Поведение динамо-волны при интенсивной меридиональной циркуляции

Е. П. Попова

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: popovaelp@mail.ru

Статья поступила 30.05.2010, подписана в печать 23.06.2010

Проведено построение решения уравнений динамо Паркера для случая интенсивной меридиональной циркуляции с помощью одной из разновидностей метода ВКБ. Показан способ построения решения при переходе от режима бегущей волны к режиму стоячей конфигурации магнитного поля. Обнаружено решение уравнения Гамильтона–Якоби для задачи динамо, содержащее тройную точку на комплексной плоскости волнового вектора.

Ключевые слова: динамо Паркера, динамо-волны, меридиональная циркуляция, уравнение Гамильтона–Якоби.

УДК: 51-71. PACS: 52.30.Cv.

Введение

Генерацию магнитного поля Солнца и звезд принято связывать с механизмом динамо. Простейшая схема динамо, основанная на совместном действии дифференциального вращения и альфа-эффекта, была предложена в работе Ю. Паркера [1]. Тороидальное магнитное поле получается из полоидального под действием дифференциального вращения в конвективной зоне. Обратный процесс превращения тороидального магнитного поля в полоидальное осуществляется под действием альфа-эффекта, т. е. в результате нарушения зеркальной симметрии конвекции во вращающемся теле.

Проявление 11-летней циклической активности Солнца связывают с движением от полюсов к экватору тороидальной компоненты магнитного поля, так наываемые динамо-волны. В работе [2] показано, что модель Паркера можно исследовать асимптотически. Для ее исследования был разработан метод на основе квазиклассического приближения, используемого в квантовой механике. Отметим, что метод, развитый в [2], восходит к работам [3–5], в которых построены разновидности квазиклассического приближения для асимптотического исследования различных режимов генерации крупномасштабного магнитного поля. При этом в [2] оказалось возможным построить волновой вектор для динамо-волны и исследовать его поведение. В рамках асимптотического анализа можно оценить длительность цикла, предсказанную моделью Паркера. Оказалось, что она на порядок меньше наблюдаемой. В работах [6–9] такая трудность преодолевалась посредством учета меридиональных потоков вещества от экватора к полюсам. Основная идея метода асимптотического исследования, разработанного в [2], оказалась полезной и для исследования более сложной модели с меридиональной циркуляцией. В тоже время асимптотическое исследование этой модели показывает, что в ней появляются режимы, существенно отличающиеся от схемы Паркера без меридиональной циркуляции.

В [2] показано, что для простейшей схемы Паркера существует только одно значение длительности цикла. Учет меридиональной циркуляции позволил получить зависимость длительности цикла от величины скорости движения вещества в конвективной зоне. В [6–9] показано, что увеличение интенсивности меридиональной циркуляции замедляет распространение динамо-волны. При этом возможно достижение меридиональной циркуляцией некоторого критического значения, когда динамо-волна переходит в стационарно растущую конфигурацию магнитного поля. Однако в [6–9] не показано, существует ли решение в этом случае, и не проиллюстрирован переход от одного режима поведения динамо-волны к другому.

Цель настоящей работы — показать, что решение существует при интенсивной меридиональной циркуляции, и провести построение такого решения.

1. Основные формулы

Уравнения динамо с меридиональной циркуляцией имеют вид

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V(\theta)\frac{\partial A}{\partial \theta} = \alpha B + \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial (V(\theta)B)}{\partial \theta} = D\cos\theta \frac{\partial A}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 B}{\partial \theta^2}. \tag{2}$$

Здесь B — тороидальное магнитное поле, A определяет полоидальное магнитное поле, V — меридиональная циркуляция, θ — широта, которая отсчитывается от экватора, t — время. Множитель $\cos\theta$ отвечает уменьшению длины параллели вблизи полюса. Уравнения записаны в безразмерных переменных, так что амплитуды α-эффекта, градиента угловой скорости и коэффициент турбулентной диффузии объединены в безразмерное динамо-число D. В диффузионных членах опущены эффекты кривизны. По соображениям симметрии $(\alpha(-\theta) = -\alpha(\theta))$ уравнения (1), (2) можно рассматривать только для одного (северного) полушария с условиями антисимметрии (дипольная симметрия) или симметрии (квадрупольная симметрия) на экваторе. Магнитное поле Солнца имеет дипольную симметрию, поэтому мы ограничиваемся именно ею.

Следуя [2], асимптотическое решение системы (1), (2) будем искать в виде

$$\begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ \frac{B}{|D|^{2/3}} \end{pmatrix} = \exp\left(i|D|^{1/3}S + \gamma t\right)\left(\boldsymbol{f}_0 + |D|^{-1/3}\boldsymbol{f}_1 + \ldots\right),$$

где

$$\gamma = |D|^{2/3}\Gamma + |D|^{1/3}\Gamma_1 + \ldots, \quad f_0 = \begin{pmatrix}\mu\\ \nu\end{pmatrix}, \ f_1 = \begin{pmatrix}\mu_1\\ \nu_1\end{pmatrix}, \ \ldots,$$

S, μ и ν — гладкие функции и $|D| \gg 1$. Такой подход является разновидностью метода ВКБ в квантовой механике [10], так что S — аналог действия, а $k = S'$ соответствует импульсу, или волновому вектору, который в данном случае является комплексным. Комплексное Γ определяет собственное значение, его действительная часть дает скорость роста, а мнимая дает длительность цикла активности.

Множители $|D|^{2/3}$ в комплексной скорости роста и $|D|^{1/3}$ в действии выбраны так, чтобы дифференциальное вращение, α-эффект, собственное значение и диссипация оказались одного порядка и вошли в старший член асимптотического разложения. Меридиональная циркуляция включена в тот же старший член асимптотического решения, при

$$V(\theta) = |D|^{1/3} v(\theta).$$

Подставляя выбранный вид искомого решения в уравнения (1), (2), получаем алгебраическую систему уравнений для μ и ν, условием разрешимости которой является дисперсионное соотношение для частоты динамо-волны и ее волнового вектора, т. е. уравнение Гамильтона–Якоби

$$[\Gamma + ikv + k^2]^2 - i\hat{\alpha}k = 0, \tag{3}$$

где $\hat{\alpha} = \alpha\cos\theta$. Для связности изложения напомним, как исследуется (3).

Уравнение (3) содержит неизвестные Γ и k. Чтобы их найти, мы пользуемся тем, что уравнение (3) не содержит θ явно, и можно рассмотреть α как параметр. Тогда при заданных α и Γ четыре решения уравнения (3) могут быть представлены как точки на комплексной плоскости импульса k. При изменении параметра α эти точки образуют четыре ветви на плоскости k. Как и для обычного динамо Паркера [2], не существует одной ветви $k(\alpha)$, гладко соединяющей точки, отвечающие полюсу и экватору. Поэтому подбираем Γ так, чтобы гладкое решение сшилось из каких-нибудь двух ветвей — это и есть условие для определения Γ. Как и в обычном динамо Паркера, считаем, что сшивка происходит в точке $\theta = \theta_*$, где α становится максимальным. В [6] обсуждается правомерность этого предположения.

Условие, что две ветви $k(\alpha)$ имеют общую точку, состоит в том, что обращается в ноль производная левой части уравнения Гамильтона–Якоби по k. Следовательно, Γ и k можно найти из системы

$$H(v(\theta), \Gamma, k, \alpha) = 0, \quad \frac{\partial H(v(\theta), \Gamma, k, \alpha)}{k} = 0. \tag{4}$$

Решая (4), получим три ветви Γ и четыре ветви k. В [8] было показано, как для меридиональной циркуляции, зависящей от θ, устроены конфигурации тороидальной компоненты магнитного поля, в зависимости от того, какая ветвь Γ используется.

В [8] показано, что динамо-волна переходит в стационарно растущую конфигурацию, если

$$v \geqslant v_{\text{crit}} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{\alpha_*},$$

где $\alpha_* = \alpha(\theta_*)$.

Условием существования решения (1), (2), удовлетворяющего физическому смыслу задачи, является гладкая сшивка ветвей волнового вектора k, соединяющих полюс и экватор. При $v < v_{\text{crit}}$ тороидальная компонента магнитного поля существует в форме волны, распространяющейся от полюсов к экватору [8]. При $v > v_{\text{crit}}$, как показано в [8], существование решения зависит от выбора ветви Γ и широтного профиля меридиональной циркуляции. При этом существующее решение имеет вид стационарно растущей конфигурации магнитного поля. Однако вопрос о существовании и форме решения при $v > v_{\text{crit}}$ требует дополнительного исследования.

2. Построение решения при $v \geqslant v_{crit}$

В отличие от случая $v < v_{\text{crit}}$, где все четыре ветви k последовательно соединены друг с другом, при $v = v_{\text{crit}}$ структура волнового вектора терпит существенную перестройку.

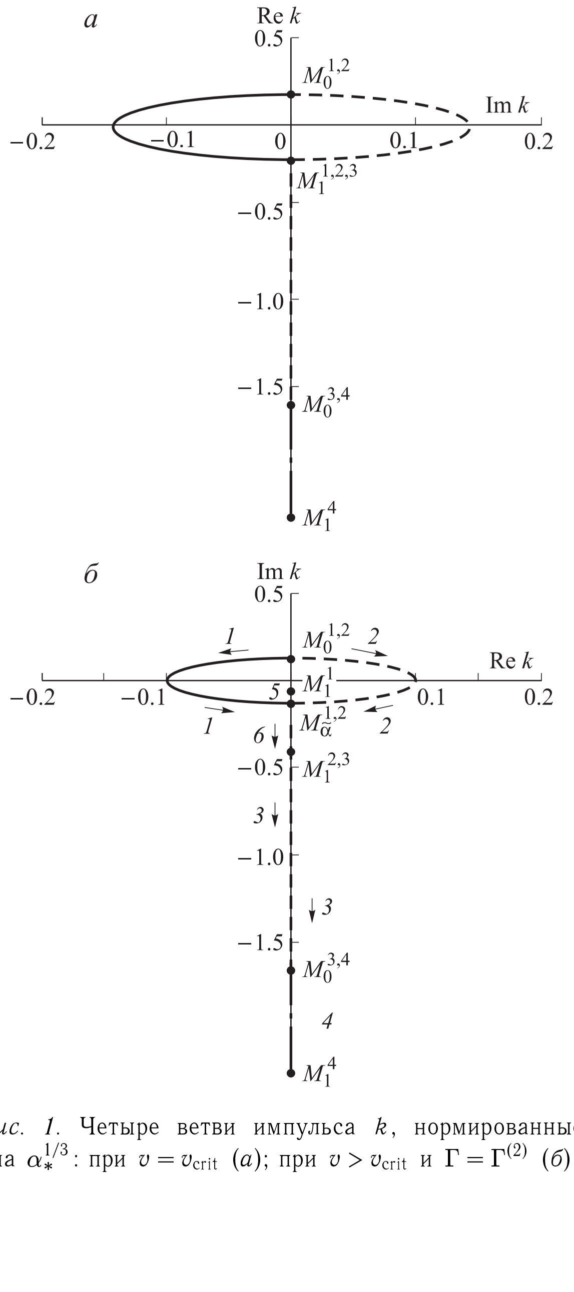

Рис. 1. Четыре ветви импульса k, нормированные на $\alpha_*^{1/3}$: при $v = v_{\text{crit}}$ (*а*); при $v > v_{\text{crit}}$ и $\Gamma = \Gamma^{(2)}$ (*б*)

На рис. 1, *а* изображена корневая диаграмма для k при $v = v_{\text{crit}}$. Точки $M_0^{1,2}$, $M_1^{1,2,3}$, $M_0^{3,4}$ и M_1^4 соответствуют концам четырех ветвей. Верхний индекс обозначает номер ветви, двойной верхний индекс описывает двойную точку (точку соединений двух ветвей), тройной индекс — тройную (точку соединения трех ветвей). Нижний индекс показывает значение $\hat{\alpha}/\alpha_*$ в наблюдаемой точке, т.е. $\hat{\alpha} = 0$ или $\hat{\alpha}/\alpha_* = 1$. Насколько нам известно, решение такого типа (с наличием тройной точки) получено впервые.

Для $v > v_{\text{crit}}$ гладкое решение может существовать, если корневая диаграмма имеет структуру, аналогичную рис. 2, *б*. Условия, при которых появляется такая структура, описаны в [8]. Другие конфигурации ветвей волнового вектора, которые получаются в задаче динамо с меридиональной циркуляцией, не удовлетворяют физическому смыслу задачи и не рассматриваются здесь. Условия их появления рассмотрены в [8].

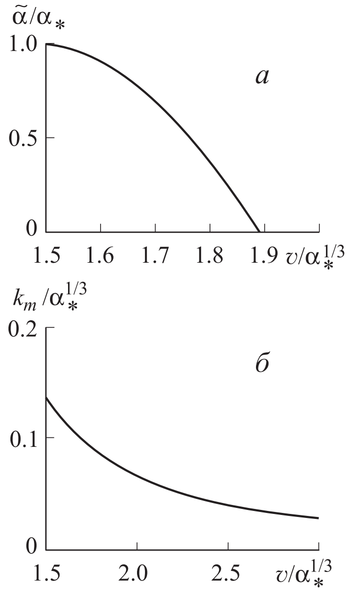

Рис. 2. Зависимость $\tilde{\alpha}/\alpha_*$ от $v/\alpha_*^{1/3}$ (*а*) и k_m от $v \geqslant v_{\text{crit}}$ (*б*)

На рис. 1, *б* нумерация ветвей идет в соответствии с убыванием $\operatorname{Im} k$. Напомним, что ветви $k^{(1)}$ и $k^{(2)}$ симметричны относительно оси $\operatorname{Im} k$ для $\alpha < \tilde{\alpha}$ (или, другими словами, $\theta > \tilde{\theta}$, $\tilde{\alpha} = \hat{\alpha}(\tilde{\theta})$). Для $\theta_* < \theta < \tilde{\theta}$ (или $\tilde{\alpha} < \hat{\alpha} < \alpha_*$, $\tilde{\alpha} = \hat{\alpha}(\tilde{\theta})$) корни $k^{(1)}$ и $k^{(2)}$ чисто мнимые. Корни $k^{(1)}$ и $k^{(2)}$ совпадают только в точке $M_{\tilde{\alpha}}^{1,2}$. На рис. 3, *а* показано, как $\tilde{\alpha}$ зависит от v.

Для построения решения для случая $v > v_{\text{crit}}$, разделим ветви $k^{(1)}$ и $k^{(2)}$ на две подветви и при этом сохраним обозначения $k^{(1)}$ и $k^{(2)}$ для двух комплекснозначных подветвей, симметричных относительно оси $\operatorname{Im} k$. Для этих подветвей $\hat{\alpha} < \tilde{\alpha}$ и $\tilde{\theta} < \theta < \pi/2$. Оставшиеся чисто мнимые части ветвей обозначим как $k^{(5)}$ и $k^{(6)}$ ($\operatorname{Im} k^{(5)} > \operatorname{Im} k^{(6)}$). Здесь $\tilde{\alpha} < \hat{\alpha} < \alpha_*$ и $\theta_* < \theta < \tilde{\theta}$.

Заметим, что диаграммы соединяют полюс ($M_0^{1,2}$) с экватором ($M_0^{3,4}$). На рис. 1, *б* стрелками показан контур, вдоль которого строится решение. Цифрами рядом со стрелками обозначены номера ветвей и подветвей.

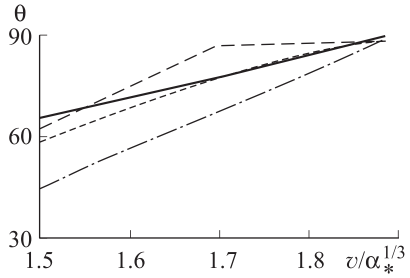

Рис. 3. Зависимость $\Gamma_1/\alpha_*^{2/3}$ от $v/\alpha_*^{1/3}$ (*а*) и $\Gamma/\alpha_*^{2/3}$ от $v/\alpha_*^{1/3}$ (*б*)

Выпишем решение в форме

$$\begin{pmatrix} A \\ |D|^{2/3}B \end{pmatrix} = C_1 e^{\Gamma^{(i)}|D|^{2/3}t + i|D|^{1/3}S_1} \begin{pmatrix} \mu^{(1)} \\ \nu^{(1)} \end{pmatrix} + C_2 e^{\Gamma^{(i)}|D|^{2/3}t + i|D|^{1/3}S_2} \begin{pmatrix} \mu^{(2)} \\ \nu^{(2)} \end{pmatrix}$$

для $\tilde{\theta} \leqslant \theta \leqslant \pi/2$, где $\hat{\alpha}(\tilde{\theta}) = \tilde{\alpha}$;

$$\begin{pmatrix} A \\ |D|^{2/3}B \end{pmatrix} = C_6 e^{\Gamma^{(i)}|D|^{2/3}t + i|D|^{1/3}S_6} \begin{pmatrix} \mu^{(6)} \\ \nu^{(6)} \end{pmatrix}$$

для $\theta^* \leqslant \theta \leqslant \tilde{\theta}$, где $\hat{\alpha}(\theta_*) = \alpha_*$, и

$$\begin{pmatrix} A \\ |D|^{2/3}B \end{pmatrix} = C_3 e^{\Gamma^{(i)}|D|^{2/3}t + i|D|^{1/3}S_3} \begin{pmatrix} \mu^{(3)} \\ \nu^{(3)} \end{pmatrix}$$

для $0 < \theta < \theta^*$. Здесь C_i — константы. Одна из них может быть определена из условия нормировки собственных функций, в то время как другие определяются из условий сшивки $\theta = \theta_*$ и $\theta = \tilde{\theta}$. Верхний индекс $\Gamma^{(i)}$, $\mu^{(i)}$ и $\nu^{(i)}$ показывает, какая ветвь используется.

Максимуму ВКБ решения соответствует $\theta = \theta_m$, когда $\operatorname{Im} k = 0$.

Приведем выражение для k_m:

$$k_m = \pm\sqrt{\frac{v(\theta_m)^2}{2} - \Gamma^{(i)} - \frac{v(\theta_m)}{2}\sqrt{v(\theta_m)^2 - 4\Gamma^{(i)}}},$$
$$\alpha(\theta_m) = 2(k_m^2 + \Gamma)v(\theta_m),$$

где $k_m = k(\theta_m)$. Зависимость k_m от меридиональной циркуляции для $\Gamma^{(2)}$ и $v = \text{const}$ представлена на рис. 2, *б*.

3. Асимптотическое разложение более высокого порядка

Для установления существования решения уравнения Гамильтона–Якоби в случае $v > v_{\text{crit}}$ необходимо показать, что все ветви волнового вектора сшиваются гладко. Для этого нужно провести сшивку ветвей в точках $M_1^{2,3}$ и $M_{\tilde{\alpha}}^{1,2}$. Для этого необходимо построить асимптотическое разложение более высокого порядка. Зная Γ и k, можно решить уравнения для μ и ν, тогда

$$\mu^{(n)} = (\Gamma^{(i)} + (k^{(n)})^2 + ik^{(n)}v(\theta))\sigma^{(n)}, \quad \nu^{(n)} = ik^{(n)}\cos\theta\sigma^{(n)}, \tag{5}$$

где $n = 1, 2, 3, 6$ (ветви $k^{(4)}$ и $k^{(6)}$ не используются при построении решения). $\sigma = \sigma^{(n)}$ функция, которая может быть определена из асимптотического разложения более высокого порядка. Оставим второй порядок асимптотического разложения, который включает μ_1 и ν_1. В [9] показано, что условием разрешимости алгебраической системы относительно μ_1 и ν_1 является уравнение

$$\left[2ik^{(n)} - v(\theta) + \frac{\hat{\alpha}}{2\big(\Gamma^{(i)} + iv(\theta)k + k^2\big)}\right](\ln\sigma^{(n)})' =$$
$$= \left[\Gamma_1 - i(k^{(n)})'\left(1 + \frac{2(k^{(n)})^2 + 2iv(\theta)k^{(n)} - \frac{v(\theta)^2}{2}}{\Gamma^{(i)} + iv(\theta)k^{(n)} + (k^{(n)})^2}\right) + \right.$$
$$\left. + i\left(k^{(n)} + \frac{iv(\theta)}{2}\right)\tan\theta\right]. \quad (6)$$

4. Решение вблизи точки $M_1^{2,3}$

Исследуем сшивку двух ветвей вблизи точки $M_1^{2,3}$, т.е. каким способом можно перейти по ветви 2 на ветвь 3. Рассмотрим (6) вблизи этой точки. Следуя [2], запишем (6) вблизи точки $\theta = \theta_*$ в следующей форме:

$$(P_0 + P_1(\theta-\theta_*))(\theta-\theta_*)(\ln\sigma^{(n)})' = \Gamma_1 - (Q_0 + Q_1(\theta-\theta_*)).$$

Видно, что левая часть уравнения становится равной нулю в точке $\theta = \theta_*$. Величина σ остается конечной в точке θ_*, обеспечивая тем самым равенство нулю в правой части уравнения. Тогда для Γ_1

$$\Gamma_1 = P_0 n + Q_0.$$

Следовательно,

$$\Gamma_1 = i(k^{(n)})'\left(3 + \frac{iv(\theta_*)}{2k_0^{(n)}}\right)\left(m + \frac{1}{2}\right) - i\left(k_0^{(n)} + \frac{1}{2}iv(\theta_*)\right)\tan\theta_*,$$

где $n = 2, 3$, $k_0^{(n)} = k^{(n)}(\theta_*)$ и $(k^{(n)})' = (dk^{(n)}/d\theta)|_{\theta=\theta_*}$. При этом m может принимать значения $0, 1, 2, 3, \ldots$. Выражение для старшей собственной функции ($m = 0$) имеет вид

$$\Gamma_1 = -\frac{1}{2}\left[3 + \frac{v(\theta_*)}{2\varkappa_0^{(n)}}\right]\frac{\sqrt{2}}{(2\varkappa_0^{(n)} + v(\theta_*))^{-1} - (v(\theta_*) + 2\varkappa_0^{(n)})^2} +$$
$$+ \varkappa_0^{(n)} + \frac{v(\theta_*)}{2},$$

где $\varkappa_0^{(n)} = ik_0^{(n)}$ и $\varkappa_0^{(n)}$ действительная и $\varkappa_0^{(2)} = \varkappa_0^{(3)}$. График Γ_1 приведен на рис. 3, *а*.

Вблизи точки $M_1^{2,3}$

$$\varkappa^{(n)} = \varkappa_0^{(n)} - a^{-1}(\alpha - \alpha_*)^{1/2},$$
$$a = -\big(v(\theta_*) + 2\varkappa_0^{(n)}\big)^2 + \frac{\alpha_*}{2\varkappa_0^{(n)} + v(\theta_*)}.$$

Так как $\alpha - \alpha_* \sim (\theta - \theta_*)^2$, то решение гладкое вблизи θ_*, при этом $C_3 = C_6$.

5. Решение вблизи точки $M_{\tilde{\alpha}}^{1,2}$

Используем идею, аналогичную методу Цваана [11, с. 207, формула (47.4)]).

Представим уравнение диффузии вблизи точки $M_{\tilde{\alpha}}^{1,2}$, т.е. недалеко от точки $\theta = \tilde{\theta}$, в следующей форме:

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_1} = -A(\theta - \tilde{\theta})^{1/3} + \ldots, \quad \frac{\sigma_2'}{\sigma_2} = A(\theta - \tilde{\theta})^{1/3} + \ldots,$$

где $\theta > \tilde{\theta}$;

$$\frac{\sigma_5'}{\sigma_5} = iB(\tilde{\theta} - \theta)^{1/3} + \ldots, \quad \frac{\sigma_6'}{\sigma_6} = -iB(\tilde{\theta} - \theta)^{1/3} + \ldots,$$

где $\theta < \tilde{\theta}$; A и B действительные и положительные. Это означает, что σ в точке $M_{\tilde{\alpha}}^{1,2}$ существует, но не имеет производной.

Обратим внимание на существенное отличие полученных уравнений от (47.7) из [11]. Отличие заключается в приэкспоненциальном множителе ($\sim (x-a)^{-1/4}$), в то время как у нас $\sigma \sim \exp(\tilde{\theta} - \theta)^{1/3}$. Это означает, что наш анализ неприменим только в окрестности точки $\tilde{\theta}$, однако можно избежать перехода на комплексную плоскость θ, сшив решения для $\theta > \tilde{\theta}$ и $\theta < \tilde{\theta}$ в точке $\tilde{\theta}$. Это приводит к равенству

$$C_6 = C_1 + C_2.$$

Требованию, чтобы решение было действительным, соответствует

$$C_1 = C_2.$$

В результате имеем $C_1 = C_2 = \frac{C_6}{2}$, где C_6 — нормировочная константа рассматриваемой собственной функции.

6. Сравнение с численным решением

Сравним результаты приближения ВКБ с численным решением задачи (1), (2).

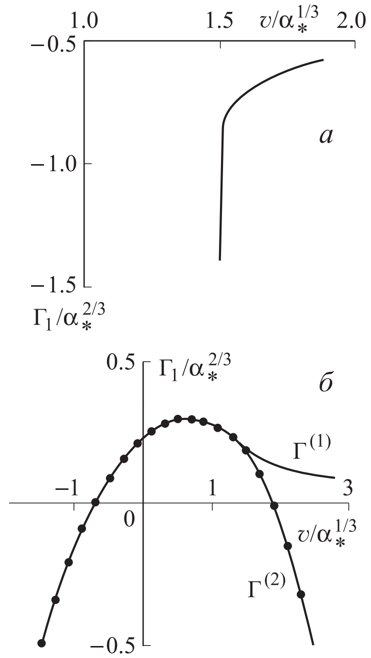

Рис. 4. Зависимость широты, на которой достигается максимум решения, от $v/\alpha_*^{1/3}$. Асимптотический результат θ_m показан сплошной линией, широта $\tilde{\theta}$ — штрихпунктирной линией. Численные результаты показаны штриховыми линиями: максимум B — длинный штрих, максимум A — короткий штрих

На рис. 3, *б* представлены значения $\Gamma^{(1)}$ и $\Gamma^{(2)}$, полученные методом ВКБ (сплошные линии), и собственное значение, соответствующее старшей собственной функции, полученное численно (кружки). Видно, что численное решение совпадает с $\Gamma = \Gamma^{(2)} = \Gamma^{(1)}$ для $v/\alpha_*^{1/3} < 3/2$ и совпадает с $\Gamma = \Gamma^{(2)}$ при $v/\alpha_*^{1/3} > 3/2$.

На рис. 4 иллюстрируется структура старшей собственной функции. Сплошной линией показано расположение точек θ_m, где ВКБ-решение достигает максимума (т. е. $\mathrm{Im}\, k = 0$) как функция от v. Штрихпунктирной линией показано расположение точек $\tilde{\theta}$ как функция от v. Напомним, что $\theta_m > \tilde{\theta}$.

Отметим, что нельзя определить точки θ_m непосредственно с помощью численного моделирования (так как само понятие θ_m возникает в методе ВКБ). Вместо этого, на рисунке показаны точки, в которых B и A становятся максимальными (короткие штрихи и длинные штрихи соответственно). Соответствие между численными расчетами и аналитическими не так идеально, как для собственного значения, однако оно выглядит разумным.

Заключение

Увеличение интенсивности меридиональной циркуляции приводит к замедлению распространения динамо-волны. Когда меридиональная циркуляция достигает определенного значения, динамо-волна превращается в стационарно растущую конфигурацию магнитного поля. Такой режим отсутствует в простейшей модели динамо. В настоящей работе показан способ построения решения для такого случая. При этом обнаружено решение уравнения Гамильтона–Якоби, содержащее тройную точку на комплексной плоскости волнового вектора.

С математической точки зрения получены свойства перехода между различными асимптотическими режимами. Полученное решение дополняет собой известные асимптотики и расширяет класс решений на более общий случай. Разработанный метод построения решения может быть интересен и в других разделах теории динамо (например, галактическом динамо и геодинамо), где тоже приходится учитывать влияние адвективных потоков, не сводящихся к дифференциальному вращению.

Автор выражает благодарность профессору Д. Д. Соколову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 09-02-01010, 10-02-00960-а).

Список литературы

1. *Parker E.N.* // Astrophys.J. 1955. **122**. P. 293.
2. *Kuzanyan K.M., Sokoloff D.D.* // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 1995. **81**. P. 113.
3. *Soward A.M.* // Astron. Nachr. 1978. **299**. P. 25.
4. *Soward A.M.* //Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 1992. **64**. P. 163.
5. *Soward A.M.* //Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 1992. **64**. P. 201.
6. *Попова Е.П., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д.* // Астрон. журн. 2008. № 1. С. 183.
7. *Popova H., Sokoloff D.* // Astron.Nachr. 2008. **329**. P. 766.
8. *Попова Е.П.* // Астрон. журн. 2009. № 9. С. 928.
9. *Попова Е.П.* // Астрон. журн. 2010. № 8. С. 1.
10. *Маслов В.П., Федорюк М.В.* Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики. М., 1976.
11. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика (нерелятивистская теория). М., 1989.

The properties of the dynamo-wave in the case of intense meridional circulation

E. P. Popova

Department of Mathematics, Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.
E-mail: popovaelp@mail.ru.

The solution of Parker dynamo was construct for the case of intensive meridional circulation using a method similar WKB. We show how to build a solution in the transition from traveling-wave regime to the regime of stationary magnetic field configuration. The solution of the Hamilton–Jacobi equations discovered for the problem of the dynamo, containing the triple point in the complex plane wave vector.

Keywords: Parker dynamo, dynamo-wave, meridional circulation, Hamilton–Jacobi equation.
PACS: 52.30.Cv.
Received 30 May 2010.

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 6(2010).

Сведения об авторе

Попова Елена Петровна — аспирантка; тел.: 939-13-51, e-mail: popovaelp@mail.ru.