

ФИЗИКА ЗЕМЛИ, АТМОСФЕРЫ И ГИДРОСФЕРЫ

Солитонная теория шквальных бурь

С. А. Арсеньев^а, Н. К. Шелковников^б*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.**E-mail: ^аarsenyeov@yandex.ru, ^бshelkovnikov@phys.msu.ru*

Статья поступила 01.10.2009, подписана в печать 22.04.2010

Построена теория шквальных бурь. Результаты сравниваются с наблюдениями.

Ключевые слова: тропосфера, шквальная буря, солитон, температурная инверсия, длинные гравитационные волны, турбулентное перемешивание, ураганный ветер.

УДК: 551.510. PACS: 92.60.Qx, 92.60.Fm, 92.60.Gn, 92.60.hk, 47.35.Fg.

Введение

Шквальная буря, по определению, — это кратковременное и сильное увеличение средней скорости ветра без вращения в районах тяжелых штормов или при прохождении быстрых циклонов, несущих облачность и дожди [1]. На рис. 1 показан пример шквальной бури: на фоне слабого юго-западного ветра появляется сильное солитонное возмущение в виде северо-западного ветра с максимумом скорости 31 м/с. Ветровой солитон очень узок, за 10 мин скорость ветра возрастает от 3 до 31 м/с, а затем в течение 15 мин падает до 2 м/с. Общее время существования бури $t_* = 25$ мин. Характерное для смерчей и торнадо вращение воздуха отсутствует [1, с. 147].

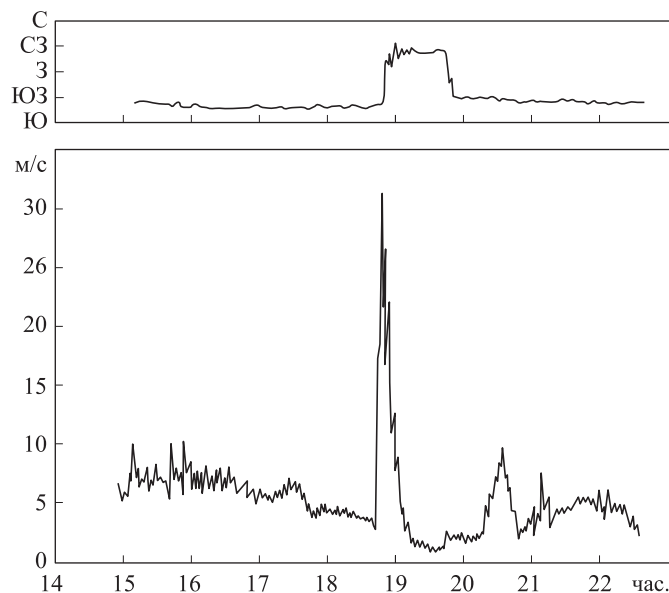


Рис. 1. Изменение направления (вверху) и скорости (внизу) ветра при прохождении шквальной бури [1, рис. 80]

Шквальные бури приводят к катастрофам на море. Например, в марте 1878 г. английский фрегат «Эвридик» был опрокинут шквальной бурей и практически мгновенно затонул вместе с экипажем. Такая

же участь постигла и русский броненосец «Русалка» 19 сентября 1893 г. в Балтийском море, погибли 178 моряков [1]. На суше шквальные бури могут разрушить легкие строения и создать бурелом в лесу. Например, в Подмосковье 29 мая 1937 г. ураганная шквальная буря со скоростью ветра до 35 м/с и длительностью всего 10 мин вызвала значительные разрушения дачных поселков: деревья опрокидывались вместе с корнями, срывались крыши с домов, сносились заборы, были разбиты стекла в окнах [1], вращения ветра не было. В Сан-Франциско 21 ноября 1910 г. шквальная буря атаковала укрепленные городские дома. Они устояли, хотя и наблюдалось их сильное дрожание. Длительность бури составляла всего 2 мин, причем скорость ветра достигала 100 км/ч. Д. В. Наливкин [1, с. 148] отмечает: «Как будто над городом пронеслась одна громадная, длинная и узкая воздушная волна».

Характерной чертой шквальных бурь является наличие облаков, на нижней границе которых имеется тонкий слой инверсии. Внутри инверсии температура растет с высотой, а выше и ниже нее температура с высотой падает (рис. 2). Возникновение инверсии несколько выше уровня конденсации, т. е. немногим выше нижней границы облаков, связано с тем, что внутри облака температура увеличивается за счет выделения

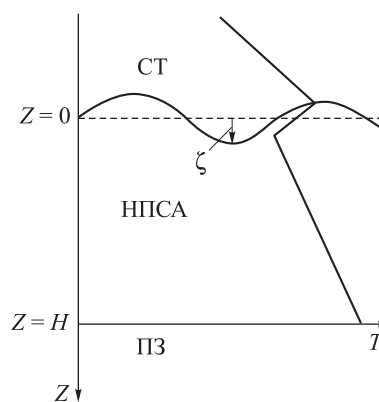


Рис. 2. Система координат и температура воздуха в нижнем пограничном слое атмосферы и в средней тропосфере. Положение слоя инверсии обозначено линией ζ

скрытой теплоты парообразования. Существенно, что инверсия обладает запирающими свойствами. Объем воздуха, поднявшийся снизу в слой инверсии, оказывается холоднее окружающего воздуха и выталкивается силами Архимеда вниз. Аналогично выталкивается обратно вверх более теплый воздух, поступивший в инверсию сверху. Это позволяет моделировать инверсию поверхностью тока $\zeta(x, y)$. Здесь могут существовать горизонтальные скорости ветра u, v , а вертикальная скорость w подчиняется условию непротекания [2]: при $z = \zeta$

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \quad (1)$$

Кроме того, вертикальные турбулентные напряжения на инверсии должны быть непрерывны: при $z = \zeta$

$$T_x^z = T_x^0, \quad T_y^z = T_y^0. \quad (2)$$

Здесь T_x^z, T_y^z — турбулентные напряжения в нижнем пограничном слое атмосферы (НПСА), T_x^0, T_y^0 — турбулентные напряжения на нижней границе средней тропосферы (СТ), ζ — возмущение уровня поверхности инверсии, ось z направлена вниз от невозмущенного уровня $z = 0$, поверхность Земли (ПЗ) находится на уровне $z = H$ (рис. 2).

Если инверсия в каких-либо местах оказывается разрушенной очень сильными восходящими движениями, то условие (1) места не имеет и воздух стекает к этим пятнам, образуя мощные грозовые облака Сб [3]. Если же вертикальные движения недостаточны для разрушения инверсии, то условие (1) выполняется и на поверхности инверсии возникают гравитационные волны. Задачу об изучении этих волн на поверхности раздела с разными температурами и скоростями ветра впервые поставили еще в XIX в. Кельвин и Гельмгольц. Полное решение этой задачи с учетом сжимаемости воздуха и изменчивости температуры получил в 1947 г. Д. Л. Лайтман [4] — оно описывает внутренние волны в тропосфере. Однако основная мода, соответствующая гравитационным волнам в однородной по плотности атмосфере, в этом решении пропущена. Между тем она появляется при анализе приливных уравнений Лапласа в атмосфере [5], и учет движений в НПСА, связанных с этой модой, является практически важной задачей. В настоящей работе эта задача решается для длинных гравитационных волн, для которых имеет место условие статики атмосферы

$$g\rho = \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (3)$$

Для этих волн длина волны λ значительно превышает толщину H ($\lambda \gg H$).

Постановка задачи

Входящие в уравнения (3) плотность ρ и давление p воздуха изменяются с высотой. Для того чтобы найти эти изменения, надо привлечь уравнение состояния

$$p = R_c \rho T, \quad (4)$$

где $R_c = 287 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ К}$ — удельная газовая постоянная сухого воздуха. Эффекты влажности не имеют значения в НПСА на высотах ниже уровня конденса-

ции, которая практически совпадает с уровнем $z = 0$ (рис. 2). Поскольку нас интересуют движения внутри НПСА при $z \geq \zeta$, влиянием влажности мы в дальнейшем пренебрежем. Прологарифмируем (4) и возьмем от результата производную по z . Получим

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dz}. \quad (5)$$

Подставляя в (5) давление p из (4), а градиент dp/dz из (3), найдем

$$\frac{g}{TR_c} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dz}.$$

Отсюда находим закон, определяющий изменение плотности с высотой

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = \frac{1}{T} (\gamma_0 - \gamma), \quad (6)$$

где $\gamma = dT/dz$, $\gamma_0 = g/R_c = 3.42 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}/\text{м}$ — постоянная величина. Она имеет смысл градиента температуры в однородной по плотности атмосфере, так как $d\rho/dz = 0$ при $\gamma_0 = \gamma$.

При $\gamma > \gamma_0$ плотность воздуха растет с высотой $d\rho/dz < 0$. Эта ситуация наблюдается редко, например при интенсивном прогреве НПСА в дневное время летом. Она соответствует неустойчивому состоянию атмосферы, так как тяжелый воздух находится наверху, а легкий внизу и $\gamma > \gamma_0 > \gamma_a$, где $\gamma_a = 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}/\text{м}$ — сухоадиабатический градиент температуры. При охлаждении НПСА в штормовую погоду $\gamma \cong \gamma_0$, что соответствует однородной по плотности атмосфере. Случай $\gamma > \gamma_0$, когда плотность воздуха убывает с высотой, наблюдается наиболее часто, например выше НПСА в СТ практически всегда. Он соответствует устойчивой стратификации, когда тяжелый воздух находится внизу. В дальнейшем мы будем рассматривать случай $\gamma \cong \gamma_0$, при котором стратификация внутри НПСА неустойчива ($\gamma_0 > \gamma_a$). Это означает, что воздух внутри НПСА турбулизирован за счет конвекции и вертикальных сдвигов средней скорости ветра.

Условие $\rho = \text{const}$ позволяет проинтегрировать (3) по вертикали от $z = \zeta$ до z и найти закон изменения давления воздуха с высотой внутри НПСА

$$p = p_0 + g\rho(z - \zeta), \quad (7)$$

где p_0 — давление на уровне $z = \zeta$.

Направим ось x вдоль ветрового течения на нижней границе СТ и обозначим скорость ветра на этой границе буквой W . Сильные ветра в СТ приводят к квадратичному закону сопротивления на инверсии. То есть при $z = \zeta$

$$T_x^0 = C_g W^2, \quad (8)$$

где C_g — коэффициент сопротивления. В формулах (8), (2) тангенциальное напряжение ветра отнесено к плотности воздуха $\rho = 1.3 \text{ кг}/\text{м}^3$. Возникающие под действием ветра W течения внутри НПСА направлены также вдоль оси x , так как мы пренебрегаем силой Кориолиса из-за небольших толщин НПСА: $H \in [500, 2000]$ м. Таким образом, поперечные течения вдоль оси y становятся несущественными, и мы можем записать уравнения движения и неразрывности в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial T_x^z}{\partial z} + A_L \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

где A_L — коэффициент горизонтальной сдвиговой турбулентной вязкости. Уравнения (9), (10) содержат турбулентные напряжения и вертикальные скорости w внутри НПСА, от которых можно избавиться интегрированием по вертикали от $z = \zeta$ до $z = H$. В результате уравнение (10) принимает вид

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x}, \quad (11)$$

где $S = \int_{\zeta}^H u dz$ — полный поток. При выводе (11) мы учли граничные условия (1), (2) и

$$u = w = 0 \quad \text{при} \quad z = H. \quad (12)$$

Из уравнения (9) легко исключить давление, используя закон (7):

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^0}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \quad (13)$$

Уровень инверсии ζ удобно представить в виде суммы статической ζ_s и динамической ζ_d составляющих: $\zeta = \zeta_s + \zeta_d$. Тогда если статические наклоны уровня инверсии уравниваются градиентами давления на инверсии

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial x} = g \frac{\partial \zeta_s}{\partial x},$$

то уравнение (13) можно записать в виде

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -g \frac{\partial \zeta_d}{\partial x}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (9) и опуская индекс d (в дальнейшем рассматриваются только динамические наклоны уровня ζ_d), найдем

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial T_x^z}{\partial z} + A_L \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (15)$$

Проинтегрируем уравнение (15) по z в пределах НПСА. Получим

$$\frac{\partial S}{\partial t} = gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} - T_x^H + T_x^0 + A_L \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}. \quad (16)$$

Система двух уравнений (16) и (11) относительно двух неизвестных S и ζ замкнута, если известны турбулентные напряжения на верхней и нижней границах НПСА или их связь с S или ζ .

Решение задачи

Будем искать решение этой системы в виде волны, бегущей со скоростью V : $S = F(x + Vt)$. Тогда уравнение (11) даст алгебраическую связь между S и ζ . Обозначая $\chi = x + Vt$, получим (индекс χ при F обозначает производную по χ)

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x} &= F_\chi, & \frac{\partial S}{\partial t} &= F_\chi V, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= \frac{\partial S}{\partial x} = F_\chi &= \frac{1}{V} \frac{\partial S}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S}{V} \right). \end{aligned}$$

Отсюда, интегрируя по времени t , находим

$$S = \zeta V, \quad (17)$$

так как константа интегрирования равна нулю (при $S = 0$ и $\zeta = 0$). Формула (17) позволяет исключить уровень ζ из уравнения (16):

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{gH}{V} \frac{\partial S}{\partial x} - T_x^H + T_x^0 + A_L \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}. \quad (18)$$

Для напряжения трения на нижней границе НПСА можно принять известный в теории длинных волн [6–8] закон

$$T_x^H = \omega_T S. \quad (19)$$

Здесь ω_T — частота трения, которую можно оценить по формуле (8):

$$\omega_T = \frac{3A}{H^2(1-n)^2}, \quad (20)$$

где $n = z_0/H$, z_0 — высота выступов шероховатости на поверхности Земли и A — коэффициент сдвиговой турбулентной вязкости. С другой стороны — напряжения трения на верхней границе НПСА определяется формулой (8). Входящую в нее скорость ветра W на нижней границе СТ можно связать со скоростью ветра на верхней границе НПСА u° соотношением

$$u^\circ = kW, \quad (21)$$

где k — ветровой коэффициент. Если скорость ветра при переходе через инверсию не терпит разрыв, то $k = 1$. В противном случае $0 < k < 1$, так как скорость ветра убывает с высотой. Отметим, что формула (21) используется в физике океана для связи скорости ветра в приземном слое атмосферы со скоростью течения на поверхности океана [9, 10].

Полный поток S можно выразить через скорость ветра u° , если задаться определенной моделью распределения скорости ветра по высоте внутри НПСА (логарифмический, параболический или какой-либо другой закон). Простейшей моделью является модель плиты (slab-model), в которой все части движутся с одинаковой скоростью $u^\circ = u$, за исключением тонкого приземного слоя атмосферы, толщиной порядка 10 м, где скорость резко убывает до нуля. Трение тогда сосредоточено вблизи уровня $z = H$, где выполняется соотношение (19). Для модели плиты $S = uH$ и формулу (8) можно записать в виде

$$T_x^0 = \frac{C_g}{k^2 H^2} S^2. \quad (22)$$

Подставляя (22) и (19) в (18), получим уравнение для S

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{gH}{V} \frac{\partial S}{\partial x} + \alpha S^2 - \omega_T S + A_L \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}, \quad (23)$$

где обозначено $\alpha = C_g/k^2 H^2$.

Вспомним теперь, что мы ищем решение в виде бегущей волны $S = F(\chi)$. Тогда $\partial S/\partial t = VF_\chi$, $\partial S/\partial x = F_\chi$, $\partial^2 S/\partial x^2 = F_{\chi\chi}$ и уравнение (23) принимает вид

$$A_L F_{\chi\chi} + \alpha S^2 - \omega_T S - V \left(1 - \frac{gH}{V^2} \right) F_\chi = 0. \quad (24)$$

Для волн, бегущих со скоростью $V = (gH)^{1/2}$, уравнение (24) переходит в уравнение

$$A_L F_{\chi\chi} + \alpha S^2 - \omega_T S = 0. \quad (25)$$

Его легко решить, умножая на F_χ :

$$\frac{A_L}{2} \frac{d}{d\chi} \left[\left(\frac{dF}{d\chi} \right)^2 \right] + \frac{\alpha}{3} \frac{dF^3}{d\chi} - \frac{\omega_T}{2} \frac{dF^2}{d\chi} = 0. \quad (26)$$

Отсюда, интегрируя, найдем

$$\left(\sqrt{\frac{3A_L}{2\alpha}} \right) F_\chi = F \sqrt{\beta - F}, \quad (27)$$

где $\beta = (3/2)(\omega_T/\alpha)$. Константа интегрирования обращается в нуль, так как $F \rightarrow 0$, $F_\chi \rightarrow 0$ при $\chi \rightarrow \infty$.

В уравнении (27) переменные разделяются:

$$\frac{dF}{F \sqrt{\beta - F}} = d\chi \sqrt{\frac{2\alpha}{3A_L}}.$$

Отсюда, интегрируя еще раз, получим

$$-\frac{2}{\sqrt{\beta}} \text{Arth} \left(\sqrt{\frac{\beta - F}{\beta}} \right) = \chi \sqrt{\frac{2\alpha}{3A_L}},$$

или

$$\sqrt{\frac{\beta - F}{\beta}} = -\text{th} \left(\chi \sqrt{\frac{\alpha\beta}{6A_L}} \right). \quad (28)$$

Имеет место тождество $\text{th}^2 x \equiv 1 - \text{sech}^2 x$. Следовательно,

$$\frac{\beta - F}{\beta} = 1 - \text{sech}^2 \left(\chi \sqrt{\frac{\alpha\beta}{6A_L}} \right).$$

Таким образом,

$$S = F = \beta \text{sech}^2(\chi/\Delta), \quad (29)$$

$$u = (\beta/H) \text{sech}^2(\chi/\Delta), \quad (30)$$

$$\zeta = [\beta/(gH)^{1/2}] \text{sech}^2(\chi/\Delta). \quad (31)$$

Здесь

$$\Delta = \sqrt{\frac{4A_L}{\omega_t}} = H(1-n) \sqrt{\frac{4A_L}{3A}} \quad (32)$$

— ширина солитонов (29)–(32).

Используя решение (31) и (7), находим изменения давления в НПСА

$$p = p^0 + g\rho z - g\rho \frac{\beta}{\sqrt{gH}} \text{sech}^2 \left(\frac{\chi}{\Delta} \right). \quad (33)$$

В частности, на поверхности Земли, при $z = H$

$$P = p_0 + g\rho H - g\rho \frac{\beta}{\sqrt{gH}} \text{sech}^2 \left(\frac{\chi}{\Delta} \right). \quad (34)$$

Из (30) и (34) видно, что при прохождении шквальной бури давление падает, а скорость ветра возрастает. Время длительности шквальной бури можно оценить по формуле

$$t_* = \frac{\Delta}{V} = \sqrt{\frac{4A_L}{g\omega_T H}}. \quad (35)$$

В качестве примера на рис. 3 и 4 приведены расчеты колебаний приземного давления и скорости ветра при следующих значениях параметров: $C_g = 10^{-2}$, $k = 0.7$, $H = 980$ м, $p_0 = 888.4$ гПа,

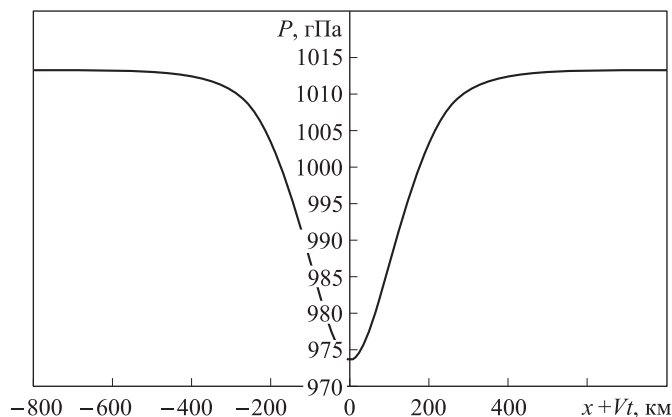


Рис. 3. Расчет изменения давления P у поверхности Земли при прохождении шквальной бури. Минимальное давление равно 973.756 гПа, максимальное соответственно 1013.25 гПа. Аномалия давления равна 34.49 гПа

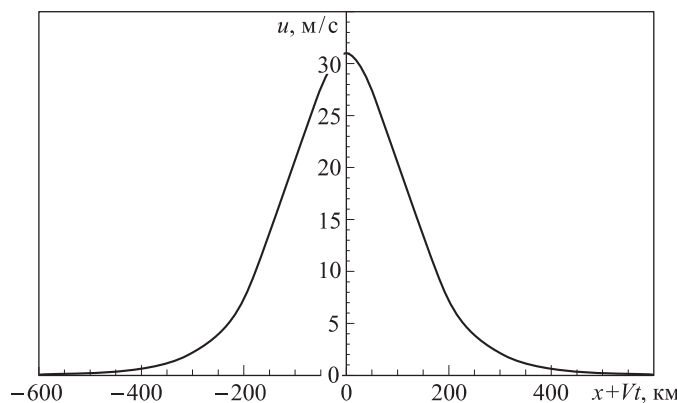


Рис. 4. Расчет изменения скорости ветра у поверхности Земли при прохождении шквальной бури. Максимальная скорость равна 31 м/с

$g = 9.8$ м/с², $\rho = 1.3$ кг/м³, $z_0 = 0.05$ м (трава, рожь), $A = 129.7$ м²/с, $A_L = 2.16 \cdot 10^6$ м²/с. В этом случае $\Delta = 147 \cdot 10^3$ м, $\beta = 30380$ м²/с, $\alpha = 2.08 \cdot 10^{-8}$. Из рис. 3, 4 мы видим, что максимальная скорость ветра достигает 31 м/с, время ее прохождения (35) составляет 25 мин, что соответствует наблюдениям (рис. 1). Минимальное давление равно 973.76 гПа, а ширина солитона равна 147 км, т.е. шквальная буря является мезомасштабным атмосферным явлением, возникающим при ураганных ветрах в средней тропосфере — в данном случае максимальное значение W составляет 44.3 м/с.

Авторы благодарны академику Г.С. Голицыну за плодотворные обсуждения.

Список литературы

1. Наливкин Д.В. Ураганы, бури и смерчи. Л., 1969.
2. Кошин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика: В 2 т. М.; Л., 1948.
3. Сноу Дж.Т. // В мире науки. 1984. № 6. С. 44.
4. Хргиан А.Х. Физика атмосферы: В 2 т. Л., 1984.

5. Дикий Л.А. Теория колебаний земной атмосферы. Л., 1969.
6. Гилл А. Динамика атмосферы и океана: В 2 т. М., 1986.
7. Ле Меоте Б. Введение в гидродинамику и теорию волн на воде. Л., 1974.
8. Арсеньев С.А., Шелковников Н.К. Динамика вод шельфов. М., 1989.
9. Арсеньев С.А., Фельзенбаум А.И. // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1977. **13**, № 10. С. 1034.
10. Арсеньев С.А. // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1977. **13**, № 12. С. 1325.

The soliton theory of squall storms

S. A. Arsenyev^a, N. K. Shelkovnikov^b

Department of Marine and Inland Water Physics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.

E-mail: ^aarsenyev@yandex.ru, ^bshelkovnikov@phys.msu.ru.

The theory of squall storms is created. Results of the theoretical calculations are compared with observations.

Keywords: troposphere, squall storm, soliton, thermal inversion, long gravitational waves, turbulent mixing, hurricane wind.

PACS: 92.60.Qx, 92.60.Fm, 92.60.Gn, 92.60.hk, 47.35.Fg.

Received 1 October 2009.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 5(2010).

Сведения об авторах

1. Арсеньев Сергей Александрович — докт. физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотр.; тел.: (495) 911-34-09, e-mail: arsenyev@yandex.ru.
2. Шелковников Николай Константинович — докт. физ.-мат. наук, профессор, гл. науч. сотр.; e-mail: shelkovnikov@phys.msu.ru.