

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

**Эффект Казимира в (3+1)D электродинамике
Максвелла–Черна–Саймонса**В. Ч. Жуковский^a, О. Г. Харланов^b*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет,
кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.**E-mail: ^azhukovsk@phys.msu.ru, ^bokharl@mail.ru*

Статья поступила 16.09.2009, подписана в печать 13.10.2009

В рамках (3+1)-мерной электродинамики Максвелла–Черна–Саймонса с нарушением лоренц- и СРТ-инвариантности рассматривается электромагнитное поле между двумя параллельными проводящими пластинами. Для нахождения перенормированной вакуумной энергии (энергии Казимира) полученные в неявном виде энергии однофотонных состояний суммируются с помощью теоремы вычетов. Полученная в результате ведущая поправка к силе Казимира, квадратичная по отношению к константе Черна–Саймонса и усиливающая притяжение пластин, не совпадает с полученной в работе [1] на основе неверных уравнений движения. На основе экспериментальных данных по эффекту Казимира мы также налагаем ограничение сверху на константу Черна–Саймонса.

Ключевые слова: эффект Казимира, топологический член Черна–Саймонса, расширенная стандартная модель, нарушение лоренц-инвариантности.

УДК: 53.01, 530.145, 537.8. PACS: 12.60.-i, 12.60.Cn, 11.30.Cp, 11.10.Ef, 03.65.Pm.

Введение

В конце 1990-х годов для феноменологического описания процессов, предположительно связанных с «Новой физикой» (суперструнами, дополнительными размерностями, квантовой гравитацией и т. п.), при энергиях, гораздо меньших планковского масштаба $E_{Pl} \sim 10^{19}$ ГэВ, была разработана так называемая *расширенная стандартная модель* (PCM) (Standard Model Extension [2]). В ее основе лежит предположение, что при высоких (порядка E_{Pl}) энергиях в некоторой лоренц-инвариантной фундаментальной теории, описывающей «Новую физику», происходит спонтанное нарушение лоренц- и СРТ-инвариантности, приводящее к образованию ненулевых конденсатов полей планковского масштаба, преобразующихся при лоренцевых вращениях 4-мерной лабораторной системы отсчета как (псевдо)тензоры различных рангов. При этом взаимодействие сконденсировавшихся полей с низкоэнергетическими полями, рассматриваемыми в стандартной модели, приводит к образованию поправочных слагаемых к лагранжиану последней, имеющих вид свертки (псевдо)тензорной константы (конденсата) с полями из стандартной модели и их производными. В соответствии с данным сценарием PCM формулируется в виде набора поправок к лагранжиану стандартной модели, сохраняющих следующие ее свойства: инвариантность относительно лоренцевых вращений лабораторной системы отсчета, унитарность, микропричинность и сохранение 4-импульса. В минимальной PCM, которую мы и будем рассматривать, также постулируют перенормируемость всех вершин взаимодействия и $SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$ калибровочную инвариантность. Эти требования, вместе взятые, оставляют лишь конечный набор допустимых поправочных слагаемых.

В настоящей работе мы рассматриваем так называемую 4-мерную электродинамику Максвелла–Черна–Саймонса [3], являющуюся возможной модификацией электродинамики Максвелла в рамках минимальной PCM, в которой нарушаются лоренц- и СРТ-инвариантность. Мы изучаем ведущие поправки к фотонному эффекту Казимира [4] в этой теории, а именно зависимость силы притяжения между двумя параллельными проводящими пластинами в вакууме от расстояния между ними. В разд. 1 дается обзор общих свойств исследуемой теории. В разд. 2 решается квантово-механическая задача на собственные состояния для фотона между двумя проводящими пластинами. В результате энергии собственных состояний фотона оказываются заданными неявно в виде трансцендентного уравнения (17). Для получения вакуумной энергии (3) необходимо просуммировать энергии всех таких состояний, что и производится с помощью методов комплексного анализа в разд. 3. Дифференцирование перенормированной вакуумной энергии по расстоянию между пластинами и дает нам выражение (31) для силы Казимира, которое мы кратко обсуждаем и сравниваем с полученными ранее оценками [1].

**1. (3+1)D электродинамика
Максвелла–Черна–Саймонса**

После нарушения электрослабой симметрии $U(1)$ -сектор минимальной PCM принимает вид расширенной электродинамики, лагранжиан которой для одного фермионного поколения зависит от 10 (псевдо)тензорных констант, нарушающих лоренц-инвариантность [2]. Мы будем рассматривать ее частный случай, а именно 4-мерную электродинамику Максвелла–Черна–Саймонса, содержащую единственную нарушающую лоренц-инвариантность поправку в фотонном секторе

ре. Поскольку фермионный сектор этой теории не отличается от максвелловской электродинамики, для рассмотрения фотонного эффекта Казимира достаточно рассмотреть фотонный сектор электродинамики Максвелла–Черна–Саймонса

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\eta^\mu\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}A^\nu F^{\alpha\beta}, \quad (1)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, $\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}$ — тензор Леви–Чивиты с $\epsilon^{0123} = +1$. Слагаемое, содержащее псевдовекторную константу η^μ , называется членом Черна–Саймонса [5] и замечательно тем, что не нарушает калибровочную инвариантность действия $S = \int d^4x \mathcal{L}$, если только выполняются соответствующие граничные условия на потенциал A_μ . В часто рассматриваемом трехмерном аналоге данной теории η является псевдоскаляром и эффективно приводит к наличию массы у фотонов, в то же время не нарушая калибровочную инвариантность [6]. Как мы увидим ниже (15), в четырехмерном случае дисперсионное соотношение для фотонов оказывается гораздо более сложным. Необходимо отметить, что наличие ненулевого η^μ может быть связано с конденсацией аксионов [3], с фоновым кручением пространства–времени [7], а также с радиационными поправками в рамках РСМ [2, 8]. В нашем рассмотрении эффекта Казимира мы ограничимся чисто времениподобным случаем $\eta^\mu = \{\eta, \mathbf{0}\}$, в котором 00-компоненты канонического тензора энергии–импульса (ТЭИ) имеют вид

$$T_{\text{can}}^{00} = \frac{1}{2}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2) - \eta \mathbf{A} \cdot \mathbf{H} + \mathbf{E} \nabla \mathbf{A}^0, \quad (2)$$

причем при $\eta \neq 0$ ТЭИ нельзя ни сделать калибровочно-инвариантным, ни симметризовать [2]. Тем не менее можно показать [9], что в рассматриваемом нами случае параллельных проводящих пластин действие электромагнитного поля можно ограничить областью между пластинами, а сила Казимира, являющаяся производной от перенормированной энергии поля E_{vac} между пластинами по расстоянию D между ними, является калибровочно-инвариантной. В нашем случае выбора η^μ можно перейти к радиационной калибровке $\mathbf{A}^0 = 0$, $\text{div } \mathbf{A} = 0$ [8]. Тогда сама энергия вакуума будет выражаться через полусумму энергий однофотонных мод, как и в максвелловской электродинамике [9]:

$$E_{\text{vac}} = \int d^3x \langle T_{\text{can}}^{00} \rangle_0 = \sum_n \frac{\omega_n(D)}{2}, \quad (3)$$

где ω_n — энергии стационарных состояний одного фотона между пластинами, n — полный набор соответствующих квантовых чисел. Интегрирование производится по пространственной области между пластинами, а угловые скобки означают усреднение по электромагнитному вакууму между пластинами.

2. Однофотонные моды между параллельными проводящими пластинами

Однофотонные моды характеризуются волновыми функциями потенциала $\mathbf{A}_n(\mathbf{x})e^{\pm i\omega_n t}$. Введем декартовые координаты x, y, z так, чтобы пластины лежали в плоскостях $z = \pm a$, $a = D/2$, т. е. ось z положим перпендикулярной пластинам. Уравнения для искомых

волновых функций состоят из собственно уравнений Лагранжа для действия (1), калибровочного условия и граничных условий соответственно:

$$(\nabla^2 + \omega_n^2)\mathbf{A}_n = -2\eta \text{rot } \mathbf{A}_n, \quad |z| < a, \quad (4)$$

$$\text{div } \mathbf{A}_n = 0, \quad |z| < a, \quad (5)$$

$$(A_n)_x = (A_n)_y = 0, \quad |z| = a. \quad (6)$$

Собственные функции можно искать в виде $\mathbf{A}_n(\mathbf{x}) = Ne^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}\mathbf{f}(z)$, где $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, 0\}$, а N — нормировочный коэффициент, который нас не будет интересовать. В силу инвариантности относительно поворотов вокруг оси z можно выбрать оси x, y так, чтобы $k_x = k > 0$, $k_y = 0$. В этом случае уравнения (5), (6) примут вид

$$f_x = \frac{i}{k} \partial_z f_z, \quad (7)$$

$$f_{x,y}(\pm a) = 0, \quad \partial_z f_z(\pm a) = 0, \quad (8)$$

после чего из трех компонент уравнения (4) остаются только две независимые, из которых, используя (7), можно исключить f_x :

$$(k^2 - \omega_n^2 - \partial_z^2)k f_y = -2i\eta(k^2 - \partial_z^2)f_z, \quad (9)$$

$$(k^2 - \omega_n^2 - \partial_z^2)f_z = 2i\eta kf_y. \quad (10)$$

Эти уравнения вместе с граничным и калибровочным условиями обладают дополнительной симметрией, которую мы назовем z -четностью и обозначим $\hat{\Pi}$:

$$\hat{\Pi}A_i(x, y, z) = \left(\delta_{ij} - \frac{2\hat{k}_j\hat{k}_i}{\hat{k}^2} \right) A_j(x, y, -z), \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \{-i\partial_x, -i\partial_y, 0\},$$

$$\hat{\Pi}f_{y,z}(z) = f_{y,z}(-z), \quad \hat{\Pi}f_x(z) = -f_x(-z). \quad (12)$$

Положив теперь $\hat{\Pi}\mathbf{A}_n(\mathbf{x}) = \Pi\mathbf{A}_n(\mathbf{x})$, где $\Pi = \pm 1$, ибо $\hat{\Pi}^2 = \hat{1}$, мы можем искать $\mathbf{f}(z)$ в виде суперпозиции решений $\tilde{\mathbf{f}}^{(\Pi, \lambda)}(z)$, $\lambda = \pm 1$, с заданной четностью Π , но в отсутствие граничных условий (8):

$$\mathbf{f}(z) = \sum_{\lambda=\pm 1} C_\lambda \tilde{\mathbf{f}}^{(\Pi, \lambda)}(z). \quad (13)$$

Используя (9), (10), легко показать, что можно выбрать y, z -компоненты этих решений в виде

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_y^{(\Pi, \lambda)} \\ \tilde{f}_z^{(\Pi, \lambda)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i\lambda \cos \theta_\lambda \end{pmatrix} \varphi_\Pi(\varkappa_\lambda z), \quad \lambda, \Pi = \pm 1, \quad (14)$$

$$K_\lambda = -\eta\lambda + \sqrt{\omega_n^2 + \eta^2}, \quad (15)$$

$$\varkappa_\lambda = \sqrt{K_\lambda^2 - k^2}, \quad \theta_\lambda \equiv \arccos \frac{k}{K_\lambda},$$

$$\varphi_\Pi(\varkappa z) \equiv \begin{cases} \cos \varkappa z, & \Pi = +1, \\ \sin \varkappa z, & \Pi = -1. \end{cases} \quad (16)$$

Наложение граничных условий (8) на суперпозицию (13) приводит к системе однородных линейных уравнений на C_λ , детерминант которой должен обращаться в нуль для существования нетривиальных решений, что дает нам условие на собственные значения энергии ω_n

$$\text{g}_\Pi(\omega_n^2) \equiv \varphi_\Pi(\varkappa_+ a)\varphi_{-\Pi}(\varkappa_- a) \sin \theta_- + \varphi_\Pi(\varkappa_- a)\varphi_{-\Pi}(\varkappa_+ a) \sin \theta_+ = 0. \quad (17)$$

Как и предполагалось, решения ω_n этого уравнения симметричны относительно нуля. Более того, можно заметить, что они не зависят и от знака η . По этой причине далее мы будем считать, что $\eta \geq 0$. Можно также показать [9], что решения $\omega_n^2 \geq -\eta^2$, поэтому K_λ вещественны, а \varkappa_λ вещественны или чисто мнимы.

3. Энергия и сила Казимира

Мы будем подразумевать, что $D < \pi/2|\eta|$. В этом случае, как мы показали в [9], $\omega_n^2 \in [-\eta^2, +\infty)$, причем тахионные моды с $\omega_n^2 < 0$ существуют только при $k = |\eta|$ и составляют множество меры нуль в \mathbf{k} -пространстве. Вакуум поэтому можно считать квазистабильным и производить разложение фотонного поля по операторам рождения и уничтожения, на котором и основывались наши вычисления. По этой же причине тахионные моды вносят бесконечно малый вклад в вакуумную энергию, которая выражается в результате в виде суммы энергий положительно-частотных одночастичных мод, соответствующих $K_+ \geq 0$.

Как видно из (17), энергетический спектр однодиапазонных мод задан неявно в виде трансцендентного уравнения. Вакуумная энергия E_{vac} , отнесенная к площади пластины $L^2 \rightarrow \infty$, содержит сумму корней этого уравнения (3):

$$\frac{1}{L^2} E_{\text{vac}} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{k dk}{2\pi} D \sum_{\Pi=\pm 1} S_\Pi(D), \quad (18)$$

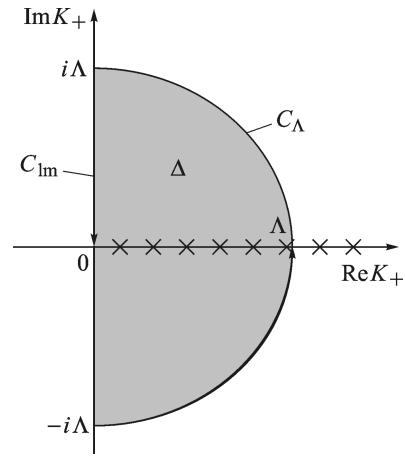
$$S_\Pi(D) = \frac{1}{D} \sum_{n_z} \omega_{k,\Pi,n_z} e^{-\omega_{k,\Pi,n_z}/\sqrt{k\Lambda}}, \quad (19)$$

где ω_{k,Π,n_z} — нули функции $g_\Pi(\omega^2)$, нумеруемые квантовым числом n_z . Здесь мы сразу применили мягкое обрезание, введя сглаживающий множитель $e^{-\omega_{k,\Pi,n_z}/\sqrt{k\Lambda}}$, $\Lambda \rightarrow \infty$. Соотношение (15) устанавливает взаимно однозначное соответствие между частотами $\omega \geq 0$ и $K_+ \geq 0$, поэтому далее мы будем в качестве параметра использовать именно K_+ , а $\omega = \sqrt{K_+ K_-} = \sqrt{K_+(K_+ + 2\eta)}$, причем корень понимается с разрезом по отрицательной полуоси. При $\Lambda \rightarrow \infty$ можно ограничить суммирование (19) только теми частотами, для которых $0 \leq K_+ \leq \Lambda$, поскольку все оставшиеся частоты в сумме дают в нее экспоненциально малый вклад.

Далее мы преобразуем сумму S_Π в контурный интеграл по комплексной K_+ -плоскости, используя теорему вычетов [10]. Для этого введем вместо функции g_Π мероморфную (т. е. определенную на всей комплексной плоскости и не имеющую в конечной части плоскости особых точек, отличных от полюсов) функцию

$$\tilde{g}_\Pi(K_+) \equiv \frac{g_\Pi(\omega^2)}{\varphi_\Pi(\varkappa_\lambda a)\varphi_\Pi(\varkappa_\lambda a)} = \operatorname{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a \sin \theta_+ + \operatorname{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a \sin \theta_-, \quad (20)$$

которая обладает теми же нулями, что и g_Π , при всех значениях k , кроме множества меры нуль. Поэтому вакуумная энергия не изменится, если мы будем понимать $S_\Pi(D)$ как сумму по всем нулям \tilde{g}_Π , а не g_Π , лежащим на отрезке $K_+ \in [0, \Lambda]$, что мы и предпримем. Теперь, согласно теореме вычетов для области Δ и охватываю-



Контур интегрирования. Крестиками обозначены нули функции \tilde{g}_Π

щего ее контура $C = \partial\Delta = C_{\text{im}} + C_\Lambda$ (см. рисунок), имеем

$$\begin{aligned} \oint_C \frac{dK_+}{2\pi i} \omega e^{-\omega/\sqrt{k\Lambda}} \frac{\partial \tilde{g}_\Pi / \partial K_+}{\tilde{g}_\Pi} &= \\ &= S_\Pi D + \sum_{K_+^{(l)}} \omega(K_+^{(l)}) e^{-\omega(K_+^{(l)})/\sqrt{k\Lambda}} \times \\ &\quad \times \operatorname{Res} \left[\frac{\partial \tilde{g}_\Pi / \partial K_+}{\tilde{g}_\Pi(K_+^{(l)})}, K_+ = K_+^{(l)} \right], \end{aligned} \quad (21)$$

где $K_+^{(l)}$ обозначают полюса $\partial \tilde{g}_\Pi / \partial K_+$, лежащие внутри Δ . Явно вычислив $\frac{\partial \tilde{g}_\Pi / \partial K_+}{\tilde{g}_\Pi}$, можно заметить, что вычеты этой функции при $K_+ = K_+^{(l)}$ можно заменить на равные им вычеты функции $\Psi_\Pi(K_+) = \Pi \left(\frac{\operatorname{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a}{\sin \theta_+} + \frac{\operatorname{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a}{\sin \theta_-} \right)$, последняя же не имеет особых точек, отличных от $K_+^{(l)}$. Тогда второе слагаемое в правой части (21) можно выразить в виде контурного интеграла, содержащего $\Psi_\Pi(K_+)$. После перенесения этого интеграла в левую часть (21) мы получим

$$\begin{aligned} S_\Pi &= \frac{\Pi}{2} \oint_C \frac{\omega e^{-\omega/\sqrt{k\Lambda}} dK_+}{2\pi i \tilde{g}_\Pi(K_+)} \times \\ &\quad \times \sum_{\lambda=\pm 1} \left(1 - \operatorname{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a \operatorname{tg}^\Pi \varkappa_{-\lambda} a \frac{\sin \theta_\lambda}{\sin \theta_{-\lambda}} + \frac{\Pi \operatorname{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a \cos^2 \theta_\lambda}{\varkappa_\lambda a} \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Для перенормировки нашего результата вычтем из него два вида расходимостей:

$$S_\Pi(D, \Lambda) \rightarrow S_\Pi^{\text{ren}}(D, \Lambda) = S_\Pi(D, \Lambda) - \frac{C_\Pi^{(1)}(\Lambda)}{D} - C_\Pi^{(2)}(\Lambda). \quad (23)$$

Слагаемое, содержащее $C_\Pi^{(1)}$, дает постоянный вклад в энергию вакуума и, очевидно, нефизично. Второе же слагаемое дает постоянный вклад в плотность энергии вакуума, равную силе, действующей на уединенную пластину со стороны одного из полупространств, на которые она делит пространство. В случае двух пластин соответствующий вклад в силу сокращается с силой,

действующей на пластину с ее «внешней» стороны, не обращенной ко второй пластине. Оказывается [9], можно показать, что интеграл по полуокружности C_Λ не содержит не обращающихся в нуль при $\Lambda \rightarrow \infty$ слагаемых, которые зависели бы от D , поэтому он может быть сокращен включением его во второй контурчен. Выделить же контурчины из интеграла по мнимой оси можно, рассмотрев предел $D \rightarrow \infty$, после чего перенормированное выражение для S_Π принимает вид

$$S_\Pi^{\text{ren}} = \frac{\Pi}{2} \int_{C_{\text{Im}}} \frac{\omega e^{-\omega/\sqrt{k\Lambda}} dK_+}{2\pi i \tilde{g}_\Pi(K_+)} \sum_{\lambda=\pm 1} (1 + \operatorname{tg}^\Pi \varkappa_\lambda a \Xi_{\Pi,\lambda}), \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Xi_{\Pi,\lambda} = & -\operatorname{tg}^\Pi \varkappa_{-\lambda} a \frac{\sin \theta_\lambda}{\sin \theta_{-\lambda}} + i\Pi \sigma \left(1 + \frac{\sin \theta_\lambda}{\sin \theta_{-\lambda}} \right) + \\ & + \sum_{\lambda'=\pm 1} \frac{\Pi \lambda' \cos^2 \theta_{\lambda'} \sin \theta_{-\lambda'}}{(\sin \theta_+ + \sin \theta_-) \varkappa_{\lambda'} a}, \end{aligned} \quad (25)$$

где $\sigma \equiv \operatorname{sgn} \operatorname{Im} K_+$. После некоторых преобразований и обезразмеривания всех импульсных переменных умножением на a мы получаем формулу для энергии Казимира

$$\begin{aligned} \frac{1}{L^2} E_{\text{vac}}^{\text{ren}} = & -\frac{1}{4\pi a^3} \int_0^\infty \frac{k dk}{2\pi} \times \\ & \times \sum_{\Pi=\pm 1} \int_{-\infty}^\infty \frac{\omega(K_+) dK_+}{\tilde{g}_\Pi} \sum_{\lambda=\pm 1} (1 - \operatorname{th}^\Pi \varkappa_\lambda \tilde{\Xi}_{\Pi,\lambda}), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Xi}_{\Pi,\lambda} = & 1 + (1 - \operatorname{th}^\Pi \varkappa_{-\lambda}) \frac{\operatorname{ch} \theta_\lambda}{\operatorname{ch} \theta_{-\lambda}} + \\ & + \sum_{\lambda'=\pm 1} \frac{\lambda \lambda' \operatorname{sh}^2 \theta_{\lambda'} \operatorname{ch} \theta_{-\lambda'}}{(\operatorname{ch} \theta_+ + \operatorname{ch} \theta_-) \varkappa_{\lambda'}}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\tilde{g}_\Pi = \operatorname{ch} \theta_+ \operatorname{th}^\Pi \varkappa_+ + \operatorname{ch} \theta_- \operatorname{th}^\Pi \varkappa_-, \quad (28)$$

$$\omega(K_+) = \sqrt{K_+ K_-}, \quad K_- = K_+ - 2i\eta a, \quad (29)$$

$$\varkappa_\lambda = \sqrt{K_\lambda^2 + k^2}, \quad \operatorname{sh} \theta_\lambda = \frac{k}{K_\lambda}. \quad (30)$$

Можно явно убедиться в том, что все интегралы сходятся, если корень в выражении для ω понимать в алгебраическом смысле, т. е. с разрезом по отрицательной полуоси. Энергия Казимира зависит от параметра η через безразмерную комбинацию ηa , поэтому при $|\eta a| \ll 1$ можно использовать разложение в ряд Тейлора. Вычисляя полученные в ведущих порядках разложения интегралы, мы получаем выражение для силы Казимира (вспомним также замечание о том, что последняя безразлична к знаку η):

$$f_{\text{Casimir}} = \frac{\partial}{\partial D} \frac{1}{L^2} E_{\text{vac}}^{\text{ren}} = \frac{\pi^2}{240D^4} \left(1 + \frac{25(\eta D)^2}{3\pi^2} + o((\eta D)^3) \right), \quad |\eta|D \ll 1, \quad (31)$$

причем нулевое приближение соответствует максвелловской электродинамике [4]. Как видим, квадратичная поправка усиливает притяжение пластин, причем ее относительный вклад по сравнению с нулевым прибли-

жением велик на расстояниях порядка $1/|\eta|$. На малых же расстояниях, где сила Казимира велика, поправка к ней несущественна.

Заключение

Как видим, нарушение лоренц-инвариантности может проявляться в изменении зависимости силы Казимира от расстояния между пластинами. Необходимо отметить, что рассмотренный нами частный случай расширенной электродинамики уже исследовался в [1], однако авторы необоснованно считали, что свободный фотон ведет себя как массивная частица с массой $2\sqrt{\eta_\mu^2}$, что имеет место лишь в (2+1)-мерной электродинамике Максвелла–Черна–Саймонса [6]. Их поправка к силе Казимира отличается от (31) знаком и коэффициентом.

Эксперименты по эффекту Казимира дают согласие со стандартной моделью в пределах 1–2% на расстояниях $D = 100$ –500 нм [11], что позволяет нам получить ограничение на величину η :

$$|\eta| \lesssim \sqrt{1\%} \cdot (500 \text{ нм})^{-1} \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}. \quad (32)$$

Эксперименты по эффекту Казимира с D порядка нескольких микрометров и точностью $\sim 10\%$ [12] позволяют усилить это ограничение в 3–4 раза.

Хотя полученное ограничение слабо по сравнению, например, с астрофизическими ограничениями на величину η , рассмотренный нами эффект является проявлением квантовой структуры вакуума с нарушенной лоренц-инвариантностью, поэтому представляет интерес для экспериментального исследования.

Авторы выражают благодарность профессору А. Б. Борисову и ведущему научному сотруднику А. Е. Лобанову за обсуждение основных идей настоящей публикации.

Список литературы

- Frank M., Turan I. // Phys. Rev. D. 2006. **74**. P. 033016.
- Colladay D., Kostelecký V.A. // Phys. Rev. D. 1998. **58**. P. 116002.
- Carroll S.M., Field G.B., Jackiw R. // Phys. Rev. D. 1990. **41**. P. 1231.
- Casimir H.B.G. // Proc. K. Ned. Akad. Wet. 1948. **51**. P. 793.
- Chern S.-S., Simons J. // Ann. Math. II. 1974. **99**, N 1. P. 48.
- Milton K.A., Ng Y.G. // Phys. Rev. D. 1990. **42**. P. 2875.
- Dobado A., Maroto A.L. // Phys. Rev. D. 1996. **54**. P. 5185.
- Andrianov A.A., Giacconi P., Soldati R. // JHEP. 2002. **0202**. P. 030.
- Kharlanov O.G., Zhukovsky V.Ch. // e-Print: arXiv:0905.3680 [hep-th].
- Markushevich A.I. Theory of Functions of a Complex Variable. AMS, New York, 1977.
- Harris B.W., Chen F., Mohideen U. // Phys. Rev. A. 2000. **62**. P. 052109.
- Antonini P., Bressi G., Carugno G. et al. // New J. Phys. 2006. **8**. P. 239.

Casimir effect within (3+1)*D* Maxwell–Chern–Simons electrodynamics**V. Ch. Zhukovsky^a, O. G. Kharlanov^b***Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.**E-mail:* ^a*zhukovsk@phys.msu.ru*, ^b*okharl@mail.ru*.

Within the framework of the Lorentz-violating (3+1)-dimensional extended electrodynamics including the Lorentz-violating CPT-odd Chern–Simons term, we consider the electromagnetic field between the two parallel perfectly conducting plates. We find the one-particle eigenstates of such a field, as well as the implicit expression for the photon energy spectrum. In order to find the leading Chern–Simons correction to the vacuum energy, we renormalize and evaluate the sum over all one-particle eigenstate energies using the residue theorem. The resulting correction to the Casimir force, which is attractive and quadratic in the Chern–Simons term, disagrees with the one calculated in [1] and based on wrong equations of motion. Compared with the experimental data, our result places a constraint on the absolute value of the Chern–Simons term.

Keywords: Casimir effect, standard model extension (SME), topological Chern–Simons term, Lorentz violation.

PACS: 12.60.–i, 12.60.Cn, 11.30.Cp, 11.10.Ef, 03.65.Pm.

Received 16 September 2009.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 1(2010).

Сведения об авторах

1. Жуковский Владимир Чеславович — докт. физ.-мат. наук, профессор, профессор; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: zhukovsk@phys.msu.ru.
2. Харланов Олег Георгиевич — аспирант; тел.: (495) 939-31-77, e-mail: okharl@mail.ru.