвариантность, представлен в [9] («расширенная стандартная модель»):

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \bar{\Psi} \Gamma_\mu \partial^\mu \Psi - \bar{\Psi} M \Psi,$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma^\mu &= \gamma^\mu + c^{\mu\nu}\gamma_\nu + d^{\mu\nu}\gamma_5\gamma_\nu + e^\mu + i f^\mu\gamma_5 + \frac{1}{2}g^{\lambda\nu\mu}\sigma_{\lambda\nu}, \\ M &= m + a_\mu\gamma^\mu + b_\mu\gamma_5\gamma^\mu + \frac{1}{2}H^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}. \end{aligned}$$

В большинстве работ рассматривается влияние членов a_μ и b_μ (см., напр., [10, 11]). В обзорной статье [12] можно найти современные ограничения на добавку b_μ , полученные, в частности, при исследовании атомных систем:

$$|b_0| < 10^{-2} \text{ эВ}, \quad |\mathbf{b}| < 10^{-18} \sim 10^{-20} \text{ эВ}.$$

Как видно из этих оценок, ограничения на временную часть b_μ сейчас являются наиболее слабыми, поэтому многие авторы уделяют особое внимание рассмотрению именно этого члена (см., напр., [13]).

1. Эффективный потенциал

В настоящей работе рассматривается (2+1)-мерная модель Гросса–Невё (1), действие которой в пространстве Евклида записывается так:

$$S[\bar{\Psi}, \Psi] = \int d^3x \left[\bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\mu \Psi + \bar{\Psi} \gamma_3 \partial_3 \Psi - \frac{G}{2N} (\bar{\Psi} \Psi)^2 \right]. \quad (1)$$

Здесь $\mu = 1, 2$, первое измерение — пространственное, второе — временное, третье — дополнительное пространственное и γ — матрицы выбраны следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_1 = \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \\ \gamma_3 &= \gamma_5 = \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Эта модель изначально обладает $Z(2)$ -симметрией с инверсией третьего измерения, т. е.

$$\begin{aligned} \Psi_L(x_1, x_2, x_3)' &= \pm \Psi_L(x_1, x_2, -x_3), \\ \bar{\Psi}_L(x_1, x_2, x_3)' &= \pm \bar{\Psi}_L(x_1, x_2, -x_3), \\ \Psi_R(x_1, x_2, x_3)' &= \mp \Psi_R(x_1, x_2, -x_3), \\ \bar{\Psi}_R(x_1, x_2, x_3)' &= \mp \bar{\Psi}_R(x_1, x_2, -x_3). \end{aligned}$$

Введем в (1) нарушение Лоренц-инвариантности путем включения дополнительного члена с постоянным вектором b_μ , а также учетом конечную массу m , тогда получим

$$S[\bar{\Psi}, \Psi] = \int d^3x \left[\bar{\Psi} \gamma_j (\partial_j - ib_j) \Psi + \bar{\Psi} m \Psi - \frac{G}{2N} (\bar{\Psi} \Psi)^2 \right],$$

где $\mathbf{b} = (b_1; b_2; b_3)$ и $j = 1, 2, 3$.

Введем дополнительное поле $\Phi(x)$ и воспользуемся соотношением Хаббарда–Стратоновича:

$$\int d\Phi \exp \left\{ \int -d^3x \left[\bar{\Psi} \Phi \Psi - \frac{N}{2G} \Phi^2 \right] \right\} =$$

$$= \int d\Phi \exp \left\{ \int d^3x \frac{N}{2G} \left(\left[\Phi - \frac{G}{N} \bar{\Psi} \Psi \right]^2 - \left(\frac{G}{N} \right)^2 (\bar{\Psi} \Psi)^2 \right) \right\} = \\ = \text{const} \cdot \exp \left\{ - \int d^3x \frac{G}{2N} (\bar{\Psi} \Psi)^2 \right\}.$$

При больших N мы можем положить поле $\Phi(x)$ равным не зависящей от координат константе Φ . Тогда, вводя зависящее от $\bar{\Psi}, \Psi$, и Φ действие и используя соотношение Хаббарда–Стратоновича, получим:

$$S[\bar{\Psi}, \Psi, \Phi] = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \left[\bar{\Psi}(-k) (i\gamma_j(k_j - b_j) - \tilde{\Phi}) \Psi(k) \right] + \\ + \frac{N}{2G} V \Phi^2 - NV \Phi \frac{m}{G_c}, \quad (2)$$

где V — объем трехмерного пространства,

$$\frac{1}{G_c} = \frac{4}{(2\pi)^3} \int_0^\Lambda \frac{dE \cdot d^2p}{E^2 + p^2} = \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^\Lambda \frac{d^3k}{k^2} = \frac{\Lambda}{\pi^2}.$$

Последнее слагаемое в (2) возникло в результате перенормировки действия в однопетлевом приближении (при этом введено обрезание Λ), аналогичная перенормировка была проделана в [15]. Анализ перенормировки двумерной модели Гросса–Невё в главном порядке $1/N$ -разложения был также проведен в [16].

Производящий функционал записывается в следующем виде:

$$Z = \int d\bar{\Psi} d\Psi \exp \left\{ -S[\bar{\Psi}, \Psi] \right\} = \\ = \int d\bar{\Psi} d\Psi d\Phi \exp \left\{ -S[\bar{\Psi}, \Psi, \Phi] \right\}. \quad (3)$$

Отсюда при $\frac{\delta \ln Z}{\delta \Phi}(\Phi = \Phi_0) = 0$ получаем фермионный конденсат

$$\langle \bar{\Psi} \Psi \rangle = -\langle \Psi \bar{\Psi} \rangle = \frac{N}{G} (\Phi_0 - m). \quad (4)$$

Таким образом, при $\Phi_0 \neq m$ возникает ненулевое вакуумное среднее $\langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \neq 0$ и $Z(2)$ -симметрия нарушается.

Вводя эффективный потенциал V_{eff} согласно равенству $Z = \int d\Phi \exp \{-NV \cdot V_{\text{eff}}\}$ и взяв континуальный интеграл по $\bar{\Psi}, \Psi, \Phi$, получаем выражение для V_{eff} :

$$V_{\text{eff}} = \frac{\Phi^2}{2G} - \frac{m\Phi}{G_c} - \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \ln \left((\mathbf{k} - \mathbf{b})^2 + \tilde{\Phi}^2 \right), \quad (5)$$

где $\tilde{\Phi} = \Phi - m$.

Конденсат дираковских полей будет отсутствовать, и как следствие $Z(2)$ -симметрия не будет нарушена, если эффективный потенциал будет иметь единственный минимум в точке $\Phi_0 = m$, в противном случае симметрия будет нарушаться.

Случай без нарушения Лоренц-инвариантности и, кроме того, когда $m = 0$, рассмотрен в [14], где получено следующее выражение для эффективного потенциала:

$$V_{\text{eff}} = \frac{1}{6\pi} |\Phi|^3 - \frac{\Phi^2}{2} \left(\frac{1}{G_c} - \frac{1}{G} \right). \quad (6)$$

При этом уравнение щели $\partial V_{\text{eff}} / \partial \Phi = 0$ имеет следующее решение:

$$|\Phi_0| = 2\pi \left(\frac{1}{G_c} - \frac{1}{G} \right). \quad (7)$$

Как видно, при $G < G_c$ симметрия не будет нарушена, а при $G > G_c$ она нарушается.

Вектор \mathbf{b} может задаваться комплексным, действительным или смешанным (некоторые компоненты комплексные, некоторые — действительные). Для того чтобы выяснить, как нарушение Лоренц-инвариантности (при ненулевом \mathbf{b}) влияет на образование конденсата, вычислим значение эффективного потенциала в двух случаях — при действительном и чисто мнимом значениях \mathbf{b} в пространстве Евклида.

Вычисляя интеграл (5) в случае действительного \mathbf{b} , получаем

$$V_{\text{eff}} = \frac{\Phi^2}{2G} - \frac{m\Phi}{G_c} + \\ + \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{2}{3} \Phi^3 \left[\arctg \left(\frac{\Lambda + b}{\Phi} \right) + \arctg \left(\frac{\Lambda - b}{\Phi} \right) \right] - \\ - \frac{1}{8\pi^2 b} \ln \left((\Lambda + b)^2 + \Phi^2 \right) \left[\frac{1}{4} (\Phi^4 + \Lambda^4) - \frac{1}{12} b^4 + \frac{1}{2} \Lambda^2 \Phi^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \Lambda^2 b^2 - \frac{1}{2} b^2 \Phi^2 + \frac{2}{3} b \Lambda^3 \right] + \frac{1}{8\pi^2 b} \ln \left((\Lambda - b)^2 + \Phi^2 \right) \times \\ \times \left[\frac{1}{4} (\Phi^4 + \Lambda^4) - \frac{1}{12} b^4 + \frac{1}{2} \Lambda^2 \Phi^2 + \frac{1}{2} \Lambda^2 b^2 - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} b^2 \Phi^2 - \frac{2}{3} b \Lambda^3 \right] - \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{5}{6} \Lambda \Phi^2 + \frac{17}{18} \Lambda^3 + \frac{2}{3} \Lambda b^2 \right),$$

где $b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$, Λ — импульс обрезания. При $\Lambda \gg \Phi$, $\Lambda \gg b$ имеем

$$V_{\text{eff}} = \frac{\Phi^2}{2G} - \frac{(\Phi - m)^2}{2G_c} + \frac{|\Phi - m|^3}{6\pi} - \frac{b^2}{6G_c} - \frac{m\Phi}{G_c}. \quad (8)$$

Заметим, что при $m \rightarrow 0$ полученное выражение для эффективного потенциала будет совпадать с (6) с точностью до аддитивной поправки $\frac{b^2}{6G_c}$.

В случае мнимого \mathbf{b} можно переписать выражение (5) в виде

$$V_{\text{eff}} = \frac{\Phi^2}{2G} - \frac{m\Phi}{G_c} - \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \ln \left((\mathbf{k} - i\tilde{\mathbf{b}})^2 + \tilde{\Phi}^2 \right), \quad (9)$$

где $\tilde{\mathbf{b}}$ — уже действительный вектор с компонентами $(\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{b}_3)$ и $\tilde{b} = \sqrt{\tilde{b}_1^2 + \tilde{b}_2^2 + \tilde{b}_3^2}$.

Взяв интеграл (9) для V_{eff} , получаем действительное выражение

$$V_{\text{eff}} = \frac{\Phi^2}{2G} - \frac{m\Phi}{G_c} - \frac{1}{(2\pi)^2} \left[-\frac{17}{18} \Lambda^3 + \frac{5}{6} \Lambda \tilde{\Phi}^2 - \frac{1}{6} \Lambda \tilde{b}^2 \right] - \\ - \frac{1}{3} \frac{1}{(2\pi)^2} \Lambda^3 \ln \left((\Lambda^2 + \tilde{\Phi}^2 + \tilde{b}^2)^2 - 4\tilde{b}^2 \tilde{\Phi}^2 \right) - \\ - \frac{1}{16\pi^2 \tilde{b}} \left[(\Lambda^4 + 2\Lambda^2(\tilde{\Phi}^2 - \tilde{b}^2)) \arctg \left(\frac{2\Lambda \tilde{b}}{\Lambda^2 + \tilde{\Phi}^2 - \tilde{b}^2} \right) \right] - \\ - \frac{1}{16\pi^2 \tilde{b}} \left[(\tilde{\Phi} - \tilde{b})^3 \left(\frac{1}{3} \tilde{b} + \tilde{\Phi} \right) \arctg \left(\frac{\Lambda}{\tilde{\Phi} - \tilde{b}} \right) \right] +$$

$$+ (\tilde{\Phi} + \tilde{b})^3 \left(\frac{1}{3} \tilde{b} - \tilde{\Phi} \right) \operatorname{arctg} \left(\frac{\Lambda}{\tilde{\Phi} + \tilde{b}} \right) \Big].$$

При $\Lambda \gg \Phi$, $\Lambda \gg b$ имеем:

1) если $|\Phi - m| > \tilde{b}$, то

$$V_{\text{eff}} = \frac{\Phi^2}{2G} - \frac{(\Phi - m)^2}{2G} + \frac{|\Phi - m|^3}{6\pi} - \frac{m\Phi}{G_c}; \quad (10)$$

2) если $|\Phi - m| < \tilde{b}$, то

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}} = & \frac{\Phi^2}{2G} - \frac{(\Phi - m)^2}{2G_c} - \frac{m\Phi}{G_c} - \\ & - \frac{1}{32\pi\tilde{b}} \left[\frac{2}{3} \tilde{b}^4 - 4\tilde{b}^2(\Phi - m)^2 - 2(\Phi - m)^4 \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

2. Уравнение щели

В случае действительного b получаем уравнение щели $\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial \Phi} = 0$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi}{G} - \frac{m}{G_c} = & -\frac{\tilde{\Phi}}{4\pi^2 b} \left\{ \frac{1}{2} (\Lambda^2 + \tilde{\Phi}^2) \left[\ln \left((\Lambda - b)^2 + \tilde{\Phi}^2 \right) - \right. \right. \\ & - \ln \left((\Lambda + b)^2 + \tilde{\Phi}^2 \right) \left. \right] - 2\Lambda b + \\ & + 2b\tilde{\Phi} \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{\Lambda - b}{\tilde{\Phi}} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\Lambda + b}{\tilde{\Phi}} \right) \right) \Big\}. \end{aligned}$$

При $\Lambda \gg \Phi$, $\Lambda \gg b$ имеем

$$\frac{(\Phi - m)(|\Phi - m| - M)}{2\pi} - \frac{mM}{2\pi} = 0, \quad (12)$$

где $M = 2\pi \left(\frac{1}{G_c} - \frac{1}{G} \right)$.

Исследуем решения уравнения щели (12):

а) при $M > 0$ (т. е. $G > G_c$), экстремумы эффективного потенциала могут быть в точках

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= m + \frac{1}{2}M + \sqrt{\frac{1}{4}M^2 + Mm}, \\ \Phi_2 &= m - \frac{1}{2}M + \sqrt{\frac{1}{4}M^2 - Mm}, \\ \Phi_3 &= m - \frac{1}{2}M - \sqrt{\frac{1}{4}M^2 - Mm}. \end{aligned}$$

В первом случае в V_{eff} реализуется минимум при любых $M > 0$, $m > 0$, во втором — максимум и в третьем — минимум при $M > 4m$;

б) при $M < 0$ (т. е. $G < G_c$) эффективный потенциал V_{eff} имеет минимум в точке

$$\Phi_4 = m + \frac{1}{2}|M| - \sqrt{\frac{1}{4}M^2 + m|M|}.$$

Таким образом, при $M < 0$ V_{eff} имеет один минимум в точке Φ_4 (рис. 1, а), при $0 < M < 4m$ — также только один минимум в точке Φ_1 (рис. 1, б), а при $M > 4m$ он будет иметь минимумы в точках Φ_1 , Φ_3 и максимум в точке Φ_2 (рис. 1, в).

При $m \neq 0$ симметрия может быть восстановлена, только если V_{eff} имеет единственный минимум в точке $\Phi_0 = m$. Здесь этот случай не реализуется при любых M , m , b . Поэтому в случае действительного b

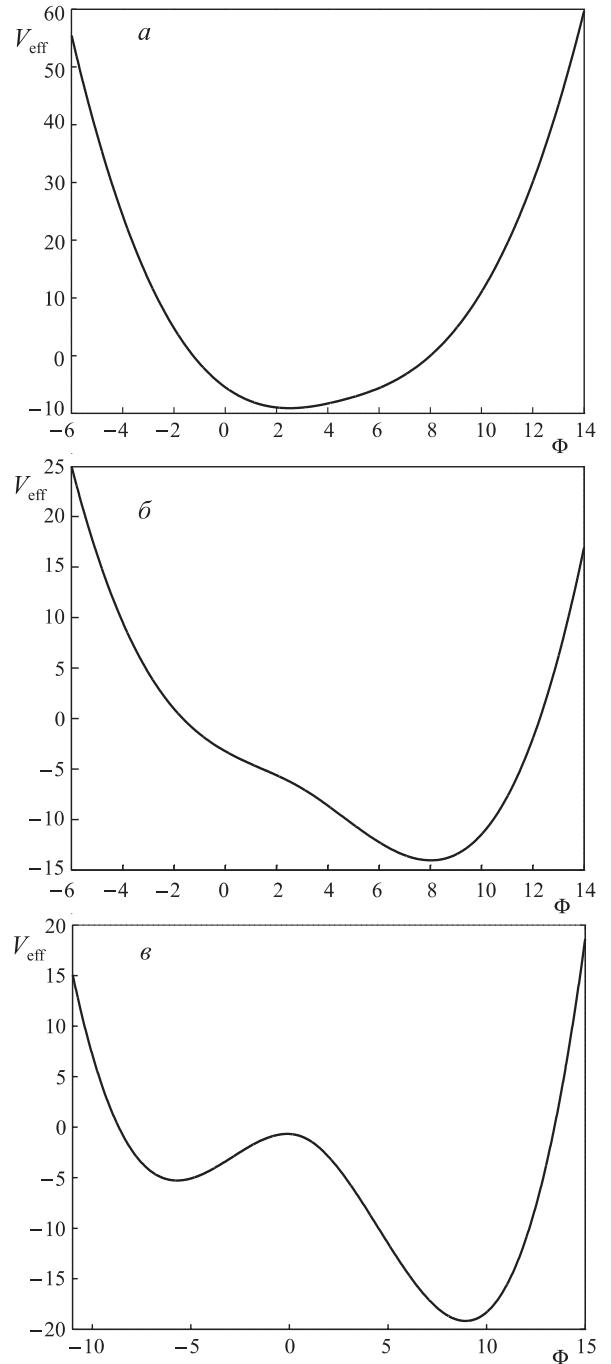


Рис. 1. Эффективный потенциал при действительном b с параметрами: $G = 0.8$, $G_c = 1$, $m = 4.5$, график имеет один минимум при $\Phi_4 = 2.51$ (а); $G = 2$, $G_c = 1$, $m = 3$, график имеет один минимум при $\Phi_1 = 8.02$ (б); $G = 4$, $G_c = 0.7$, $m = 0.8$, график имеет два минимума при $\Phi_1 = 8.93$, $\Phi_3 = -5.69$ и максимум при $\Phi_2 = -0.11$

$Z(2)$ -симметрия нарушена при любой величине введенной поправки, которая проявляется только в общем сдвиге эффективного потенциала.

Если $m = 0$, то эффективный потенциал V_{eff} определяется формулой (6) без нарушения Лоренц-инвариантности с аддитивной добавкой $-\frac{b^2}{6G_c}$. В этом случае симметрия будет нарушена при $G > G_c$ и будет сохраняться при $G < G_c$.

В случае мнимого \mathbf{b} после вычисления получаем уравнение щели в виде

$$\frac{\Phi}{G} - \frac{m}{G_c} = \frac{\tilde{\Phi}}{4\pi^2\tilde{b}} \left[\Lambda^2 \operatorname{arctg} \left(\frac{2\Lambda\tilde{b}}{\Lambda^2 + \tilde{\Phi}^2\tilde{b}^2} \right) + 2\Lambda\tilde{b} + (\tilde{\Phi} - \tilde{b})^2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\Lambda}{\tilde{\Phi} - \tilde{b}} \right) - (\tilde{\Phi} + \tilde{b})^2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\Lambda}{\tilde{\Phi} + \tilde{b}} \right) \right].$$

При $\Lambda \gg \Phi$, $\Lambda \gg b$ имеем

1) если $|\Phi - m| > \tilde{b}$, то

$$\frac{(\Phi - m)(|\Phi - m| - M)}{2\pi} - \frac{mM}{2\pi} = 0, \quad (13)$$

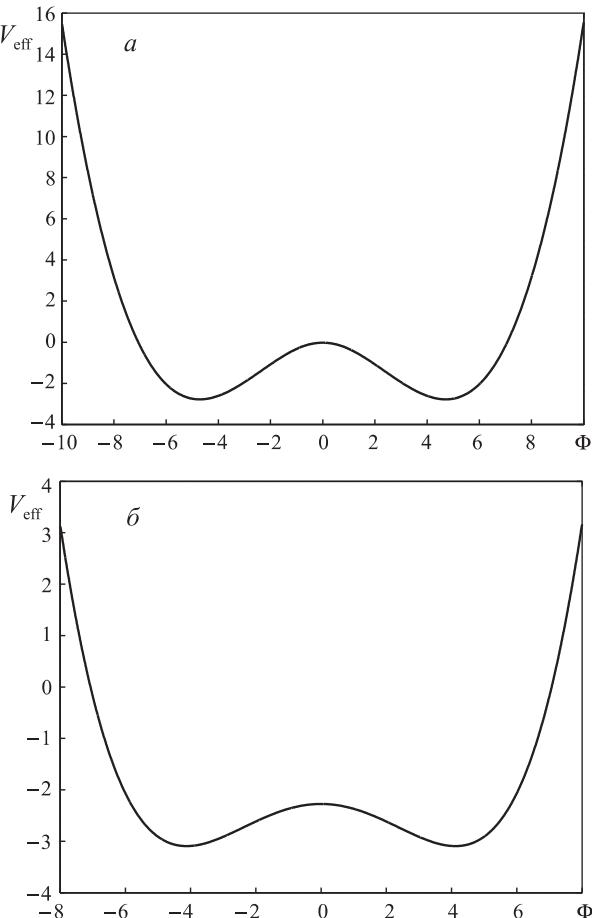
т. е. в этом случае решения будут совпадать с решениями уравнения щели (12) при действительном векторе \mathbf{b} ;

2) если $|\Phi - m| < \tilde{b}$, то

$$\frac{(\Phi - m)^3}{4\pi\tilde{b}} + \frac{(\Phi - m)\tilde{b}}{4\pi} - \frac{M}{2\pi}\Phi = 0. \quad (14)$$

Рассмотрим сначала случай, когда $m = 0$. При этом уравнение щели значительно упрощается, и мы получаем следующие возможности:

1) $G < G_c$. Реализуется, как и в теории без добавки \mathbf{b} , глобальный минимум при $\Phi_0 = 0$, т. е. $Z(2)$ -симметрия не нарушена;



Rис. 2. Эффективный потенциал при мнимом \mathbf{b} с параметрами: $m = 0$, $G = 2$, $G_c = 0.8$, $M = 4.71$, $\tilde{b} = 1.5 < M$, график имеет минимум при $\Phi_0 = \pm M$ (а); $m = 0$, $G = 4$, $G_c = 1$, $M = 4.71$, $\tilde{b} = 7$, $M < \tilde{b} < 2M$, график имеет минимум при $\Phi_0 = \pm \sqrt{2Mb - b^2} = \pm 4.12$ (б)

2) $G > G_c$, $\tilde{b} < M$. V_{eff} имеет два минимума при $\Phi_0 = \pm M$, т. е. поле Φ имеет ненулевое вакуумное среднее и симметрия нарушается (рис. 2, а);

3) $G > G_c$, $M < \tilde{b} < 2M$. Симметрия также нарушена, и вакуумное среднее равно $\Phi_0 = \pm \sqrt{2Mb - b^2}$ (рис. 2, б);

4) при $G > G_c$ и $\tilde{b} > 2M$, т. е. при достаточно больших \tilde{b} , симметрия восстанавливается, и снова вакуумное среднее равно нулю.

В общем случае ненулевой массы m анализ уравнения щели затрудняется тем, что необходимо найти нули кубического уравнения (14), что можно сделать в общем виде, однако это приводит к громоздким результатам. В итоге анализ уравнения щели в этом случае дает следующие условия, при которых симметрия восстанавливается:

$$\text{а) } \begin{cases} M < 0, \\ \tilde{b} > \sqrt{\frac{1}{4}M^2 + m|M|} - \frac{1}{2}|M|, \\ \tilde{b}(\tilde{b} - 2M)^3 \geq -m^2M^2, \\ \Phi_4 = \Phi_0 = m; \end{cases} \quad (15)$$

$$\text{б) } \begin{cases} M > 0, \\ \tilde{b} > \sqrt{\frac{1}{4}M^2 + mM} + \frac{1}{2}M, \\ \tilde{b}(\tilde{b} - 2M)^3 \geq -m^2M^2, \\ \Phi_4 = \Phi_0 = m, \end{cases} \quad (16)$$

где

$$\Phi_4 = m + \operatorname{sign}(M) \left[A + \frac{1}{3} \cdot \frac{\tilde{b}(2M - \tilde{b})}{A} \right],$$

$$A = \left(\tilde{b}m|M| + \sqrt{\tilde{b}^2M^2m^2 - \frac{\tilde{b}^3}{27}(2M - \tilde{b})^3} \right)^{1/3}.$$

Из выражений (15), (16) видно, что при фиксированных M , m восстановление $Z(2)$ -симметрии происходит при $\Phi_4 = m$, т. е. при некоторых дискретных значениях \tilde{b} . Поэтому восстановление симметрии не носит системного характера, в отличие от безмассового случая, где симметрия восстанавливается при всех $\tilde{b} > 2M$.

Заключение

В настоящей работе рассмотрена трехмерная модель Гросса–Невё с введением массы, а также нарушающего Лоренц-инвариантность члена с постоянным вектором \mathbf{b} и исследовано влияние этой добавки на исходную симметрию теории.

Показано, что появление действительного \mathbf{b} в лагранжиане теории дает лишь аддитивную поправку в V_{eff} , не влияющую на расположение минимума, поэтому при $m \neq 0$ симметрия нарушается при любом \mathbf{b} . При $m = 0$ симметрия будет нарушена при константе связи выше критической, $G > G_c$.

В случае введения мнимого \mathbf{b} и при $m = 0$ эффективный потенциал V_{eff} при $G < G_c$ имеет единственный минимум, как и в теории без нарушения Лоренц-инвариантности. При $G > G_c$ и $0 < \tilde{b} < 2M$ он будет иметь уже два минимума. При $G > G_c$ и $\tilde{b} > 2M$ эффективный

потенциал опять имеет один минимум при $\Phi = 0$, т. е. при достаточно больших значениях b $Z(2)$ -симметрия восстанавливается.

В случае, если b мнимый и $m \neq 0$, условия восстановления симметрии оказываются сложнее и записываются в виде (15), (16). Однако в этом случае восстановление симметрии происходит только при некоторых определенных значениях параметров m, M, b и не носит системного характера.

Список литературы

1. Kostelecky V.A., Potting R. // Phys. Rev. D. 1995. **51**. P. 3923.
2. Kostelecky V.A., Samuel S. // Phys. Rev. D. 1989. **39**. № 2.
3. Gambini R., Pullin J. // Phys. Rev. D. 1999. **59**. P. 124021.
4. Alfaro J., Morales-Tecotl H.A., Urrutia L.F. // Phys. Rev. Lett. 2000. **84**. P. 2318.
5. Carroll S.M., Harvey J.A., Kostelecky V.A. // Phys. Rev. Lett. 2001. **87**. P. 141601.
6. Bertolami O., Guisado L. // Phys. Rev. D. 2003. **67**. P. 025001.
7. Seiberg N., Witten E. // JHEP. 1999. **9909**. P. 32.
8. Nibbelink S.G., Bolokhov P.A., Pospelov M. // Phys. Rev. D. 2003. **72**. P. 015013.
9. Colladay D., Kostelecky V.A. // Phys. Rev. D. 1997. **55**. P. 6760; Phys. Rev. D. 1998. **58**. P. 116002.
10. Zhukovsky V.Ch., Lobanov A.E., Murchikova E.M. // Phys. Rev. D. 2006. **73**. P. 065016.
11. Frolov I.E., Zhukovsky V.Ch. // J. Phys. 2007. **A40**. P. 10625.
12. Andrianov A.A., Giacconi P., Soldati R. // Grav. Cosmol. Suppl. 2002. **8N1**. P. 41.
13. Kharlanov O.G., Zhukovsky V.Ch. // J. Math. Phys. 2007. **48**. P. 092302.
14. Bietenholz W., Gfeller A., Wiese U.-J. // JHEP. 2003. **0310**. P. 018.
15. Rosenstein B., Warr B.J., Park S.H. // Phys. Rev. D. 1989. **39**. № 10.
16. Klimenko K.G. // Theor. Mat. Phys. 1988. **75**. P. 487.

Three-dimensional Gross–Neveu model under the condition of Lorentz invariance violation

V. Ch. Zhukovsky^{1,a}, S. G. Kurbanov^{2,b}

Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^azhukovsk@phys.msu.ru, ^bserdar@front.ru.

The 3D Gross–Neveu model with Lorentz violating term b_μ is studied. The effective potential V_{eff} with a real or imaginary Lorentz violating term b_μ is calculated. The gap equation is obtained and the influence of the presence of an additional term b_μ on the symmetry of the theory is examined.

Keywords: Gross–Neveu model, Lorentz invariance, effective potential.

PACS: 11.10.Kk, 04.60.Kz, 11.30.Cp.

Received 29 April 2009.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 5(2009).

Сведения об авторах

1. Жуковский Владимир Чеславович — докт. физ.-мат. наук, профессор; профессор; тел.: (495)939-31-77, e-mail: zhukovsk@phys.msu.ru.
2. Курбанов Сердар Гельдимуратович — аспирант; e-mail: serdar@front.ru.