

## РАДИОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, АКУСТИКА

**Дифракция электромагнитной волны на конечной решетке углеродных нанотрубок-вибраторов, расположенных на границе раздела диэлектриков**А. М. Лерер<sup>а</sup>, Г. П. Синявский

*Южный федеральный университет, физический факультет, кафедра прикладной электродинамики и компьютерного моделирования. Россия, 344090, Ростов-на-Дону, ул. Зорге, д. 5.  
E-mail: <sup>а</sup> 1erer@sfedu.ru*

Статья поступила 20.05.2010, подписана в печать 24.06.2010

Решение краевой задачи о дифракции электромагнитной волны на решетке из углеродных нанотрубок-вибраторов сведено к решению системы интегродифференциальных уравнений, ядра которых представлены в виде интеграла Фурье. Такое представление ядер позволяет легко обойти трудности решения, связанные с их особенностью, и на порядок сократить время расчетов. Интегродифференциальные уравнения решены методом Галеркина с Чебышевским базисом. Исследовано влияние подложки на амплитудно-частотные характеристики и диаграмму рассеяния антенн из углеродных нанотрубок. Показано, что при сближении нановибраторов возрастают и резонансная частота, и амплитуда рассеянного поля. Зависимость амплитуды от количества нановибраторов нелинейная.

*Ключевые слова:* углеродные нанотрубки, нанотрубки-вибраторы, антенны миллиметрового диапазона, интегральные уравнения, метод Галеркина, резонанс, диаграмма рассеяния.

УДК: 621.396.679.4. PACS: 84.40.Ba; 61.48.De.

**Введение**

В настоящее время исследуется возможность использования углеродных нанотрубок (УНТ) в качестве антенн сантиметровой и миллиметровой диапазонов. Такие антенны применяются, например, для связи между наноэлектронными цепями и макроскопическими устройствами. Отмечается [1–7] их большая электрическая длина по сравнению с металлическими вибраторами, благодаря чему резонансы входного сопротивления наблюдаются в миллиметровом диапазоне у нанотрубок-вибраторов длиной 20–50 мкм. Электропроводность нанотрубок выше, чем у всех известных проводников сопоставимых размеров.

В работе [8] экспериментально исследованы наноантенны оптического диапазона из многостенных углеродных нанотрубок (МУНТ). МУНТ имеют диаметр 80–100 нм, что почти на два порядка больше диаметра УНТ. Установлено, что свойства антенн из МУНТ близки к свойствам антенн из металлических нанопроводов, а не антенн из УНТ. Это объясняется тем, что МУНТ по сравнению с УНТ имеют значительно большую плазменную частоту.

В большинстве теоретических работ исследуется идеализированная модель — УНТ в вакууме; лишь в [9] УНТ лежит на диэлектрической подложке. При обычной технологии выращивания УНТ они расположены перпендикулярно подложке.

Целью настоящей работы является исследование дифракционных характеристик системы, состоящей из  $N$  произвольно расположенных перпендикулярных подложке УНТ-вибраторов. Метод решения поставленной задачи близок к методу, описанному в [9], в которой решение краевой задачи о возбуждении вибратора — углеродной нанотрубки сведено к решению парных

интегральных уравнений (ПИУ) относительно преобразования Фурье для плотности тока на вибраторе. Функция Грина задачи также выражается через интеграл Фурье. Особенность ядра интегродифференциальных уравнений (ИДУ) для плотности тока на вибраторе при решении ПИУ проявляется в медленной сходимости интегралов в спектральном пространстве. Улучшить сходимость интегралов проще, чем провести регуляризацию ИДУ.

Рассмотрим УНТ, расположенные целиком в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  перпендикулярно диэлектрической подложке  $\epsilon_2$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 1$  (вставка на рис. 1). Введем декартовую систему координат, в которой оси  $X$ ,  $Y$  параллельны подложке и перпендикулярны УНТ, ось  $Z$  направлена вдоль вибратора перпендикулярно подложке, начало координат лежит на подложке. Длина УНТ  $L$ , ее радиус  $a$ .

Квантово-механические свойства углеродной нанотрубки в модели, как в большинстве теоретических работ, описаны с помощью макроскопического параметра — поверхностного импеданса. Полагаем, что на поверхности вибратора выполняется граничное условие

$$E_z = \rho_s j. \quad (1)$$

Здесь  $E_z$ ,  $j$  — продольные компоненты напряженности электрического поля и плотности поверхностного тока,  $\rho_s$  — поверхностное сопротивление углеродной нанотрубки [5]  $\rho_s = i \frac{\pi^2 a \hbar (\omega - i\nu)}{2e^2 v_F}$ , где  $v_F$  — скорость Ферми (для УНТ  $v_F = 9.71 \cdot 10^5$  м/с),  $\omega$  — циклическая частота,  $\nu$  — релаксационная частота (для УНТ  $\nu = 3.33 \cdot 10^{11}$  Гц),  $e$  — заряд электрона,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\hbar$  — постоянная Планка.

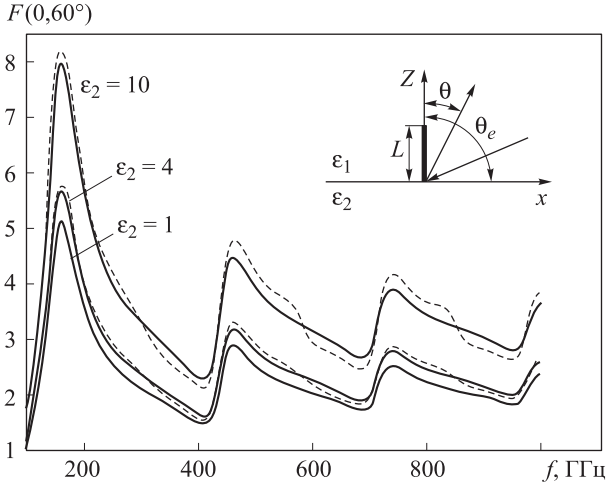


Рис. 1. Зависимость амплитуды поля в дальней зоне одиночного нановибратора от частоты. Угол падения и наблюдения  $60^\circ$ ,  $\epsilon_2 = 1, 4, 10$ . Сплошные кривые — в ФГ (14) отбрасывается второй член, штриховые — точная ФГ

### 1. Одиночный УНТ-вибратор

Рассмотрим вначале одиночный УНТ-вибратор. Полагаем, как обычно, что на вибраторе имеется только продольная компонента тока, которая зависит только от  $z$ , и удовлетворяет граничному условию (1). В результате получим интегродифференциальное уравнение

$$\frac{1}{i\omega\epsilon_1\epsilon_0} \left( \frac{d^2}{dz^2} + k_1^2 \right) \int_0^L j(z') g_e(z, z') dz' + E_z^e(z) = \rho_s j(z), \quad z \in [0, L], \quad (2)$$

где  $E_z^e(z)$  — внешнее поле,  $k_1$  — волновое число в верхнем диэлектрике, ядро ИДУ  $g_e(z, z')$  определим ниже.

ИДУ (2) решаем методом Галеркина. В качестве базисных функций используем взвешенные полиномы Чебышева второго рода [9]

$$V_n(z) = \frac{i^n}{\pi(n+1)} \sqrt{1 - z^2/l^2} U_n\left(\frac{z}{l}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

В результате решения ИДУ (2) получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных  $X_n$ .

$$\sum_{n=0}^{\infty} X_n \left[ A_{mn} - \rho_s \int_0^L V_m^*(z) V_n(z) dz \right] = - \int_0^L E_z^e(z) V_m^*(z) dz, \quad m = 0, 1, \dots,$$

где

$$A_{mn} = \frac{1}{i\omega\epsilon_1\epsilon_0} \int_0^L dz V_m^*(z) \left( \frac{d^2}{dz^2} + k_1^2 \right) \int_0^L V_n(z') g_e(z, z') dz'. \quad (3)$$

Основная трудность при вычислении матричных элементов (МЭ)  $A_{mn}$  — логарифмическая особенность ядра ИДУ  $g_e(z, z')$ . Способ вычисления МЭ для идеально проводящего вибратора описан в работе [10].

Возможен другой подход при вычислении матричных элементов — использовать интегральное представление (ИП) ядра [9]

$$g_e(z, z') = \int_0^{\infty} \tilde{g}_e(\rho, z, z') d\rho.$$

Тогда

$$A_{mn} = \frac{1}{i\omega\epsilon_1\epsilon_0} \int_0^{\infty} \tilde{A}_{mn}(\rho) d\rho, \quad (4)$$

ИП ядра должно быть таким, чтобы интегралы

$$\tilde{A}_{mn}(\rho) = \int_0^L dz V_m^*(z) \left( \frac{d^2}{dz^2} + k_1^2 \right) \int_0^L V_n(z') \tilde{g}_e(\rho, z, z') dz'$$

брались аналитически. Особенность ядра ИДУ проявляется в медленной сходимости интеграла по  $\rho$  в (4). Улучшить сходимость интеграла и численно проинтегрировать (4) проще, чем двукратно численно интегрировать функции с особенностью (3).

Определим ядро ИДУ

$$g_e(z, z') = \frac{a}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} g(x, x', y, y', z, z') d\varphi'. \quad (5)$$

В (5) предполагается, что точки наблюдения и истока лежат на поверхности вибратора

$$x = a \cos \varphi, \quad y = a \sin \varphi, \quad x' = a \cos \varphi', \quad y' = a \sin \varphi'. \quad (6)$$

Функция  $g(x, x', y, y', z, z')$  — функция Грина (ФГ) для векторного потенциала в случае тока, перпендикулярного подложке. При  $z \geq 0$  и  $z' \geq 0$  ФГ имеет вид [10]

$$g(x, x', y, y', z, z') = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-\gamma_1|z-z'|} + Q(\rho)e^{-\gamma_1(z+z')}] \frac{1}{\gamma_1} e^{i\alpha\bar{x} + i\beta\bar{y}} d\alpha d\beta, \quad (7)$$

где  $\bar{x} = x - x'$ ,  $\bar{y} = y - y'$ ,  $Q = \frac{\gamma_1 - \gamma_2 t}{\gamma_1 + \gamma_2 t}$ ,  $t = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ ,  $\gamma_{1,2} = \sqrt{\rho^2 - k_{1,2}^2}$ ,  $\rho = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ ,  $k_2$  — волновое число в подложке.

Первый член в (7) представляет собой ФГ свободного пространства

$$g_0(x, x', y, y', z, z') = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\gamma_1|z-z'|} \frac{1}{\gamma_1} e^{i\alpha\bar{x} + i\beta\bar{y}} d\alpha d\beta, \quad (8)$$

которая, как известно, выражается в аналитическом виде:

$$g_0(x, x', y, y', z, z') = \frac{e^{-ik_1 R}}{4\pi R}, \quad (9)$$

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}.$$

Функцию Грина  $g_0$  можно представить также в виде интеграла Фурье

$$g_0(x, x', y, y', z, z') = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(\gamma_1 r) e^{i\rho(z-z')} d\rho =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(\gamma_1 r) \cos(\rho(z-z')) d\rho, \quad (10)$$

где  $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ ,  $K_0$  — модифицированная функция Бесселя второго рода. Интегральное представление (ИП) ФГ (10) имеет преимущество перед ИП (8) в том, что позволяет взять аналитически интегралы (4).

После подстановки (10) в (5) и учета (6) получим

$$g_{e,0}(z, z') = \frac{a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I_0(\gamma_1 a) K_0(\gamma_1 a) e^{i\rho(z-z')} d\rho. \quad (11)$$

Второй член в (7)

$$g_1(x, x', y, y', z, z') =$$

$$= \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\rho) e^{-\gamma_1(z+z')} \frac{1}{\gamma_1} e^{i\alpha\bar{x} + i\beta\bar{y}} d\alpha d\beta \quad (12)$$

учитывает влияние подложки. При  $\epsilon_1 = \epsilon_2$  имеем  $g_1 = 0$ .

Подставим (12) в (5), учтем (6), сделаем замену переменных  $\alpha = \rho \cos \vartheta$ ,  $\beta = \rho \sin \vartheta$  и проинтегрируем по  $\vartheta$ . В результате получим

$$g_{e,1}(z, z') = \frac{a}{2} \int_0^{\infty} \rho Q(\rho) \frac{e^{-\gamma_1(z+z')}}{\gamma_1} J_0^2(\rho a) d\rho, \quad (13)$$

где  $J_0(\rho a)$  — функция Бесселя.

Таким образом, мы получили интегральные представления (11), (13) ядра ИДУ

$$g_e(z, z') = g_{e,0}(z, z') + g_{e,1}(z, z'). \quad (14)$$

Дальнейшие преобразования матричных элементов, в том числе улучшение сходимости интегралов, аналогичны приведенным в [9].

Способ вычисления поля в дальней зоне описан в приложении. Полагаем, что внешнее поле — плоская волна

$$E^e = E_0 \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)],$$

где  $k_x = k \cos \varphi_e \sin \theta_e$ ,  $k_y = k \sin \varphi_e \sin \theta_e$ ,  $k_z = k \cos \theta_e$ . В дальней зоне напряженность электрического поля имеет одну компоненту

$$E_\theta(r, \varphi, \theta) = F(\varphi, \theta) E_0 \frac{\exp(-ikr)}{4\pi r/a}.$$

Проведем исследования внутренней сходимости решения. Число базисных функций  $M$  растет, естественно, при увеличении электрической длины УНТ и увеличении  $\epsilon_1$ , но почти не зависит от количества УНТ и  $\epsilon_2$ . Для расчетов  $F(\varphi, \theta)$  с погрешностью по внутренней сходимости менее 1% при  $f = 250$  ГГц (на вибраторе укладывается половина длины плазменной волны, распространяющейся вдоль УНТ) достаточно положить  $M = 5$ , при  $f = 1000$  ГГц (восемь полуволн) —  $M = 20$ .

Зависимость рассеянного поля от частоты носит резонансный характер. На рис. 1 приведены расчеты

при угле падения  $\theta_e = 60^\circ$ . Размеры УНТ здесь и ниже  $L = 20$  мкм,  $a = 0.02712$  мкм. Резонансная частота УНТ-вибратора почти в 50 раз меньше резонансной частоты идеально проводящего вибратора таких же размеров. Резонансная частота практически не зависит от диэлектрической проницаемости подложки  $\epsilon_2$ . Меняется, естественно, лишь амплитуда рассеянной волны. Если в ФГ (14) пренебречь вторым членом, учитывающим подложку, то результаты решения ИДУ изменятся незначительно. Это связано с тем, что ток на краях УНТ мал. Поэтому подложка слабо влияет на распределение тока. Это обстоятельство существенно ускоряет расчеты. При расчете рассеянного поля в ФГ (7) обязательно нужно учитывать оба члена.

Форма диаграммы рассеяния (ДР) нановибратора на подложке (рис. 2) слабо зависит от частоты, диэлектрической проницаемости подложки при  $\epsilon_2 > 2$  и угла падения. Даже для второй резонансной частоты ДР имеет один лепесток. Это объясняется тем, что резонансы в амплитудно-частотных характеристиках рассеянного поля и распределение тока на вибраторе определяются отношением длины вибратора к длине плазменной волны в УНТ. Форма ДР, в частности количество лепестков, определяется в основном отношением длины вибратора к длине волны в свободном пространстве  $\lambda$ . Для УНТ-вибратора даже при  $f = 1500$  ГГц  $L/\lambda = 0.1$ .

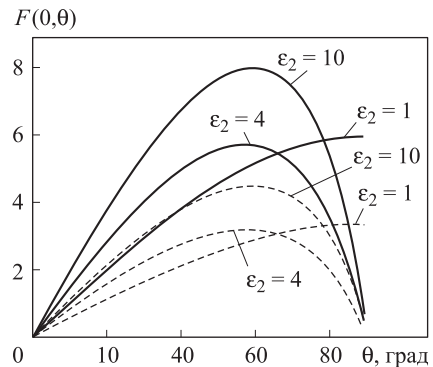


Рис. 2. Диаграмма рассеяния одиночной УНТ-вибратора. Частота  $f = 162$  ГГц — первый резонанс (сплошные кривые),  $f = 462$  ГГц — второй резонанс (штриховые);  $\theta_e = 60^\circ$

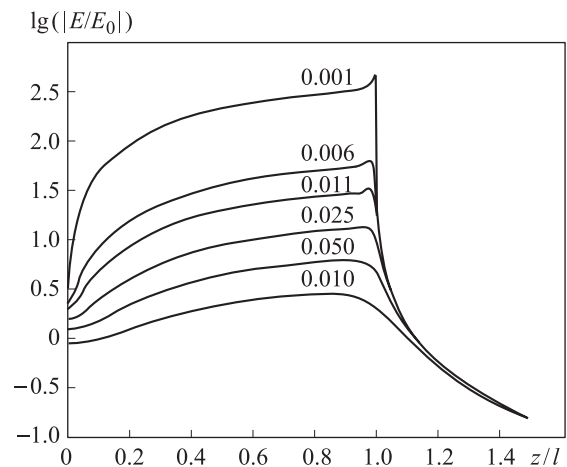


Рис. 3. Нормированная напряженность электрического поля вблизи нановибратора. Цифры у кривых — расстояние от нанотрубки, нормированное на  $l = L/2$

Для одиночного вибратора диаграмма рассеяния не зависит от угла  $\varphi$ .

На рис. 3 представлены результаты расчетов поля в ближней зоне УНТ без подложки. Начало координат — в центре УНТ. В силу симметрии поле изображено только при  $z > 0$ . Вблизи УНТ поле на 2–3 порядка больше внешнего поля. Напряженность поля резко убывает при удалении от УНТ.

## 2. Решетка УНТ-вибраторов

Рассмотрим теперь дифракцию на системе из нескольких УНТ-вибраторов. Нетрудно и в этом случае как записать систему ИДУ, так и получить методом Галеркина ее решение. Матричные элементы СЛАУ, описывающие взаимодействие между вибраторами, также имеют вид (3), только точки истока  $z'$  и наблюдения  $z$  лежат на разных УНТ. В этом случае ФГ не имеет особенностей. Естественно поэтому использовать ФГ в виде (9), интегралы в (3) взять численно по квадратурам наивысшей точности, как это сделано, например, в [10]. Однако расстояние между УНТ может быть много меньше, чем их длина. В этом случае резко возрастает порядок квадратур и время счета. Поэтому в настоящей работе в (9) выделена статическая часть и использовано интегральное представление

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(\gamma r) e^{i\gamma(z-z')} d\gamma,$$

$$g_0(x, x', y, y', z, z') =$$

$$= g_{01}(x, x', y, y', z, z') + g_{02}(x, x', y, y', z, z') =$$

$$= \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{e^{-ik_1 R} - 1}{R} + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(\gamma r) e^{i\gamma(z-z')} d\gamma \right].$$

Интегралы вида (3) с ФГ  $g_{01}$  теперь легко находятся численно при любых  $R$ . Матричные элементы с  $g_{02}$  выражаются теперь через интеграл Фурье. Преобразования этих матричных элементов, в том числе улучшение сходимости интегралов, аналогичны приведенным в [9]. Так как они не зависят от частоты, то их достаточно вычислить один раз. Такой способ вычисления сокращает время счета при малых расстояниях между нановибраторами в десятки раз.

На рис. 4, 5 приведены частотные характеристики систем УНТ. Угол падения и наблюдения:  $\varphi_e = \varphi = 0$ ,  $\theta_e = \theta = 60^\circ$ , диэлектрическая проницаемость подложки  $\varepsilon_2 = 10$ . УНТ расположены на оси  $X$  и по окружности. На рис. 4 для сравнения также приведена характеристика одного нановибратора. Резонансные частоты  $f_n$  системы обычных вибраторов такие же, как и резонансные частоты одиночного вибратора

$$f_n = \frac{cn}{2(L + \Delta L)}, \quad (15)$$

где эффективная длина вибратора  $L + \Delta L$  зависит от отношения  $a/L$  и частоты. Для УНТ в (15) скорость света в вакууме  $c$  нужно заменить на  $v$  — скорость поверхностных плазмонных волн в УНТ. Эта скорость для одиночной УНТ и системы связанных УНТ различна из-за взаимодействия между УНТ. Так как волны поверхностные, то при расстояниях между

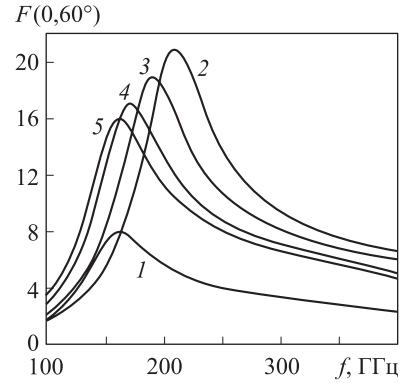


Рис. 4. Зависимость поля в дальней зоне от частоты для одной УНТ (кривая 1); и для двух УНТ (кривые 2–5). Расстояние между УНТ 0.02 мкм (кривая 2), 0.2 мкм (кривая 3), 2 мкм (кривая 4) и 20 мкм (кривая 5)

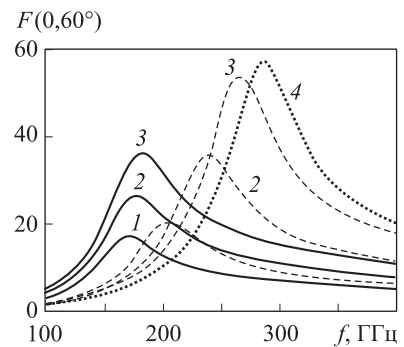


Рис. 5. Зависимость поля в дальней зоне от частоты при различном числе УНТ. Система нанотрубок линейная (две УНТ — кривая 1, три УНТ — кривая 2, четыре УНТ — кривая 3) и круговая — УНТ расположены по кругу, радиус круга 0.01 мкм (кривая 4). Сплошные кривые — расстояние между УНТ 2 мкм, штриховые — 0.03 мкм

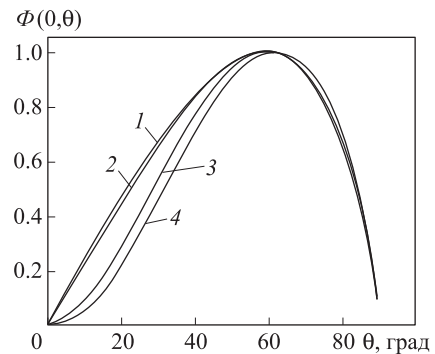


Рис. 6. Нормированная диаграмма рассеяния в  $E$ -плоскости. Угол  $\theta_e = 60^\circ$  (кривые 1–3) и  $80^\circ$  (кривая 4). Расстояния между УНТ: 20 мкм (кривая 1), 100 мкм (кривая 2) и 300 мкм (кривые 3, 4)

УНТ порядка 10 мкм резонансная частота системы УНТ такая же, как и у одиночной УНТ. При сближении УНТ  $v$  изменяется, возрастают и резонансная частота, и амплитуда рассеянного поля. Причем зависимость амплитуды от количества нановибраторов нелинейная.

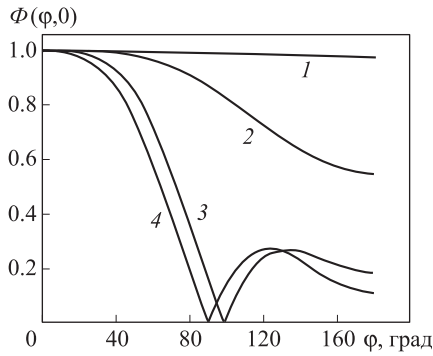


Рис. 7. Нормированная диаграмма рассеяния в  $H$ -плоскости. Обозначения кривых см. в подписи к рис. 6

На рис. 6, 7 приведены результаты расчетов нормированных на максимальное значение диаграмм рассеяния. Четыре УНТ расположены на оси  $X$ , диэлектрическая проницаемость подложки  $\epsilon_2 = 10$ ,  $f = 250$  ГГц,  $\varphi_e = 0$ . Диаграмма рассеяния в  $E$ -плоскости слабо зависит от количества УНТ и расстояния между ними. Для того чтобы решетка УНТ-вибраторов имела направленность в  $H$ -плоскости, расстояние между УНТ, так же как и для обычных вибраторов, должно быть порядка четверти длины волны в вакууме (рис. 7). Таким образом, нельзя создать направленную антенную решетку из УНТ, имеющую наноразмеры.

**Заключение**

Решение краевой задачи о дифракции электромагнитной волны на решетке из углеродных нанотрубок-вибраторов сведено к решению системы интегродифференциальных уравнений, ядра которых представлены в виде интеграла Фурье. Методом Галеркина с чебышевским базисом решение интегродифференциальных уравнений приведено к решению СЛАУ, матричные элементы которой также выражены в виде интегралов Фурье. Такое представление ядер и матричных элементов позволяют легко обойти трудности, связанные с особенностью ядер, и на порядок сократить время расчетов. Показана быстрая внутренняя сходимость решения. Исследовано влияние подложки на амплитудно-частотные характеристики и диаграмму рассеяния антенны из УНТ. Отмечено, что зависимость рассеянного поля от частоты носит резонансный характер, причем резонансы наблюдаются при длинах волн много больших размеров УНТ. При сближении УНТ возрастают и резонансная частота, и амплитуда рассеянного поля. Зависимость амплитуды от количества нановибраторов нелинейная. Показано, что нельзя создать направленную антенную решетку из УНТ, имеющую наноразмеры.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-02-13530офи\_ц).

**Приложение. Диаграмма рассеяния**

Вычисление диаграммы направленности основано на нахождении асимптотики двумерного интеграла Фурье (7). Начнем с более общей задачи нахождения асимптотики

интеграла

$$I(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q(\alpha, \beta) \exp[-p(\alpha, \beta, X)] d\alpha d\beta,$$

где  $p(\alpha, \beta, X)$  зависит от параметра  $X \rightarrow \infty$ .

Будем полагать, что имеется стационарная точка  $(\alpha_0, \beta_0)$ , которую находим из уравнений

$$\frac{\partial p(\alpha_0, \beta_0, X)}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial p(\alpha_0, \beta_0, X)}{\partial \beta} = 0.$$

Тогда

$$p(\alpha, \beta, X) \approx p(\alpha_0, \beta_0, X) + p''_{\alpha\alpha}(\alpha_0, \beta_0) \frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{2} + p''_{\beta\beta}(\alpha_0, \beta_0) \frac{(\beta - \beta_0)^2}{2} + p''_{\alpha\beta}(\alpha_0, \beta_0)(\alpha - \alpha_0)(\beta - \beta_0),$$

$$I(X) \sim q(\alpha_0, \beta_0) \exp[-p(\alpha_0, \beta_0, X)] U(X),$$

где

$$U(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ -p''_{\alpha\alpha}(\alpha_0, \beta_0) \frac{\alpha^2}{2} - p''_{\beta\beta}(\alpha_0, \beta_0) \frac{\beta^2}{2} - p''_{\alpha\beta}(\alpha_0, \beta_0) \alpha\beta \right] d\alpha d\beta.$$

Проинтегрировав, получим

$$I(X) \approx \frac{2\pi q(\alpha_0, \beta_0) \exp[-p(\alpha_0, \beta_0)]}{\sqrt{p''_{\alpha\alpha}(\alpha_0, \beta_0)p''_{\beta\beta}(\alpha_0, \beta_0) - (p''_{\alpha\beta}(\alpha_0, \beta_0))^2}}. \quad (П1)$$

Применим (П1) к интегралу

$$\frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) \frac{\exp(-\gamma z)}{\gamma} \exp[-i(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta \approx f(k \sin \theta \cos \varphi, k \sin \theta \sin \varphi) \exp[-ikr] \frac{1}{4\pi r}. \quad (П2)$$

Используем (П2) для нахождения асимптотики интеграла (7). Так как координата точки наблюдения  $z > L$ , то  $z > z'$ . Поэтому

$$g(x, x', y, y', z, z') = \frac{1}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-\gamma_1(z-z')} + Q(\rho)e^{-\gamma_1(z+z')}] \frac{1}{\gamma_1} e^{i\alpha x + i\beta y} d\alpha d\beta,$$

где  $x' = x_c$ ,  $y' = y_c$  — координаты центра вибратора. Применив формулу (П2), получим

$$g(x, x', y, y', z, z') \approx f(\alpha_0, \beta_0, z') \exp[-ik_1 r] \frac{1}{4\pi r},$$

где

$$f(\alpha, \beta, z') = [e^{\gamma_1 z'} + Q(\rho)e^{-\gamma_1 z'}] \exp[-i(\alpha x_c + \beta y_c)],$$

$$\alpha_0 = -k_1 \sin \theta \cos \varphi, \quad \beta_0 = -k_1 \sin \theta \sin \varphi,$$

$$\gamma_1 = ik_1 \sin \theta, \quad \gamma_2 = \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}.$$

Векторный потенциал в дальней зоне

$$\mathbf{A}(\varphi, \theta, r) \approx F(\varphi, \theta) \exp[-ik_1 r] \frac{1}{4\pi r} \mathbf{e}_z = F_a(\varphi, \theta) \exp[-ik_1 r] \frac{1}{4\pi r} (\cos \theta \cdot \mathbf{e}_r - \sin \theta \cdot \mathbf{e}_\theta),$$

где

$$F_a(\varphi, \theta) = \int_0^L j(z') f(\alpha_0, \beta_0, z') dz'.$$

В дальней зоне

$$E_{\theta} = Z_c \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_{\varphi}(\varphi, \theta, r) H_{\varphi}(\varphi, \theta, r) \approx \frac{\partial A_{\theta}}{\partial r} \approx \\ \approx ik_1 \sin \theta \cdot F_a(\varphi, \theta) \exp[-ik_1 r] \frac{1}{4\pi r},$$

где  $Z_c$  — волновое сопротивление вакуума.

Аналогичный метод нахождения поля в дальней зоне использовался и в работе [9]. Однако в [9] соответствующие выкладки опущены.

### Список литературы

1. *Burke P.J., Shengdong Li, Zhen Yu.* // IEEE Trans. Nanotechnol. 2006. **5**, N 4. P. 314.
2. *Hanson G.W.* // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 2006. **54**, N 1. P. 76.
3. *Hanson G.W.* // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 2005. **53**, N 11. P. 3426.
4. *Hao J., Hanson G.W.* // IEEE Trans. Nanotechnol. 2006. **5**, N 6. P. 766.
5. *Shuba M.V., Stepyan G.Ya., Maksimenko S.A.* // Phys. Rev. 2009. **79**. P. 155403.
6. *Attiya A.M.* // Progress in Electromagn. Res. PIERS 94. 2009. P. 419.
7. *Hanson G.W.* // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2008. **50**, N 3. P. 66.
8. *Kempa K., Rybczynski J., Huang Z. et al.* // Adv. Mater. 2007. **19**. P. 421.
9. *Лерер А.М.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2010. № 5. С. 43.
10. *Клещенков А.Б., Лерер А.М., Лабунько О.С.* // Успехи соврем. радиоэлектроники. 2006. № 6. С. 60.

### Diffraction of electromagnetic waves on a finite lattice of carbon nanotubes-vibrators, located at the interface between dielectrics

**A. M. Lerer<sup>a</sup>, G. P. Sinyavsky**

*Department of Applied Electrodynamics and Computer Modeling, Faculty of Physics, Southern Federal University, Zorge str. 5, Rostov-on-Don 344090, Russia.*

*E-mail: <sup>a</sup>lerer@sfedu.ru.*

Solution of the boundary problem of electromagnetic wave diffraction on the lattice of carbon nanotubes-vibrators reduced to solving a system of integrodifferential equations, whose kernels are presented in the form of Fourier integral. Such a representation of the nuclei allows to overcome the difficulties of decision related to their singularities and to reduce the computation time on an order. Integrodifferential equations are solved by the Galerkin method with Chebyshev basis. The influence of the substrate on the amplitude-frequency response and radiation pattern of carbon nanotubes- antennas. It is shown that the convergence of nanovibrators increases the resonant frequency and amplitude of the scattered field. The dependence of amplitude on the the number of nanovibrators is nonlinear.

*Keywords:* carbon nanotubes, CNT, nanotubes-vibrators, millimeter wavelength range antenna, integral equations, Galerkin method, resonances, the scattering diagram.

PACS: 84.40.Ba; 61.48.De.

*Received 25 May 2010.*

English version: *Moscow University Physics Bulletin* 6(2010).

### Сведения об авторах

1. Лерер Александр Михайлович — докт. физ.-мат. наук, профессор, профессор; тел.: (863) 297-51-29, e-mail: lerer@sfedu.ru.

2. Синявский Геннадий Петрович — докт. физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (863) 297-51-29, e-mail: sinyavsky@sfedu.ru.